

**MACHINE
TOOL
STRUCTURES**

机床结构

[英] F. 柯尼希贝格等著

机械工业出版社

机 床 结 构

[英] F. 柯尼希贝格等著

金希武

徐占娣 李民范 译



机 械 工 业 出 版 社

《机床结构》一书介绍了机床静态与动态刚度、抗振稳定性、机床结构静变形计算及结构的静态动态分析三个部分。本书是它的前两部分译文。

本书是 F. 柯尼希贝格 (F. Koenigsberger) 和 J. 特鲁斯泰 (J. Tlustý) 及其合作者们多年从事机床性能研究工作的全面系统总结。其中包括系统的理论分析、各类型机床的试验数据和机床结构性能试验的工作程序。这在目前有关机床振动方面的资料中，是一本很有价值的参考书。

本书对大专院校学生、研究生和从事机床设计、研究、试验等方面的工作人员均有参考价值。

MACHINE TOOL STRUCTURES

VOLUME 1

F. KOENIGSBERGER D. Sc., Dr. -Ing. E. h.

Professor of Machine Tool Engineering

U. M. I. S. T., Manchester

J. TLUSTÝ Dr. Sc.

Head of Machine Tool Research

VÚOSO, Prague

PERGAMON PRESS

1970

* * *

机 床 结 构

[英] F. 柯尼希贝格等著

[德] 徐占娣 李民范 译

*

机械工业出版社出版 (北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业登记证出字第117号)

重庆印制一厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 787×1092 1/32 · 印张 13 ³/₈ · 字数 294 千字

1982年3月重庆第一版·1982年3月重庆第一次印刷

印数 0,001—8,700 · 定价 1.40 元

*

统一书号: 15033·5226

译 者 的 话

机床结构的刚度和抗振性，作为机床基础理论之一，日益受到有关机床科研、生产和教学各方面工作人员的重视。正确解决这一问题，不仅可以提高机床的加工质量和生产效率，而且可以做到合理利用金属材料，并能收到良好的技术和经济效果。这对赶超机床设计和制造的世界先进水平，特别是对重型、高速高效自动化和精密机床而言，有着重要意义。

本书译自 F. 柯尼希贝格 (F. Koenigsberger) 和 J. 特鲁斯泰 (J. Tlustý) 等人所著《机床结构》(machine tool structures) 卷 I 的第一与第二部分。内容论述比较系统、严谨。特别在机床结构的静动刚度和颤振理论分析，机床稳定性的试验方法等方面有其独到之处，是一本有价值的参考书。

机床结构的刚度和抗振性问题，是在力学基础上结合机床结构的特点而发展起来的一个技术理论问题。可以看出，它还不完全成熟。其中有些问题，到目前为止，解决得也不够彻底和完善，还有不同的说法和解释。它们还有待于进一步地研究、探讨和发展。

限于水平，译文中差错之处，知所难免，诚恳希望能得到读者的批评和指正。

全书译出后，上海机械学院方明伦同志进行了校订，谨致谢意。

译 者

原 书 前 言

金属切削机床的设计必须包括三个主要方面：结构、驱动和控制。近年来，在这些领域内的知识与经验已发展和深化到这样的程度，一方面机床的一般性论述能起到好的指导作用，但另一方面，它还不能给大学生和设计师提供所需要的全部资料。

在分别论述三个主要方面的每一方面时，必须提出关于理论与试验研究各种不同判别的准则和方法问题，而这些只能在合适的专门化的书籍中才能充分讨论。

本书两卷是讨论机床结构的。除了功能要求，如形状、便于操作、容易排屑等之外，机床结构性能与相应尺寸布局的基本判别准则取决于它的静、动刚度。因此，本书主要是讨论刚度的计算方法和试验方法，以及讨论将这些结果应用到机床结构设计中去。

第一卷内容包括基本理论和计算方法。以后出版的第二卷将讨论运用这些基本原理来解决有关基架、导轨、主轴、轴承等问题，同时也讨论试验方法和步骤问题。

本卷第一部分讨论机床的刚度特性和三种基本的判别准则问题。刚度问题不仅涉及到重量和切削力对精度的影响，而且也涉及到机床在强迫振动状态时的性能。第四个准则是机床结构的抗振稳定性问题，这是第二部分的主题。内容包括颤振理论、稳定性分析方法与试验方法以及减振器原理。有专门一章是讨论磨削加工时的颤振问题。

第一、第二部分所讨论到的主要问题，最近二十年已经掌握了一些知识，它已有效地应用于实践中。但是，要作为基架准确计算的依据，使设计图纸能迅速准备就绪所需要的详细数据与方法，迄今还没有发展到这样的程度。在本卷第三部分提供了有关这方面的技术内容，它对从事这一方面工作的人员会有所帮助。所以在第三部分的第一章中讨论了确定机床结构各部分刚度系数的计算方法问题。在第二章中讨论了确定合成刚度、振型及其参数计算方法问题。有了这些参数，才能全面分析结构的静、动态特性。虽然目前的某些分析还必须依靠测量样机或模型试验，但已了解了结构设计性能之间的关系。对于已测定过的机床是能够提出改进意见的。

本书是为大学生、研究工作者和设计师编写的。它是捷克布拉格机床研究所 (VÚOSO) 和英国曼彻斯特 (Manchester) 大学理工学院机械系机床工程系密切合作的结果。本书的两位主编是这两个单位的负责人，他们在几个月之内建立了密切的接触。J. 特鲁斯泰博士在曼彻斯特工作期间，不仅在研究工作方面，而且也在教学活动方面，与 F. 柯尼希贝格教授带领的成员进行了合作，由于本书主编有机会与全世界机床工程师接触，因而也能了解到主要的一些试验室和工厂企业所作的工作。合作者还协助编写了各个章节，他们都是某一个方面的专家，他们是：

考利 (A. Cowley) 博士 曼彻斯特
戈拔托夫 (N. Gorbato) 博士 布拉格
波腊雪克 (M. Polacek) 博士 布拉格
瓦伦泰 (J. Valenta) 博士 布拉格

主编者愿在此向所有为本书提供资料的公司、研究所等

单位致谢，向编辑了全部稿件的 J. H. 兰布尔 (J. H. Lamble) 博士和为出版本书给予最大关怀的 Pergamon 出版社致谢。

J. 特鲁斯泰 (J. Tlustý)

F. 柯尼希贝格 (F. Koenigsberger)

目 录

第一部分

第一章 概述 (F. 柯尼希贝格).....	1
参考文献.....	31
第二章 静态刚度和动态刚度 (J. 特鲁斯泰).....	32
2.1 刚度要求准则.....	32
2.2 一些基本概念和标注符号.....	34
2.3 准则 1 —— 机床基架由重力引起的变形.....	53
2.4 准则 2 —— 机床结构由切削力引起的变形.....	67
2.5 准则 3 —— 强迫振动.....	109
参考文献.....	142

第二部分 抗颤振稳定性

第一章 颤振的一般特性 (J. 特鲁斯泰).....	143
1.1 金属切削中颤振的基本型式.....	143
1.2 金属切削中自激振动的原理.....	150
1.3 各切削条件对颤振的影响.....	155
第二章 颤振理论和稳定性分析 (J. 特鲁斯泰).....	165
2.1 各种系统的固有振动和强迫振动.....	165
2.2 金属切削中自激振动的基本理论.....	181
2.3 颤振理论的其他见解.....	206
第三章 研究机床稳定性的工作程序 (J. 特鲁斯泰和 M. 波腊雪克)	225
3.1 工作程序的各个步骤——方向系数.....	225
3.2 切削试验.....	235
3.3 用激振试验测量动态数据.....	240

3.4	试验数据整理	253
第四章	机床稳定性分析实例(J. 特鲁斯泰)	264
4.1	卧式升降台铣床	264
4.2	立式升降台铣床	289
4.3	普通车床	303
4.4	卧式镗铣床	329
4.5	立式车床	343
第五章	阻尼及减振器(M. 波腊雪克)	351
5.1	阻尼的理想化	351
5.2	机床中的阻尼	353
5.3	能量减振器的类型	359
5.4	绝对减振器的最佳化	365
5.5	减振器应用实例	376
5.6	结论	384
第六章	磨削加工中的颤振 (M. 波腊雪克)	386
6.1	试验研究的结果	386
6.2	理论解释	403
6.3	理论结果的说明	414
	符号一览表	415
	参考文献	417

第一部分

第一章 概述

(F. 柯尼希贝格)

一台机床为了能在生产过程中发挥作用，必须满足下列条件：

(1) 能够一贯地、并且尽可能不依赖操作者的技巧来获得在机床上所加工出工件的形状及尺寸，并且工件的形状和尺寸是在容许规定精度范围内，同时达到所需要的表面光洁度。

(2) 为了在操作上具有竞争性，它必须有良好的技术性能和经济效益。








考虑设计这样的机床时，它的零件可以分成三组，即：




- (a) 结构部分；
- (b) 切削、进给和调整运动的驱动部分；
- (c) 操作及控制装置。

本书将集中考虑第一组的问题，即机床结构问题。这包括机床的各固定部分(底座、床身、立柱、头架等等)及携带工件和刀具的运动部分。机床结构的布局决定于下列条件：

(1) 加工情况

这些情况决定于各切削过程需要的运动，其中切削、进给和调整运动或者由工件来实现，或者由刀具来实现，或者由二者共同来实现。对于最常见的切削加工工序，这些运动的情况如表 1 所示。

工 序 类 型	切 削 运 动	进 给 运 动
车 	工 件	刀 具
钻 	刀 具	刀 具
镗 	刀 具	刀 具 (a) 或 工 件 (b)
外圆磨 	工 具	工 件 (a) 与 工 具 (b) 或 工 件 (a+b)
滚铣 	刀 具	工 件
端铣 	刀 具	工 件
龙门刨与 牛头刨 	工 件 I	刀 具 I
	刀 具 I	工 件 I

机 床 类 型	尺 寸 规 格
普通车床(迴 轮 转塔车床 同此)  刀具径向 极限位置	d = 最大回转直径 d' = 最大车前直径 l = 顶尖间最大长度 $a-b$ = 最大车削长度
摇臂钻床 	l = 最大钻深 r = 最大径向范围 h = 工件最大高度
卧式镗床 	$a+b$ = 高度范围 $c+d$ = 长度范围 $e+f$ = 宽度范围 $l \times m$ = 装卡面积 D = 镗杆直径 } 镗孔操作
外圆磨床 	与普通车床同
卧式升降 台铣床 	$a+b$ = 高度范围 $c+d$ = 长度范围 $e+f$ = 宽度范围 } 铣削
立式升降 台铣床 	$a+b$ = 高度范围 $c+d$ = 长度范围 $e+f$ = 宽度范围 } 铣削
龙门刨床 	b = 最大宽度 $c+d$ = 最大高度 l = 最大长度 } 工件
牛头刨床 	$a+b$ = 工件最大高度 $c+d$ = 刨削宽度范围 l = 刨削最大长度

(2) 尺寸容量

这不仅包括机床上能够容纳工件的轮廓尺寸，并且包括刀具与工件之间相对运动所涉及的最大尺寸。前者的例子如普通车床由回转直径所决定的最大车削直径，镗床能容纳的铸件尺寸，在龙门刨床或龙门刨-铣床上能通过龙门的铸件尺寸。后者涉及某些具体尺寸，如龙门刨床、铣床、刨床、平面磨床的最大行程或车床、外圆磨床能加工的最大直径和最大长度等等。

(3) 性能要求

这些要求包括数量性能（例如金属切除率、最大钻孔直径等）和质量性能（如可能获得的精度等级或表面光洁度等级）两方面。

(4) 技术及经济效率

这里的问题不同于其他工程领域中遇到的问题。

在机床结构中，各部分的定位、找正和导向的条件，一般只取决于加工运动的功能要求。这些加工运动必须和作用力及加工速度发生联系。但是，一台机床的结构设计还必须考虑可能影响机床生产性能的一些因素，这些因素可能在安装、操纵和维修要求中提出来。如果机床结构被分成比较小的若干单元，使之在安装时容易装配起来，这对大型机床的运输和安装都是有利的。这样做的前提是不仅对机床的安全和容易搬运需要作适当安排（如提升、紧固在运输车上的方法等），而且还要对机床安装时各单元的精确对准和牢固组装作妥善处理。

机床的“操作方便性”[⊖]和总布局要保证操作者在最安

⊖ 原文为accessibility, 意为“容易接近”, 现译“操作方便性”。——译者

全和最省劲的情况下进行调整和操纵。

最后,机床必须容易进行维护与修理,而且费时最少。例如,易受严重磨损和需要经常修理或更新的零件,必须易于装卸和互换。如果这种零件的寿命能够预知,那么就能按照一种计划维修制度实行更新的办法,以避免由于事故被迫进行紧急修理作业,因而机床的生产效率得以提高。

从易于维修和制造的观点来看,采用标准零件和部件是重要的,特别当它们是外购件时,更是如此。这种作法不仅适用于轴承,也适用于电动机、控制装置、液压传动件、润滑泵和过滤器等等。这里,对定位和固定装置、法兰、支架等等提出标准设计和标准尺寸,将提高初次装配和维修的技术效果和经济效果。

当然,必须认识到,机床的性能不仅决定于机床本身的设计和制造,而且还决定于工件的设计,工序的选择,刀具的型式和设计,切削条件,刀具和工件夹紧装置的性能,以及在加工过程中工作条件的可能变动等等(这些变动可能是由于切削过程本身引起的,如刀具磨损、温度变化等等)。为了单独研究机床结构的作用,将假定上述各影响因素是可以控制的。

在使用机床的任何时刻,组成机床结构的固定部件和运动部件,必须根据所要求的工件与刀具之间的相对位置,能够互相定位、对准和导向。它们必须把各部分的重量传递给它们的支承件,并且把切削过程中作用在工件与刀架之间的作用力流封闭起来。

机床的功率容量和期望的质量性能决定着机床结构静态和动态刚度的要求,而工件的尺寸、形状和切削加工方法以及操作与装卸的条件,则影响着机床设计的外形与布局。另

外，设计不能根据纯结构上的考虑，因为有关人机关系的因素、外观、制造、装配和维修的方便性等问题也都必须予以注意。换句话说，机床的设计必须使其结果在技术上是接受的，在外观上是令人满意的，和在经济上是有竞争能力的。

因此，机床结构的布局及其元件的形状与尺寸必须设计得不仅保证机床操作与维修具有满意的条件，而且保证在工作情况下的工作应力、变形、挠度和位移保持在规定范围以内，结构的总重量与元件重量的分布要满足技术和经济的要求，并且保证能成本低、效率高地进行制造。

工作负荷造成的应力一定不能达到有害于结构性能的程度。受材料许用应力所限制并主要由各个截面形状与尺寸所决定的负荷能力对刚度本身是次要的那些机床，可能成为主要因素。另外，对于承受冲击负荷的结构，可能不希望有过高的刚度，而具有相当弹性的构件反而有利。在这种情况下，为了正确应用这种弹性构件，对情况作仔细的分析是很重要的。

对不同型式的机床，刚度（即抵抗负荷下变形的能力）的要求可以是不同的。例如，拉伸负荷下的纯伸长，它使刀具相对于工件只产生轴向位移而不产生角位移或横向位移（见图1b），对于封闭基架的钻床可以是无害的。但是，在许多机床内，为了取得满意的工作条件，必须对所有方向的位移都加以限制。如果刚度影响到一些零件在工作负荷下的对准精度与导向，那么刚度就成为最重要的参数。

开式 C-形基架（图 1a）虽然比封闭式基架（图 1b）刚度低得多，特别就顶面和底面对中心线而言，但它已广泛用于钻床、镗床和铣床，因为它对装卸刀具和工件最为方便。

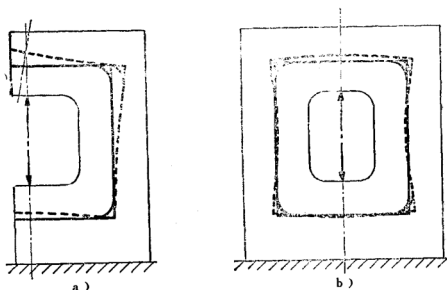


图1 开式和封闭式基架在轴向载荷下的变形

然而，随着自动控制的出现，操作方便性问题只对调整工作才是重要的，因为一旦机床调整并开动以后，操作者即无须再接近工件和刀具。因此对于自动控制的机床，封闭式基架能够更容易被采用，从而达到提高刚度的效果。

结构重量可能对它的性能起相当大影响。可以用重的结构来抵消外力。一个例子是龙门刨床的床身。除非它的重量的作用大于干扰力的作用，不然它可能被切削力产生的向上弯矩把它从刀架前方的各支承垫上抬起来，或者被工作台反向时发生的动态反作用力所挪动。当一个特定的最低刚度的机床零件需要有一个远低于激振力频率的固有频率时，大的重量也是有用的，这正是很多磨床的情况。但它导致了一个错误概念，认为一台机床要刚性好就必须重。要设计一台必须在较宽速度范围内工作的机床，并保持其固有频率低于最低工作速度的频率，这如果不是不可能，通常也是有困难

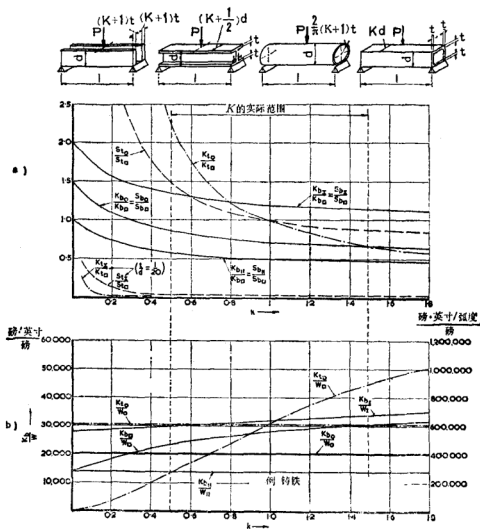
的。另一方面，如果固有频率高于最大工作速度，这不仅能保证结构不产生共振，并且还能保证高效控制装置的满意工作。高的固有频率能够用刚度高与重量轻的结合来达到，特别是当重量能在结构内部适当分布时更是如此。刚度-重量比和影响材料消耗与费用的实际总重量，二者能够在很大程度上受到设计方案、所用材料和制造方法的影响。

大多数机床结构可以分解为一些能用受横向弯曲和扭转的梁来代表元件。图2a为对四种典型剖面的梁在抗弯(注脚 b)与抗扭(注脚 t)刚度方面进行了比较。这些梁具有相等的单位重量(横剖面积)、长度(l)和高度(d)。图2b表示刚度-重量比。可以看到，对于 k 值小于1时，管状剖面在抗扭方面更好些，而工形剖面在抗弯方面最好。但是，对于 $k>1$ ，矩形箱形剖面在抗扭方面最好，而在抗弯方面稍逊于管状和工形剖面。

在规定长度内得到规定的刚度或强度值所需要的材料重量决定于横剖面的面积。可以证明：当封闭箱形剖面的高度 d 增加时，对特定的抗弯或抗扭刚度值，横剖面的面积（因而也是梁的材料重量）按 d^2 的比例而减小。另外，具有特定强度与刚度条件且重量很轻的结构，能够通过采用外形尺寸大而壁板很薄的箱形剖面来得到^[1]。

各种薄壁大尺寸箱形剖面具有一些有利性能。如刚度-重量比高就造成的固有频率高和抗共振性好。但与这些有利因素相反，由于在剪应力下有薄壁翘曲(*Warping*)与屈曲(*buckling*)的危险，因此它们在负荷能力方面受到了限制。实际临界负荷与屈曲应力的计算通常是在很安全的一边的，因为这种薄壁板假定是自由支承的，而实际上由于拐角与拐角连接处的刚度，它们至少是处于部分夹紧的状态。但是应

当认识到屈曲负荷随壁板宽度的平方而减少，随壁板厚度的立方而增加。这意味着壁板屈曲的危险对外形尺寸大而壁板



$$l=3' \sim 6''$$

$$d=12''$$

$$E=20000000 \text{ 磅/英寸}^2$$

$$G=2000000 \text{ 磅/英寸}^2$$

$$P=0.28 \text{ 磅/英寸}^3$$

图2 各种横剖面的刚度特性

厚度小的剖面最大。另外，抗屈曲的刚度越低，一个箱形剖面壁板的固有频率也越低，结果使壁板共振的危险也随之增加。因此，壁板的强度、刚度与抗振性的要求是和箱形剖面作为整体的那些要求相对立的。

作用在机床结构各部分的力产生于：

- (1) 结构零件的质量；
- (2) 夹具和紧固装置的质量；
- (3) 工件的质量；
- (4) 运动件之间的摩擦；
- (5) 切削作用。

在给定的加工工序内，这些力的方向、大小与作用点，可以相对于某个结构零件保持不变，也可以随工序形式和主要切削用量而变化。另外，基础起的作用也必须予以考虑。

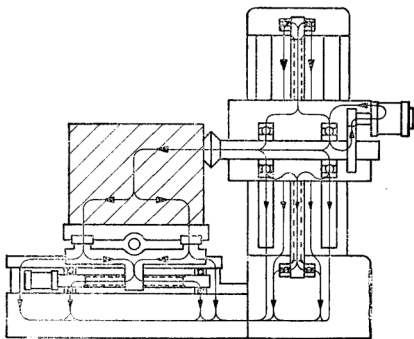


图3 卧式镗床内各力的流程^[2]

切削力流通常是封闭在机床结构内部的(图3),而各部分质量的作用,特别是机床、刀具、夹具、紧固装置与工件的重量被传递到基础上。但是,有时可以把基础安排得也参加切削力的传递作用。例如当把机床床身和基础浇灌在一起,形成床身基础一体式的综合机床底座时,就能起这种作用。一个典型例子是摇臂钻床,它的机床底座和基础用水泥浇灌连接在一起,刚度可以达到约为单独的底座铸件刚度的三倍。

机床结构整体的刚度性能由它的各个零件和它们的连接元件性能以及负荷传递和分配的形式所决定。

图4^[3]表示一台龙门铣床结构零件由于静态切削力造成的各种变形和各个零件在总变形中所占的份额;图5^[2]表示在同一静态切削力作用下,改变主轴头垂直位置对主轴轴线位移产生的影响。这样的主轴头的垂直运动,通常只在调整操作中进行,假定切削力仍旧保持是静态的,那末,主轴轴

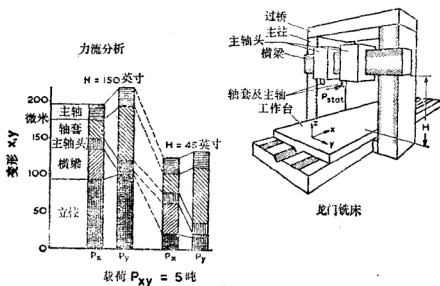


图4 龙门铣床的变形

线的位移在切削过程中将不变动。不过在很多情况下，在切削过程中条件有变化，因而机床的精度性能主要取决于结构零件承受的负荷条件是稳态的还是连续变化的。

负荷条件的变化产生于：

(1) 作用力大小的改变，特别是切削力的变化。

(a) 由于原材料形状或所需成品形状造成的切削深度

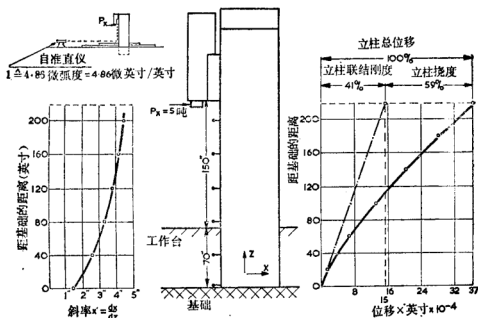


图5 一台龙门铣床主轴轴线的位移

变化(如图6成形车削加工);

(b) 由于刀具、工件与结构本身的振动特性造成的切屑截面的变化(见第147页);

(c) 由于刀具的作用(例如如图7铣削加工)。

(2) 力作用点的变化，例如在加工过程中。

(a) 由于有比较重的溜板、工作台、工件等在运动，结果使它们的质量相对于结构的其他部分有移动，如在镗床、

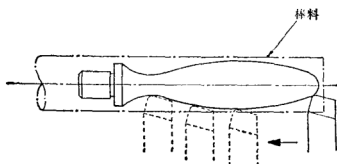


图6 成形车削过程中切削深度的变化

铣床、龙门刨床或磨床上的情况(图8)^[4];

(b) 由于刀尖相对于机床结构有移动(如在车床或牛头刨床上)。

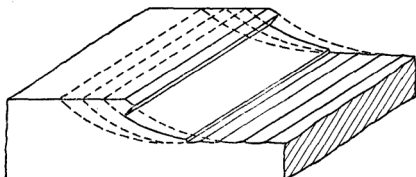


图7 铣削加工过程中切屑厚度的变化

普通车床的情况可作为这一问题的例子(图9)。工件的重量(W)通过顶尖和床身传给基础上的各个支承垫,在这里它和机床的重量(W_m)一起由基础来负担。由于刀架溜板纵向移动和工件已车部分金属的切除而引起床身上重量分布的变化通常并不显著,可以忽略。但是,在车削过程中(图9 a与c正视图与俯视图),刀具位置及切削力的作用点从靠近尾架的位置I移动到靠近头架的位置V,从而改变了切削

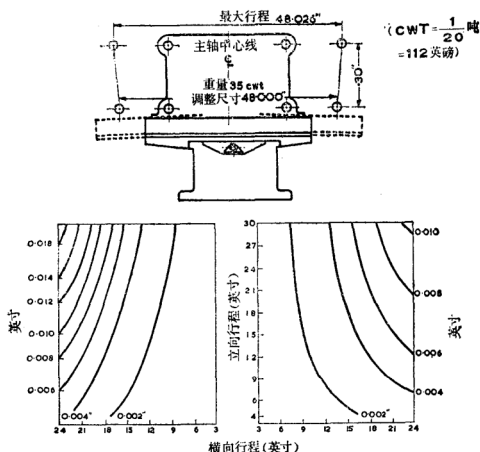


图 8 镗床工作台变形

力在床身上的作用点与工件在两个顶尖处的反作用力的大。在测视图内(图 9 b)，相对于机床结构的刀尖位置实际上保持不变。

工件的形状决定于刀具和工件之间的瞬时相对位置，因此也就决定于装卡它们的机床部件之间的瞬时相对位置。机床空转时，各部件所要求的几何相对位置的误差仅仅是由机床制造误差所造成。但是，一旦机床有负荷运行，由于各切削力或各个局部温度变化(图10)，造成了机械变形、轴承与

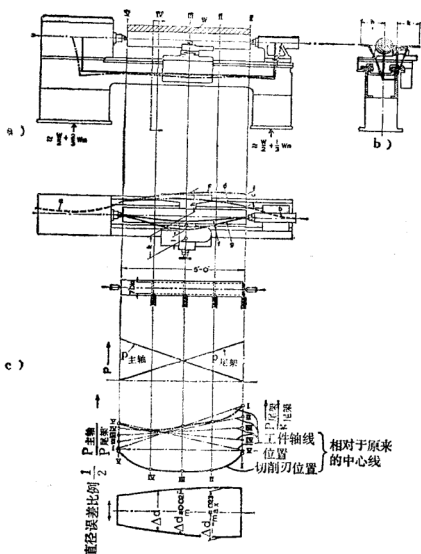


图9 车削过程中变形造成的工件形状误差

导轨里的油膜厚度等变化。

可以理解，径向切削分力对于工件精度起主要作用，因为在使刀具相对于工件轴线产生的位移中，它起的作用最大（图11）。这位移不仅对所车直径本身造成变化，而且还在加

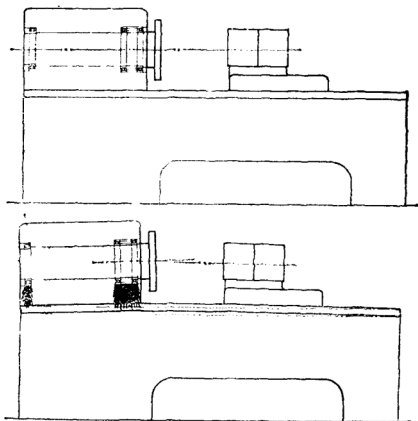


图 10 温度变化对车床头架对准精度的影响

工过程中由于刀尖从尾架向头架移动，在整个车削长度内造成直径的变化，因而形成了工件所需形状上的偏差。

普通车床床身在主视图平面内代表一个开式 C-形基架，背向下放着并承受横向负荷。在俯视图平面内也出现类似状况。图 9c 表示一台普通车床试验的情况和工件的最后形状。试验进行时，其静态切向分力 $P_1=2640$ 磅力，径向分力 $P_3=945$ 磅力，头架和尾架顶尖支承的刚度分别是 $K_{\text{主轴}}$ 和 $K_{\text{尾架}}^{[6]}$ 。

可以理解，这台车床床身在水平面内的横向抗弯刚度和

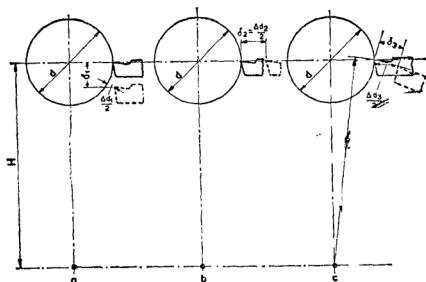


图 11 刀具位移对所车工件直径误差的影响

抗扭刚度大大影响着机床的加工精度。但是，要获得很高刚度是受到限制的。这不仅因为刀具与工件需要便于操作（没有这一点，车床操作者就不能监视和操纵机床工作）；而且还由于切屑容易排除的重要性（即切屑能够顺利地从切削区域和机床的导轨上排除掉）。图 12^[7]仍表示车床的例子，说明这些要求如何决定刀具在总布局中的位置。

如果工序是半自动的，即如果刀具位置是受液压靠模伺服系统控制，那末“操作方便性”的要求变得不那么严格，刀具就可以放在工件下面较远处。这正是仿形车床（图 13）采取的方案，其中在结构侧视图平面内 C-形基架里，切削力的作用点在切削过程中并不改变。因为切屑现在能在床身前面顺利下落，所以床身能设计成几乎是筒状截面的封闭箱体，从而得到高的抗扭刚度（见第 6 页）和满意的工作精度。

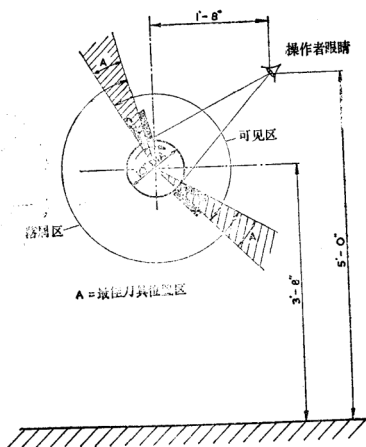


图 12 普通车床上车刀布置的考虑

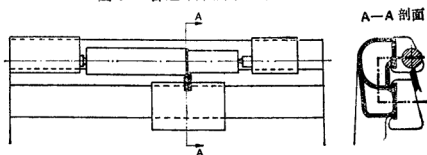


图 13 仿形车床的布局

然而，对于手工操作的普通车床，情况就不同了。为了观察刀尖和便于进行操作的需要，减少了刀具位置调整的角度

度范围。在大多数这种机床内，刀具是放在和工件水平轴线等高的位置，切屑将主要落在床身剖面宽度范围以内。封闭箱形剖面会阻碍切屑顺利下落而将使切屑堆积在它的顶面上。采用两侧垂直壁板的布置当然使切屑能顺利在其中间降落，不过这种布置虽然可以在垂直平面内具有足够的抗弯刚度，但它在水平平面内的抗弯刚度（在径向切削分力作用下）和抗扭刚度是弱的。因此需要有适当的筋板。简单的垂直筋板（图 14a）并不增加水平抗弯刚度或抗扭刚度，而水平筋板可以增加水平抗弯刚度，但却又封闭了切屑降落的剖面。一种斜的对角筋板的布置（图 14b）^[8]能够提供比较高的抗弯和抗扭刚度而不妨碍切屑降落。一种筋板和箱形相结合的布置（图 15）提供了很好的结果^[2]。在这种布置方案中，切屑能够沿箱体剖面内由对角筋板与后壁连接的倾斜表面滑向床身的后面。

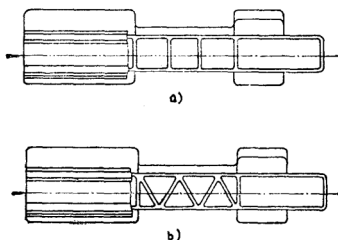


图 14 车床床身加强筋的布置

把前后壁板都设计成箱形剖面这种布置方案曾被一种专用车床所采用，如图 16^[7]。这一设计的动态特性也是好的，尤其是不留出砂孔并把型芯砂留在箱形剖面的铸件内，情

况会更好。虽然最低固有频率差别不大，但阻尼作用，特别是横向振动的阻尼作用则大大提高了（图 17），因为型砂起

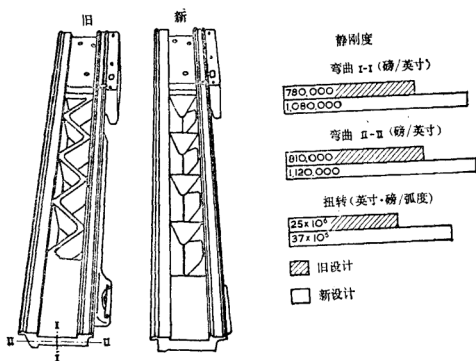


图 15 车床床身组合筋板和箱形剖面的布置

着阻尼介质的作用。

机床承受负荷的部分在其全部长度内常常不能设计和制造都是一样不变的横截面。虽然避免留清砂孔会有好处，但是为了能用轴和杠杆传递功率并满足装配要求，时常需要保留一些开口，这将使机床结构变弱，如图 18 和 19⁽¹⁾所示。

当然，这种梁的刚度能够用适当的筋板予以提高。对于大的薄壁剖面，采用这样的筋板是必要的。这种剖面的壁板需要加强筋来阻止各段壁板不希望有的变形和振动。图 20⁽²⁾表示各种箱形剖面通过模型试验得出的抗扭刚度，其中未加筋板的箱形剖面的抗扭刚度理论值取为 100%。有效刚度还受到夹紧条件的影响。可以看出，把箱形剖面的两个邻边夹

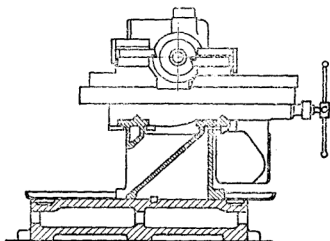
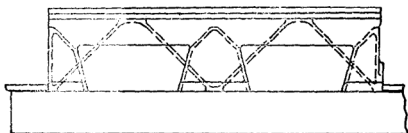


图 16 车床床身的双箱剖面设计方案

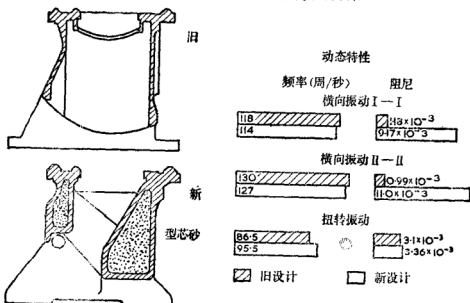


图 17 两种车床床身的动态特性

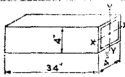
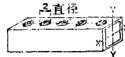

结构元件的型式	扭 转		弯曲绕X-X轴		弯曲绕Y-Y轴	
	刚 度	刚度 重量比	刚 度	刚度 重量比	刚 度	刚度 重量比
	10^4 (磅· 英寸/弧 度)	10^4 (磅· 英寸/弧 度/磅)	10^5 (磅· 英寸) 英寸)	10^4 (磅· 英寸/磅) 英寸)	10^5 (磅· 英寸) 英寸)	10^4 (磅· 英寸/磅) 英寸)
	2.9	10.2	0.2	0.7	0.2	0.7
	2.2	3.1	0.11	0.53	0.18	0.57
	0.75	2.7	0.005	0.23	0.14	0.48

图 18 不同结构元件的静态刚度特性

紧，能大大提高它的刚度。

当然，夹紧装置的安排和梁的剖面设计必须联系起来考虑。尤其是加强筋必须布置得使夹紧力能传递并广泛分布到剖面上，以防止负荷集中在没有加强筋的壁板段落上。图21表示一台重型龙门铣床把横梁夹紧到立柱上的安排方式。图22⁽²⁾表示这种梁和立柱的典型剖面形状。

加到机床结构上的负荷形式、大小和位置，基本上取决于切削加工方法和机床设计的布局。科研工作者研究了切削过程的力学问题，并通过细致的实验室试验，测量了作用在刀具与工件之间的各个力（以及还有它们的分力），以便得出影响加工情况的多种因素（包括刀具与工件材料，切削速

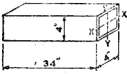
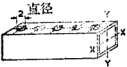

结构元件的型式	扭 转		弯曲绕X-X轴		弯曲绕Y-Y轴	
	第一固有频率 (周/秒)	阻尼比 $\times 10^{-3}$	第一固有频率 (周/秒)	阻尼比 $\times 10^{-3}$	第一固有频率 (周/秒)	阻尼比 $\times 10^{-3}$
	220	19	620	11.5	620	11.5
	200	14	600	8.3	590	7.7
	135	14	510	4.5	530	3.6

图 19 不同结构元件的动态刚度特性

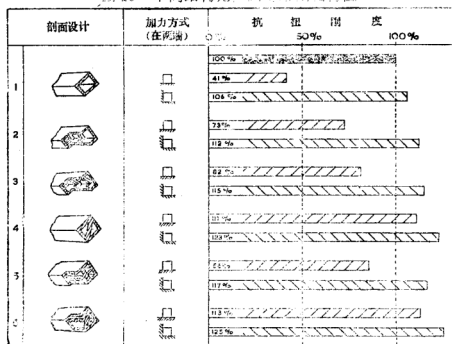


图 20 不同箱形剖面的抗扭刚度

度和进给量，切屑断面的大小和形状，切削液的应用，等等)。从设计者的观点来说，精确确定切削力的大小倒是次要的，重要的是要知道力的形式和方向以及它们作用在机床结构元件上的作用点。这样，设计者就能利用经验数据或根据对现有机床运行时功率和速度的测量作出自己的计算。对于在普通车床上力的分布和作用情况，以前已经讨论过（见第13页）。

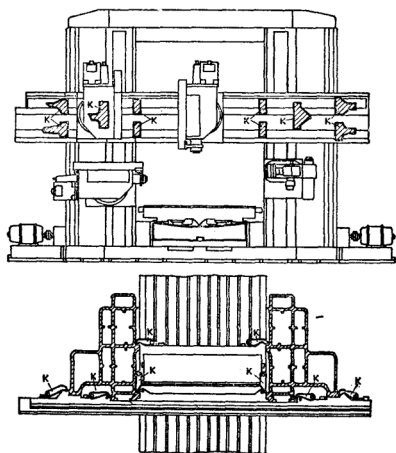


图 21 龙门铣床上夹紧装置的布置

一台钻床的 C 形基架结构承受的负荷，有一个作用在

钻头上的扭矩,一个等于推力 P 的轴向力和一个弯矩 $P.l$, l 是钻头轴线与钻床立柱剖面中性轴线间的距离(图 23)。同理,在卧式铣床上,由于铣削过程中切削力的作用,④在床身(立柱)上产生拉伸载荷、弯曲力矩和扭矩,如图 24 所示。图 25 表示龙门刨床立柱的情况。在图 23~25 的各例中,在进行切削时,力流通过机床结构的路线并不改变。这意味着,与普通车床的情况不同,这几种机床的结构元件由于稳态切

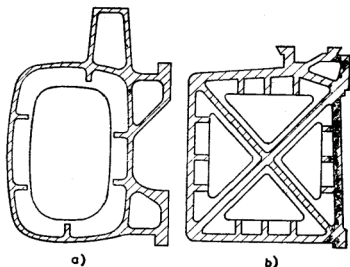


图 22 典型剖面

削力作用而产生的变形是恒定的,有时为了变形恒定,在必要时,可以考虑适当调节刀具与工件间的相对位置。龙门刨床横向平面内的形态是有变化的,但这是在两次切削冲程之间进行进给运动时才发生的,而且也容易加以补偿。

可是,牛头刨床与插床的情况却和普通车床类似(图 26)。当滑枕在切削冲程向前运动时,它形成一个长度 l 逐渐增加的悬臂梁,结果使作用在它的导轨上因而也作用在床

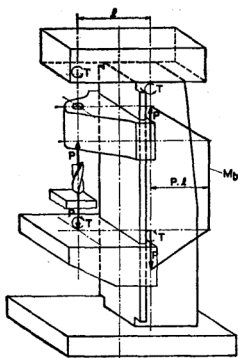


图 23 作用在钻床基架上的各种力

身上的力与 l 成比例地增大，而滑枕本身的变形则按 l^3 增加。这又是一个 C 形基架用降低加工精度为代价换取机床操作方便性的例子。

尽管牛头刨床的这些情况是由于机床的基本概念和它的动作方式造成的，但仍然必须充分注意到实际中一些可能发生的情况的作用。这些情况可能造成对理论上假定的理想结构形态的偏差。钻床的动作可以作为这方面的例子，即关于由钻削作用产生的弯矩或扭矩对主轴位移或立柱变形造成的影响。如果钻头尖端发生偏移，如图 27a 所示，作用在钻刃上的力的对称性可能被破坏。在图 27b 所示位置，两个切削

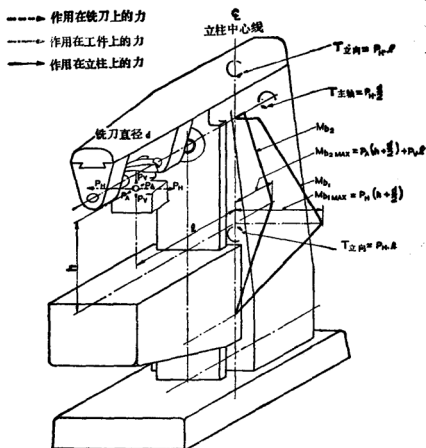


图 24 作用在铣床基架上的各种力

刃能够对称地工作，但在钻头再转过四分之一转以后(图27a和c)，将只有一个钻刃完全与工件接触，于是钻头就处于非对称地切削。这种情况可能继续周期性地变动，从而不仅会形成不准确的孔，并且还还可能产生不希望有的振动。

由于操作方便，C形基架结构不管是立式(如钻床、铣床及单臂刨床)还是卧式(如车床)，通常都比刚性较大的

封闭式基架结构更受欢迎。然而不容忽视的是：作用在C形基架立柱上的弯矩和扭矩是随开口深度增加而增加的，因此“C”的“背椎”部分的刚度也必须相应大大增加。这就进一步导致采用较结实的剖面，因而这就不仅产生更多的制造上的难题，并且还将造成相当高的成本。图28^[10]表示普通车床价格和顶尖高度即“C”的开口深度（见图9）之间的关系。

大型机床的结构将会提出另外的问题。它们可能由于制造、维修与运输的原因而必须分成几段生产，这又很可能使产品售价和安装成本明显地提高。所以，对机床使用者来说，最好购置符合使用目的而又足够大的机床，

但不要过大。尺寸和容量的大小还决定机床的占地面积，其中必须加上操作者操纵机床的面积和堆放工件的面积。此外，机床必须便于维修人员进行工作。图29^[10]说明一台能车直径10英寸长度18英寸工件的机床布局与结构对占地面

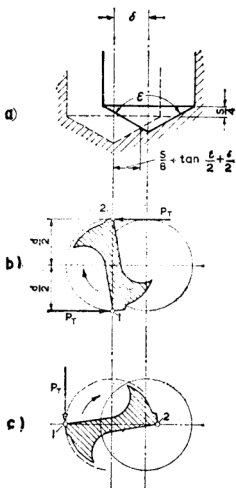


图 27 麻花钻位移

积的影响。图 29a 表示为一台普通车床（最大回转直径为 18 英寸，顶尖距为 40 英寸），这种车床经常在机加工车间生产中使用；图 29b 表示为一台“短床身”车床（最大回转直径为 10 英寸，车削长度为 16 英寸）；图 29c 表示为一台在机床前面操作的自动车床（最大回转直径为 10 英寸，车削长度为 16 英寸）。这三台机床占地面积之比是 1.7:1.07:1。

所以，机床结构的基本设计不仅必须从总布局观点来考虑，并且还要从机床的适应性与实用性的方面整体地来加以考虑。

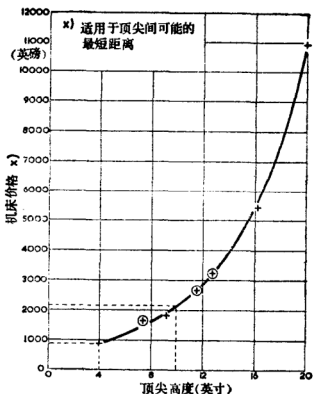


图 28 顶尖车床尺寸对价格的影响

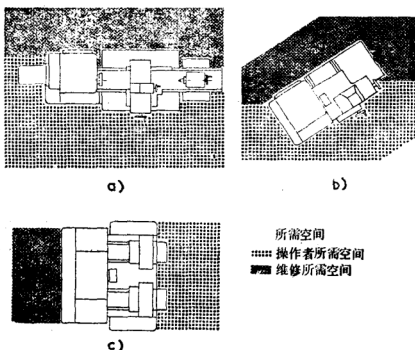


图 29 机床尺寸容量对占地面积的影响

参 考 文 献

1. KOENIGSBERGER, F., Light Weight Welded Construction in Mechanical Engineering Structures, *Trans. Inst. W.*, August 1952.
2. 12. Aachener Werkzeugmaschinen-Kolloquium, 1965, Erzielung und Erhaltung der Fertigungsgenauigkeit durch zweckmässige Gestaltung der Werkzeugmaschinenelemente, *Ind. Anz.*, 30.7.1965.
3. UMBACH, R., Problems of Stiffness and Accuracy of Large Size Machine Tools, 6th Int. M.T.D.R. Conf., Manchester, 1965 (Pergamon Press).
4. 12. Aachener Werkzeugmaschinen-Kolloquium, 1965, Über die Arbeitsgenauigkeit der Werkzeugmaschinen, *Ind. Anz.*, 30.7.1965.
5. SPARKES, C. A., A Machine Tool Design Policy, *Int. J. Mach. Tool Des. & Res.*, January--March 1962.
6. HARRISON, B. C., Some Factors Affecting the Design of Turret Lathes, 4th Int. M.T.D.R. Conf., Manchester, 1963 (Pergamon Press).
7. KIEKEBUSCH, H., Die Werkzeugmaschine unter Last, *V.D.I. Forsch.*, Heft No. 370.
8. KOENIGSBERGER, F., *Design Principles of Metal Cutting Machine Tools*, Pergamon Press, 1964.
9. INTENKAUF, J., Das Bett der Drehbank, 6. Aachener Werkzeugmaschinen-Kolloquium, 1953.
10. PETERS, J., *Werkstattstechnik*, 1920.
11. WOLFF, A., *Werkstattstechnik*, 1925. (This gives a method of calculation.)
12. BADAWI, M. W., MOHSIN, M. E. and THORNLEY, R. H., A Comparison of Some Design Details for Machine Tool Structural Elements, 4th Int. M.T.D.R. Conf., Manchester, 1963 (Pergamon Press).
13. BADAWI, M. W. and THORNLEY, R. H., Comparison of Static and Dynamic Characteristics of Closed Box Section Beams with and without Core Holes and for Some Other Beam Configurations, *Int. J. Mach. Tool Des. & Res.*, 1966.
14. MOLL, H., A User's Viewpoint of the Machine Tool of the Future, 4th Int. M.T.D.R. Conf., Manchester, 1963 (Pergamon Press).

第二章 静态刚度和动态刚度

(J. 特鲁斯泰)

2.1 刚度要求准则

在设计机床结构时，必须重视某些要求。这些要求是：可以把整个尺寸范围内的工件安装到机床上；必要的行程范围；容纳切屑的足够空间；容纳所有机构、液压、电器以及其他设备的空间；可以方便地装配和拆卸各结构部分及其零件；操作者容易接近任何需要接近的地方以及限制结构的热变形等。此外，还必须把机床基架的所有部分设计成具有合适的形状和尺寸，以保证适当的刚性。

本章将处理有关刚性这后一要求的规定。它的主要内容是关于满足这一要求的方法和规则。

切削加工过程中出现的力引起变形，这些变形损害加工精度。其中有些力并不取决于切削过程的激烈程度，例如机床运动部分的重力。其他的力（例如切削力）对精度的影响是和切削率有关系的。力与变形之间的关系和它们对切削加工过程的综合作用，对机床结构的各个部分与机床结构作为一个整体提出了刚度的要求。从这些刚度要求可以导出机床基架各部分的相应形状与尺寸。后面将精确定义的“刚度”（stiffness）一词将代替通常用的“刚性”（rigidity）一词。

根据切削加工过程中出现的各种力，可以对刚度要求提出不同的规定。对应于下列四种不同的准则，它们可以分为四组。

(1) 重力引起的变形

当机床结构的各个部分运动时，它们的重量和工件重量

的分布是变化的。结果机床基架的变形也变化。准则是出现的任何偏差不应妨碍几何精度。

（2）切削力引起的变形

加工过程中切削力在变化，而力的作用点在移动。结果，机床基架的变形将发生变化，因而使加工表面的形状产生偏差。这种影响可以用降低切削用量来加以限制，而这将降低加工的生产率。准则是需要的精度要和所需生产率同时得到。

（3）强迫振动

机床内部会出现周期性的扰动力，它们主要是由于旋转零件的不平衡和某些驱动零件的精度误差引起的。它们激发了强迫振动，因而造成了加工表面的波纹度。准则是限制强迫振动以便获得需要的表面质量。

（4）自激振动

在某些情况下，自激振动一般与提高切削率有联系。这种自激振动是从切削过程中得到能量。它们使加工表面产生不能允许的波纹度，并对机床零件、刀具的强度和寿命造成危险。准则是在所需操作范围与切削用量范围内不发生自激振动，切削过程必须是稳定的。

各个准则几乎是彼此独立的，但经验表明，准则 4 是主要的，如果它能得到满足，那么准则 2，常常还有准则 1 和 3 都会满足，而且留有余地。机床基架抗自激振动（这种振动由切削过程供给能量）的稳定性问题，不仅是最重要的，而且是最困难的一个问题。所以本书第二部分全部用于阐明这个问题。准则 1、2 和 3 将在本章中予以说明。

所有四个准则决定着刀具与工件之间某些综合刚度（静态的或动态的）的要求。通过分析这些综合刚度，可以导出对机床基架各个部分的要求。用合理设计机床基架的零件和

组件来满足这些要求的方法，将主要在本书第三和第四部分以及第二卷内加以说明。

2.2 一些基本概念和标注符号

2.2.1 坐标系

力和位移两者都是空间向量。为了能描述它们，必须建立标准坐标系。

切削加工中，两个基本系统互相联系着，它们是：切削过程和机床。它们在空间的相互位置可以变化。因此需要建立两个坐标系，一个为切削过程，一个为机床。

机床的坐标系

对于机床，采用坐标轴为 (U)、(V)、(W) 的坐标系，它们的方向根据以下规则选取：(V) 是垂直方向，向上为正；(U) 是水平方向，并且平行于操作者的面部；(W) 是水平方向并与 (U) 成直角。例子见图 1。当讨论机床结构

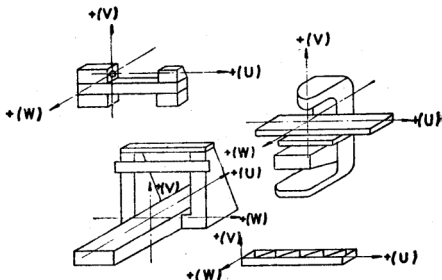


图 1 机床坐标系各轴的标注符号

的各零件时，也采用 (U)、(V)、(W) 坐标系来描述它们。这个坐标系是参照该零件在机床中的位置选取的。在图 1 中还给出了一个车床床身标注符号的例子。

各坐标轴方向的位移，如果是振动位移的瞬时值，分别用 u 、 v 、 w 表示，对于振动位移的振幅和静态位移，则用 U 、 V 、 W 表示。

切削过程的坐标系

对于切削过程，采用一种坐标系的两个变型，用图 2 中所示车削情况来说明。第一种坐标系变型与切削过程本身有关，切削刃和切削速度在这坐标系内，用它们合起来定义“切削表面” (cut surface)。切屑剖面决定于切屑宽度 b 和切屑厚度 a 。用 (Y) 表示垂直于切削表面的坐标轴，并以对着刀具的方向为正。(Z) 轴与切削速度方向重合，并以作用于刀具上的切削力在切削速度方向内的分量的方向为正。(X) 轴垂直于 (Y) 和 (Z)。方向为 (P) 的切削力 P 大致在 (Y)、(Z) 平面内。

对于一特定的刀具角 κ ，切屑宽度 b 与切削深度 t 成正比，切屑厚度 a 则与主轴每转进给量 S 成正比。

另一种坐标系变型与切削过程在工件上的后果有关，亦即与最后在工件上产生的表面，或者更简单地说，与“已加工表面” (left surface) 有关。垂直于“已加工”表面的坐标用 (Y') 来表示。(X') 和 (Z') 两坐标也可以确定，但它们都是次要的。

第一个坐标系变型中的 (X) 坐标实际意义也不大，将不再使用。符号 (X) 将保留于标注任何一般方向之用。对于象铣刀这样的多刃刀具，联系每个刀刃都可能建立一个坐标系，而对于端面和圆柱铣削加工，一般将采用“平均”方向

来代替所有刀刃总的方向，如图 3 所示。对此，应再次注意到两个主要方向（Y）和（Y'）的区别。圆柱平面铣削加工中切削深度的概念和用 f 表示的车削加工及端面铣削加工的切削深度概念不同，它将用字母 h 表示。

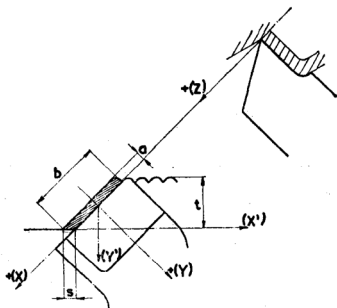


图 2 切削加工过程中各坐标轴的标注符号

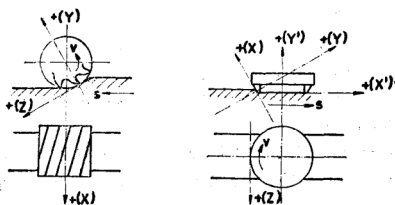


图 3 铣削加工中各坐标轴的平均方向

与切削过程有关的各位移, 如果它们是静态的或者是振动位移的幅值, 用 Y 、 Z 、 Y' 表示; 如果它们是瞬时振动位移, 则用 y 、 z 、 y' 表示。应当记住, 符号 Y' 和 y' 并不代表导数。对时间的导数用 \dot{Y} 和 \dot{y} 表示, 对变量 v 的导数用 $\frac{dY}{dv}$ 和 $\frac{dy}{dv}$ 表示。极为重要的是要注意这些都应理解为刀具

对工件的相对位移。必要时, 刀具的绝对位移可分别用 Y_i 、 Z_i 、 Y'_i 、 y_i 、 z_i 、 y'_i 表示; 工件的绝对位移可分别用 Y_w 、 Z_w 、 Y'_w 、 y_w 、 z_w 、 y'_w 表示。

位移 Y 和 Y' 的差别在于他们不同的含义。位移 Y' 影响已加工表面的形状精度, 它是在根据准则 1、2 和 3 判断结构刚度要求时起作用。位移 Y 通过改变切屑厚度 a 影响切削过程, 它是在自激振动过程中起作用。位移 Y 将用于分析准则 4, 即主要用于本书的第二部分。

对于静力或可变力的幅值, 大多用 P 表示, 对于可变力的瞬时值, 将用 p 表示。任何与算符 p 的混淆都应当避免。切削力总是用 P 来表示。

机床和切削过程的两个基本坐标系, 可以具有相对于切削过程在机床内不同的位置。作为例子, 可以参考第二部分第 62 图。图中表明了当铣刀相对于工件的位置和进给方向变动时, 一台铣床的 (Y) 和 (P) 方向的变化。

两个坐标系的相互关系将用这种方式表明: 机床坐标系将作为参考基准, 切削过程坐标轴的方向或任何其他方向 (X), 将以表明方向余弦值与机床坐标系发生联系。因而, 方向 (Y) 将决定于数值 $\cos \varepsilon_u$ 、 $\cos \varepsilon_v$ 、 $\cos \varepsilon_w$; 方向 (P) 决定于数值 $\cos \eta_u$ 、 $\cos \eta_v$ 、 $\cos \eta_w$; 方向 (X) 决定于数值 $\cos \xi_u$ 、 $\cos \xi_v$ 、 $\cos \xi_w$ 。

2.2.2 静刚度和静柔度

刚度与柔度的概念表示力和变形之间的关系，并被用来简化许多讨论。这里，首先探讨静态情况。假定变形与恒定力有关，因此在随加力而出现的过渡过程终止以后能测得稳定状态，另外，也可以假定力变化得非常缓慢。

力 P 沿方向 (P) 作用在物体 B 的 a 点上，测量了 a 点沿 (X) 方向的位移 X (图 4a)。方向 (P) 和方向 (X) 方向重合，这种情况称为“直接”刚度。力可以是绝对的，如图 4a 所示，位移也是以绝对方式测量，或者力相对地作用在物体的 a_1 和 a_2 两点之间，如图 4b 所示，测量 a_1 和 a_2 之间的相对位移。也可以是力 P 的方向 (P) 和所测位移 Y' 的方向 (Y') 不同 (图 4c)。这种情况下，力和位移的关系称为“交叉刚度”。如果从上下文的含义中，情况已经足够明确，“直接”和“交叉”两词分别将不使用。

力 P 和位移 X 两者都是空间向量，由它们的值、方向和作用点所决定。假定由特定物体 B 、特定点 a 、特定方向 (P) 和 (X) 所规定的情况下，力 P 和位移 X 之间数值的关系如 (图 5a) 曲线所示，那么在这种情况下物体 B 的刚度 k 对力 P_i 的每一数值定义为：

$$k_{P_i} = \frac{dP}{dX} = \tan \alpha \quad (1)$$

在这种情况下，物体 B 的柔度 c (compliance) \ominus 作为刚度 k 的倒数：

$$c_{P_i} = \frac{dX}{dP} = \tan \beta \quad (2)$$

\ominus 也可用“flexibility”代替“compliance”，两者含义相同。

——译者

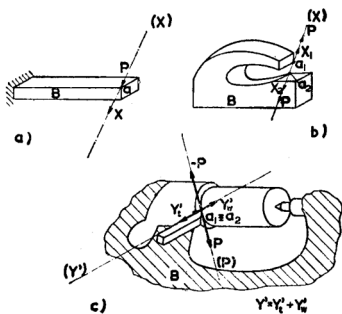


图4 力和位移

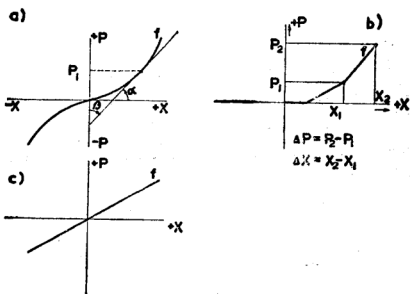


图5 力一位移关系的类型

在力的一定数值范围 (P_1, P_2) 内, $P=f(x)$ 的关系可能是线性的 (图 5b)。在这种情况下, 显然在力的那一范围内, 刚度和柔度都是定值。它们可以写成:

$$k(P_1, P_2) = \frac{\Delta P}{\Delta X} \quad (3)$$

$$c(P_1, P_2) = \frac{\Delta X}{\Delta P} \quad (4)$$

实际上, 在力的整个有意义的实际范围内, P 和 X 之间的关系大多是线性的或至少大致如此。于是它们的关系如图 5c 所示, 刚度和柔度可以简单地表示为:

$$k = \frac{P}{X} \quad (5)$$

$$c = \frac{X}{P} \quad (6)$$

在线性情况下, 刚度的意思指“每单位变形的力”, 而柔度则指“每单位力的变形”。刚度的量纲为磅力/英寸(lbf/in), 或类似单位。

机床的复杂结构, 可以看作一个相互联系的一些比较简单的弹性元件, 即许多“弹簧”所组成的系统。这当然仍然是静态观点。力作用在系统的某些点上, 而有意义的可能是各个不同的变形。因此, 把不同的力与不同的位移联系起来, 可以在一台机床里定义出不同的刚度。

有时, 在机床内会遇到 $P=f(x)$ 中的非线性关系。图 5a 内曲线说明滚动轴承的一个典型情况, 它的刚度随负载而增加。非线性关系的其他基本型式如图 6 所示, 图中 a 代表有间隙的典型情况, 图中 b 代表有摩擦滞环的情况。但是, 在大多数如图 6a 的情况下, 间隙数值比起弹性变形来

说是微小的，或者间隙实际上被预加载荷所消除。至于在图 6b 所示情况下，摩擦力大于外力，有关物体的这部分表现得似乎具有无限的刚度。因此，以后将主要考虑具有恒定刚度的物体。

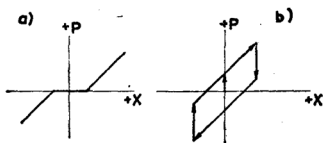


图 6 力—位移的非线性特性

机床可以看作一个复杂的弹簧系统，因此对于每一台机床都可能具有几个刚度数值。例如：对基架的各个部分，象床身或立柱，可以采用弯曲和扭转刚度的概念。每种情况下都要确定受力的物体、力的方向、变形的方向以及相应的作用点。可以联系切削力对机床基架的作用来定义刚度的两个基本概念。第一个概念，对应用准则 2——切削力对加工精度的影响——是重要的。 K' 表示这一刚度概念：

$$K' = \frac{P}{Y'} \quad (7)$$

式中 P 为切削力或在相应试验中代替它的一个力，这个力沿切削力的方向作用在刀具与工件之间； Y' 是刀具相对于工件的相对位移，沿 (Y') 的方向测量，即沿垂直于“已加工”表面的方向测量。力的作用点和位移的测量点是相同的，而方向 (P) 和 (Y') 是不同的。因此， K' 是一交叉刚度。这一特定刚度将称为相关于工件精度的综合刚度，或

简称“综合刚度 K' ”。

另外一种重要刚度概念将用 K 表示，并定义为：

$$K = \frac{P}{Y} \quad (8)$$

式中 P 为切削力或代替它的一个力，这个力沿切削力的方向作用在刀具与工件之间； Y 是刀具与工件的相对位移，沿垂直于“切削” \ominus 表面的（ Y ）方向测量。它也是一种交叉刚度 \ominus ，叫做相关于动态稳定性的综合刚度，或简称“综合刚度 K ”。静刚度 K 对于机床的抗颤振稳定性有重要意义。但不能直接对它的这一意义予以估价，因为机床振动系统各个弹簧的静刚度仅代表决定机床结构动态特性参数的一部分，它们的作用不能和其他参数分开并孤立地加以确定，如本书第二部分解释的那样。但是， K 的数值可以为机床稳定性提供一粗略估价。

对某一个特定的机床可以得到 K 和 K' 两者的几个数值。一台机床可以用于不同的“工作布置形式” \ominus ，而在每一布置形式中又可出现不同的“加工方位形式” \ominus ，因而对其中的每一种，方向（ P ）和（ Y' ）或（ Y ）在机床座标系统（ U ， V ， W ）内占有不同位置。对于每一种机床布置形式和切削

① 原文为“left surface”，但（ Y ）方向应为垂直于切削表面 cut surface，应改为上文。——译者

② 此处原文为“cross-receptance”，参照前后文，应该用交叉刚度一词——译者。

③ 所谓工作布置形式（arrangements），是指机床不同的加工方式。例如同是万能卧式铣床，可以用作平面铣削，铣螺旋槽等——译者

④ 所谓加工方位形式（orientation），是指机床加工时，由于切削条件不同，刀具与工件相对位置不同，因而切削力方向和位移方向不同。例如圆柱铣刀铣削时切深不同，切削力方向不同，进给方向又有顺铣与逆铣的差别，等等。参看图 61，62，63，64。——译者

过程的方位形式的组合，对应着一对 K 和 K' 值。各种型式机床的不同布置形式和方位形式的详细例子，见本书第二部分第四章。

第二部分图 62 表示端面铣削的不同方位形式，每一形式中力 P 作用在不同方向内。因此位移 Y 也应沿不同方向测量。很明显，综合刚度 K 在每一方位形式中将是不同的。从第二部分图 60、61、63、64 将发现类似情况。

以综合刚度 K 和 K' 定义的类似方式，综合柔度 C 和 C' 可定义为：

$$C' = \frac{Y'}{P} \quad (9)$$

和
$$C = \frac{Y}{P} \quad (10)$$

基本弹簧系统

(a) 刚度的折合 在图 7a 所示情况中，力 P 直接加在刚度为 k 的一个简单弹簧的端点 a 处。在图 7b 内， a_2 通过线性传动比为 i 与弹簧（刚度为 k ）端点 a_1 相联结，传动

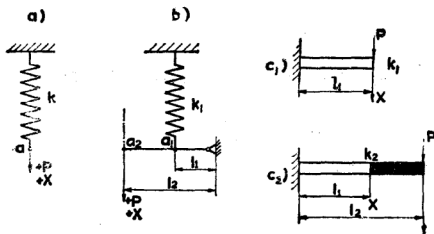


图 7 从一点到另一点刚度的折合

比:

$$i = \frac{l_1}{l_2} \quad (11)$$

希望求得 a_2 点的刚度。

弹簧在 a_2 点的作用可以用折合刚度 k_2 来表示:

$$k_2 = i^2 \cdot k_1 \quad (12)$$

在线性传动比的情况下, 把原来的刚度乘上传动比的平方就可得到折合刚度。

图 7c 表示刚度折合的一个比较复杂的情况。图 7c₁ 中端部受力 P 作用的悬臂梁, 具有挠度 X :

$$X = \frac{Pl_1^3}{3EI}$$

因而相应的刚度 k_1 为:

$$k_1 = \frac{P}{X} = \frac{3EI}{l_1^3}$$

图 7c₂ 中, 可以利用图 7c₁ 中的梁求出作用在 l_2 处的力 P 和产生在 l_1 处的挠度 X 为:

$$\frac{P}{3EI} [l_2^3 - (l_2 - l_1)^3] \ominus$$

$$\text{即 } X = \frac{P}{3EI} [l_2^3 - (l_2 - l_1)^3] = \frac{P}{3EI} [3l_2^2 l_1 - 3l_2 l_1^2 + l_1^3]$$

因此

$$k_2 = \frac{3EI}{3l_2^2 l_1 - 3l_2 l_1^2 + l_1^3}$$

用 k_1 表示 l_1 , 得:

⊖ 原文中为 $\frac{P}{3EI} [l_2^3 - (l_2 - l_1)^3]$, 系印刷错误。——译者

$$k_2 = \frac{EI k_1}{l_1^2 \cdot \frac{2}{3EI} k_1^2 - l_1 \cdot \frac{2}{3EI} k_1 + EI}$$

显然，刚度折合的规律是多样的。

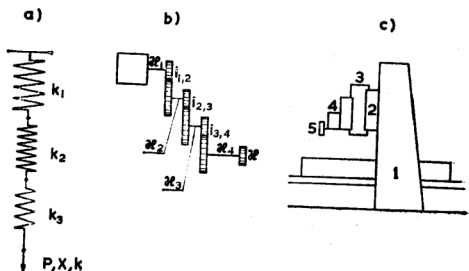


图 8 串联的弹簧

(b) 串联弹簧 图 8a 代表刚度为 k_1 、 k_2 、 k_3 的三个弹簧的串联。这一联结的基本特点是：所有弹簧都承受同一力的作用而它们的变形是叠加的：

$$X = X_1 + X_2 + X_3 = \frac{P}{k_1} + \frac{P}{k_2} + \frac{P}{k_3}$$

因此
$$\frac{1}{k} = \frac{X}{P} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \quad (13)$$

或
$$c = c_1 + c_2 + c_3 \quad (14)$$

公式 (13) 和 (14) 表示串联弹簧系统的刚度的基本规律：系统的柔度等于各弹簧的柔度之和。

如果各个弹簧不是直接联结而是插入了某种传动，那么，必须把折合柔度相加。图 8b 表示一组齿轮传动。假定

一根轴一端固定，另一端承受一单位扭矩，则扭转柔度 c_i 就是指这一轴的两端扭转角的比值。4 轴上最后齿轮处的扭转柔度等于各轴的折合柔度之和：

$$c = \frac{c_1}{i_{1,2}^2 \cdot i_{2,3}^2 \cdot i_{3,4}^2} + \frac{c_2}{i_{2,3}^2 \cdot i_{3,4}^2} + \frac{c_3}{i_{3,4}^2} + c_4 \quad (15)$$

规定所有传动比 i 都大于零。

同样方法，一台刨床刀具 5 处的柔度，等于立柱 1、横梁 2、滑枕 3、溜板和刀架 4 的折合柔度之和。由于这一链的各个构件的柔度定义和它们折算方式相当复杂，这里就不讨论了。本书第三部分，有一章专门分析机床结构的静刚度。

很明显，为了改进由串联弹簧组成的构件链的刚度，有一条很重要的实用规则。要增加综合刚度或者减小综合柔度，必须增加具有最大折合柔度的构件的刚度。例如，如果有四个构件分别提供综合刚度的 4%、16%、15% 和 65%，很明显，把最后一件的刚度加倍，综合柔度只能按 100:67.5 减少，而把第一件刚度加倍，综合柔度就将按 100:98 的比值减小。从图 8b 可清楚看出，轴 1 的柔度并不重要，因为它在式 (15) 内被三个传动比的平方所除。

(c) 并联弹簧 图 9a 表示两个并联弹簧的基本系统。这种系统的基本特点是两个弹簧的变形相等，而力在两弹簧中分配：

$$X_1 = X_2 = X$$

和

$$P = P_1 + P_2$$

于是

$$kX = k_1X + k_2X$$

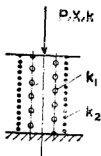
和

$$k = k_1 + k_2 \quad (16)$$

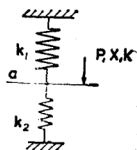
式 (16) 表示由并联弹簧组成的系统的基本规律：综合刚度

等于各个弹簧的刚度之和。

按图 9b 所示方式联结的弹簧也是并联的，因为并联的特点对它也适用：两个弹簧的公共点 a 的变形相等，而力则在两个弹簧中分配。所以还是：



a)



b)

图 9 并联弹簧

$$k = k_1 + k_2$$

根据式 (16)，显然对于并联弹簧综合刚度主要决定于刚性最大的弹簧。对两个弹簧来说，如果 k_1 比 k_2 大得多，那么改变较软一个弹簧的刚度 k_2 不会对综合刚度产生明显变化。

(d) 预加载荷弹簧 如果一个刚度为 k 的弹簧受一恒定力预加载荷 (图 10a 所示)，例如一重力 Q ，弹簧端点将移动一段距离 $X_0 = \frac{Q}{k}$ 。如果后来又加上另一力 P ，增加的变形 X 仍然和 P 成正比，即按下式：

$$X = \frac{P}{k}$$

预加载荷并不改变一个弹簧的刚度。

一种很常见的情况是两个并联弹簧之一受另一个预加载荷，如图 10b 所示。

a 点与两个弹簧相联结只有在受压条件下才能存在。图 10b₂ 中绘出了 (P, X) 的对应关系。直线 f_1 代表 a 点和

弹簧 2 之间的力。直线 f_2 代表 a 点和弹簧 1 之间的力。开始时, 两个弹簧分别压缩了 X_{10} 和 X_{20} , 产生两个大小相等方向相反的预加载荷力 F_{P1} 和 F_{P2} 。这一系统产生任何位移 X 所需要的外力, 等于两个弹簧的力 f_1 和 f_2 的代数和, 如图中粗线所示, 即 $f = f_1 + f_2$ 。由于弹簧的布置, 力 f_1 只能是正的, 而力 f_2 只能是负的。所以, 当 $X > X_{10}$ 时, 合成直线 f 和 f_1 重合; 当 $X < X_{20}$ 时, 合成直线 f 和 f_2 重合。换句话说, 在 $X_{20} < X < X_{10}$ 区间内, 综合刚度 $k = k_1 + k_2$; 当 $X < X_{20}$ 时, $k = k_2$; 当 $X > X_{10}$ 时, $k = k_1$ 。当 $X = 0$ 时, 两个弹簧分别产生预加载荷力 F_{P1} 和 F_{P2} , 两者大小相等符号相反, 因而外力 $P = 0$ 。

图 10c 提供图 10b 所示情况的一个实际例子, 图中物体 A 用螺钉 C 和物体 B 联结。联结受有预加载荷力, 使螺钉内的拉伸力等于作用在物体 A 上和表面 I、II 及 III 上的压缩力。螺钉的刚度是 k_C 。具有接合面 III 的物体, 刚度是 k_B 。显然, $k_B \gg k_C$ 。如果现在有一力 P 作用在物体 B 上, 那么表面 II 的位移将相当于系统的刚度:

$$k = k_B + k_C \approx k_B$$

螺钉较低的刚度几乎不起什么作用, 而由于物体 B 和接触面 III 的高刚度, 所以联结的刚度是很高的。只有当作用力 P 超过预加载荷力以后, 物体 B 和表面 III 上的压缩力才会消失, 然后联结的刚度才由螺钉的低刚度 k_C 来决定。

另一例子如图 10d 所示。一根轴在轴向由三个弹簧所支承: 轴承 1、轴承 2 和预加载荷弹簧 3。假定弹簧 3 的刚度 k_3 很低, 并且这系统受有预加载荷力 P_P 。弹簧 2 和 3 串联, 这使两者合在一起的刚度 k_{23} 近似地等于很低的刚度 k_3 。件 2 和 3 一起又和弹簧 1 并联。这样, 对整个支承来说, 低刚

度 k_3 可以忽略。于是，表示整个系统对外力 P 的响应的刚度，将近似地等于轴承 1 的刚度 k_1 ，即 $k=k_1$ 。

这只是外力 P 不超过预加载荷力 P_P 时的情况。当 P 超过 P_P 时，则综合刚度将近似等于 k_3 ，所以当 $P > P_P$ 时，则 $k=k_3$ 。

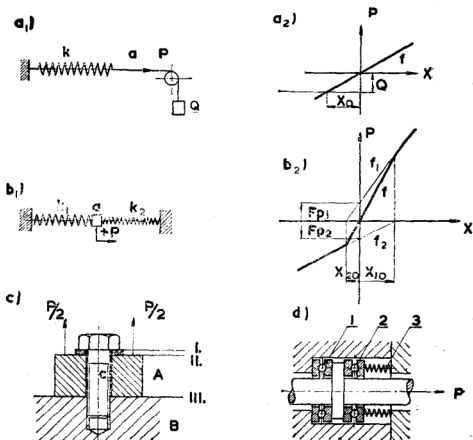


图 10 预加载荷弹簧

从静态观点出发，一台实际的机床可以用一个相当复杂的弹簧系统来表示。这些弹簧一部分并联，一部分串联，并且，还有两种同时都有的联结。为了根据静态准则 1 和 2 对它进行分析，经常有效的办法是把它分解成比较简单的系

统, 并研究各个组成部分的重要性。然后把注意力集中在“薄弱环节”上, 这些“薄弱环节”是对综合柔度作用最大的部分。这个综合柔度是在给定条件下引起重视的。

2.2.3 动态刚度和动态柔度

和静态情况相似, 动态刚度和动态柔度可以定义为联系力的数值和位移的数值的概念。同样, 力的作用点、力的方向和位移方向都必须加以确定。但是, 力和位移随时间而变化, 它们也都是时间向量。假定作用力是谐和激振力, 在线性系统内, 位移也是谐和位移。如所周知, 振动系统对谐和力的响应决定于激振力的频率 f 。所以, 如果动态刚度 k_{dyn} 和动态柔度 c_{dyn} 定义为力的幅度 P 和位移幅度 X 的比值, 它们是频率 f 的函数:

$$k_{dyn} = \frac{P}{X}(f), \quad c_{dyn} = \frac{X}{P}(f) \quad (17)$$

动态柔度 (dynamic compliance) 也叫作“接受率” (receptance)[⊖], 以后用字母 F 表示。和静态情况相似, “直接动态柔度”和“交叉动态柔度”的概念将用来分别说明力与位移的方向彼此重合和彼此不同的两种情况。

在很多情况下, 不仅要知道力和位移两个幅度之间的关系, 即它们作为时间向量的绝对值, 并且还要知道它们的相

⊖ “receptance”和“dynamic compliance”物理意义一样, 只是说法不同。动态柔度代表弹性物体振动时振幅除以激振力得到的比值。因此, 一物体或构件的动态柔度越大, 在一定激振力作用下, 它的振幅越大, 即越容易发生振动。所以从物理含义来说“receptance”一词, 可以译为“受振性”“易振性”或“振动柔度”。有的书上已译为“接受率”。鉴于“动态柔度”一词沿用较久, 其含义比较为大家所熟悉, 因此在以下各章中, 凡遇“receptance”一词时, 均仍用“动态柔度”。——译者

位关系。因此动态柔度 F 的值也必须作为时间向量来考虑。

从动态观点看，不仅结构各部分的弹性，而且还有它们的质量都有重要意义。机床的结构必须看做一个由许多弹簧和质量组成的振动系统。为了实际应用，把机床的结构当做一个具有有限自由度数的系统已经足够。对于每一自由度都联系着一个固有频率，一个阻尼值，一个固有刚度和一个相应的振型形状。有关动态特性详尽的说明连同相应的数学公式，见第二部分第2章。

静态分析和动态分析之间的关系

这里仅对静态刚度和动态特性之间的关系略加论述，而不列出准确的数学公式。

在本书第二部分将说明下述情况：如果在具有力的特定方向 (P) 和位移的特定方向 (X) 之结构上两特定点之间，有时要考虑静刚度，有时要考虑动刚度，那么各元件的静刚度对两种刚度的每一种的重要性是不同的。另外，动刚度是频率的函数，因此机床结构各元件的动刚度 \ominus 对综合刚度的重要性一定随频率而变化。

但是，特别对以前定义过的刀具和工件之间的综合刚度 K 和 K' 来说，经验表明，从动态观点出发，固有振动的基本振型比高阶振型更为重要。因为主要是在各高阶振型中，作用突出的弹簧与从静态考虑时作用突出的弹簧是很不同的。如果阻尼在机床基架中有规律地分布在各基本振型形状中，各个弹簧的作用将大致和静态变形形状中的作用相同。

所以，可以得出结论：如果把对静态综合刚度 K 或 K' 作用最大的那些弹簧的刚度分别提高，那么，在力的作用点

\ominus 原文为静刚度，似应为动刚度。——译者

和方向分别与 K 或 K' 对应的动态刚度也将提高。可能有这样的情况，由于基架的有关部分的高阻尼作用，在静态是重要的某些弹簧，在动态却是不重要的，因而从动态观点来看，它们的加强是不必要的。如果采用静态分析而不是动态分析作为改进结构的依据，那么某些努力就会成为浪费。

另外对于稳定性问题在本书第二部分中将指出，在机床某些特定加工方位形式中，各种振型的柔度的重要性是不同的。提高稳定性可以主要靠降低某一特定振型的柔度而并不改变其他振型的柔度，或者有时甚至增加某一特定振型的柔度。但是，应当指出，按相同比例降低所有振型的柔度，稳定性也将按相同比值增加。因此，这个方法是可靠的，即使从经济观点看来不是最好的。不过，对于许多机床在不同的加工工序中会出现不同的加工方位形式，在各个情况下，重要振型都是不同的。因而降低所有振型的柔度的方法与用详尽的动态分析所能得到的最佳方法将大致接近。

很多工厂缺乏动态测量的设备，又缺少了解动态分析方法的工程师。所以，从以上讨论可以得出的结论强调了基架静态刚度分析的重要性。如果作出了综合静态刚度 K 和 K' 的分析，并且在此基础上发现了“薄弱环节”，提高了它们的刚度，那么，按照准则 3 和 4 机床动态性能的改进也将可以得到。

现在可以举几个例子。对普通车床综合刚度 K' 的静态分析将发现以下几个重要弹簧：主轴及其支承，尾架的顶尖和套筒，刀架和拖板以及长车床上床身的扭转。动态分析将指出这些都同样是“薄弱环节”。但刀架和拖板是例外，因为这部分具有特别高的阻尼。这样，从静态分析和动态分析得出的建议将一致。动态分析除了指明装刀部分的静态柔度

不重要以外，还将提供利用改变尾架的方位来得到稳定性有效提高而费用又不大。如本书第二部分第四章第四节第三小节所述。

在立式升降台铣床中，静态分析会指明以下几个重要弹簧：主轴及其支承，铣刀装到主轴上的附件，立柱上部的扭转，升降台及其与立柱的连接部分。动态分析将不会找到其他“薄弱环节”。但是，它将把静态分析得到的结果按其重要性排成次序，指明：主轴连同它的支承和铣刀装卡附件的刚度对稳定性起主要作用，立柱上部的扭转是第二位重要的，至于升降台及其与立柱的连接部分，实际上不起任何作用。

2.3 准则1——机床基架由重力引起的变形

对于机床的“几何精度”，已经规定了若干要求，即对于安装刀具和安装工件各部件的行程的精度以及它们相互关系的精度。这些要求原先是由德国施莱辛格 (Schlesinger) 教授制订的，后来经过修改变成了国际或国家标准。它们通常被用作为机床的验收依据。几何精度的偏差，一方面产生于导轨和主轴及其支承的制造精度，一方面产生于由机床运动部分的重力分布变化对机床基架引起的变形。了解了制造方法的各种可能性（指达到精度的可能性——译者注），就可规定由变形产生的允许偏差。

应当认识到，不只机床运动部分的重量，而且还有可变的工件重量能引起基架的变形，所以，把检查中所用工件的规格包括进去，可以改进机床几何精度规范。

准则1可以更详细地陈述为：机床的结构应该这样设计，它的零件尺寸应该这样规定，以便机床结构变形的变化

量能保持在这样的范围内，它使得这种变化量加上制造引起的偏差可以经济地最好地满足机床几何精度的要求。这些机床结构变形是由机床各部件的重量和机床整个操作范围内工件重量分布的变动引起的。假定在导轨、主轴及其支承的制造精度是绝对的，允许的最大变形就可以直接从规定的几何精度得出。

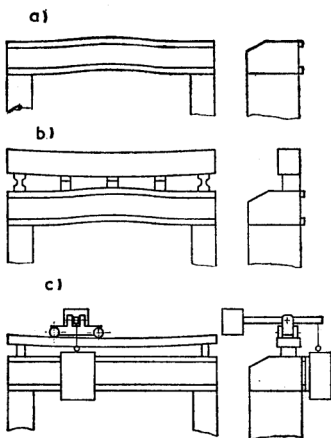


图 11 消除横梁变形的办法

为了满足这一准则，在结构及其零件的设计和制造上可以采取各种措施。例如，为了消除一台龙门铣床横梁变形的影响，可以把它的导轨故意做成不直的，方法是用刮研或者

在磨导轨时预先使夹紧的横梁变形，以便抵消滑座和头架的重量对横梁产生的变形（图 11a）。参考文献 1 中介绍的另一方法是在原横梁上方增加另一横梁，然后利用沿全长把两者联在一起的螺栓使横梁变形（图 11b）。另外一个方法（图 11c）是在原横梁上方安放另一横梁，在它上面安放一个能和滑座平行移动的装置（平衡重或液压油缸）来平衡掉滑座和头架的重量。在这里，附加横梁的刚度是不重要的。所有这三种方法都各有局限。第一种方法不能用于横梁上装有多于一个能单独移动的头架的情况。第二和第三种方法增加了机床的成本。它们必须根据机床的大小与加大横梁尺寸（从而提高刚度）使变形保持在所需限度以内的解决办法作比较。

这个准则以不同方式应用到各种型式的机床上。图 12 表示几个例子。图 12a 表示用于仿形车床的情况。因为主轴及其支承和尾架套筒的设计不同，两个顶尖的垂直方向刚度是不同的。工件的重量引起两个顶尖有不同的垂直方向挠度。工件尺寸不同时，两个顶尖挠度的差别就会变动。如果对某一工件调整到正好车出一个真正圆柱体，那么对重量不同的工件就将产生一个小锥度。这种影响每次可以通过调节样板的方向予以消除。但是，如果能够把尾顶尖的刚度做成和主轴的刚度相差不多，这种影响就可以忽略。

图 12b 表示一台平面磨床的情况。当立柱带着砂轮头架作横向运动时，床身和基础都发生变形，使砂轮和工件之间出现变化的相对位移，破坏了已磨表面沿工件横剖面的平面度。唯一的解决办法是保证床身相应的刚度。

图 12c 表示一台落地卧式镗床，它的主轴头架可以移动。头架及其附件（例如铣头）的重量改变着它相对于立柱

基面的力矩, 因而使主轴轴线对水平方向的倾斜也发生变化。这个影响可以通过改变静压导轨的间隙予以消除 (见参考文献 2)。另一解决办法是在头架上固定一电水平仪, 利用它的信号控制立柱导轨的间隙。这些解决办法必须同把床身、调平垫铁和立柱的底滑座设计得具有足够高的刚度的解决办法作比较。

图 12d 所示为重型立车的情况, 在某种程度上与龙门铣床的情况相似。但这里有一点不同: 横梁的变形不仅使由于滑座水平运动车出的表面的平面度发生偏差, 并且会使滑枕垂直方向走刀车出的圆柱度发生误差。工件直径不同时, 误差也不同。第一个误差直接决定于横梁的变形曲线, 第二个则决定于变形曲线的斜率。确定导轨的这种原始曲率以便预计这两个误差是不可能的。应当指出, 刀具的垂直方向偏差不仅与滑枕的变形有关, 而且还与立柱的倾侧有关, 因为刀具位置是在立柱前方某个距离, 每个立柱的倾侧随着溜板到该立柱的距离而变化, 因而它们对刀具垂直位置的联合影响是变动的。除了所有其他可能减少误差的措施外, 还需要对立柱的联结刚度和横梁的弯曲刚度与扭转刚度提出明确要求。

由上可知, 有许多方法能减少重力分布的变化对刀具和工件相对运动精度的影响, 但是没有一种方法能够完全消除重力的作用。所以永远需要保证机床结构的某些部分有一定的刚度, 以便使精度偏差能保持在所需限度以内。这个问题可以进一步用卧式镗床的工作台为例子加以说明。

卧式镗床的工作台经常在装有相当重的工件时作纵向和横向运动。需要调整的座标尺寸通常用刻线尺和光学读数装置来测量。测得的横向座标是工作台和溜板之间的相对运

动，垂直方向座标是头架和立柱之间的相对运动。这意味着座标尺寸并不是在主轴(头架)和工件(工作台)之间直接测量的，因而重现在主轴上的工作台和立柱之间的任何相对变形，都成为座标尺寸调整的误差。

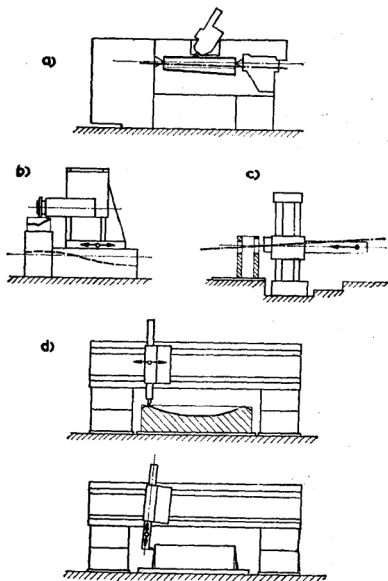


图 12 机床由零部件重量产生的变形

工作台和立柱之间的相对变形, 可以通过适当配置调整垫铁的位置来显著减少。这些垫铁把机床床身联结到基础上。卡敏斯卡娅 (Kaminskaya) 和弗兰库佐夫 (Francuzov)^[3] 曾经针对苏联莫斯科座标镗床厂的 2450、2450M 和 2A450 型座标镗床就这个问题进行过研究。研究的方法如图 13 所示。位于工作台两边的水平仪 L_3 和 L_4 读数的平均值与位于立柱根部水平仪 L_1 和 L_2 读数的平均值之差额给出了变形角, 由此就可求得主轴与工件之间在工作台之上某一特定高度的相对位移。图 14 所示为三种不同支点方案: 立柱下两个支点和床身前端一个支点——布置方案 1, 3; 床身端部两个支点和立柱下方一个支点——布置方案 5, 6; 七个支点分布在床身下方——布置方案 2, 4。

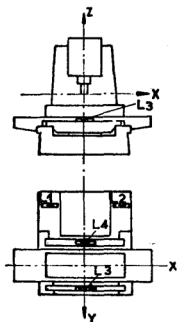
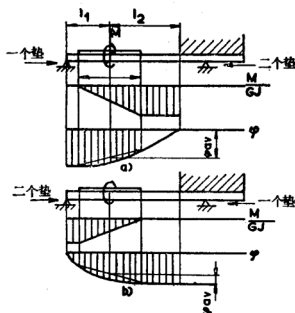


图 13 测量座标镗床变形时水平仪的位置^[3]

在图 14[⊖]里, 还给出了工作台和立柱底面之间的扭转角, 以方案 1 中的扭转角为标准。采用七个支承垫, 扭转角降低到 55% 或 60%。采用三个支承垫, 两个放在床身前部, 一个放在立柱下方, 扭转角在方案 5 中降低到 35%, 扭转角在方案 6 中降低到 15%。方案 6 效果较好的原因, 部分是由于 2A450 型机床床身的刚度稍高, 但主要是由于垫铁的位置更好, 床身下部的两个垫铁更靠近载荷的投影, 第三个垫

⊖ 原文为图15, 应为图14。——译者

支 承 分 布	机床型号 2450		机床型号 2450 M			机床型号 2A450
	1	2	3	4	5	6
角偏位 Θ_{xz}	1.0	0.60	1.0	0.55	0.35	0.15

图 14 支持床身的垫铁位置和床身的歪曲⁽³⁾图 15 两个基本情况的扭矩 M 和扭转角 φ 的图形

铁更靠近立柱的前边。

布置方案 5 和 6 对方案 1 和对七个垫铁方案的优越性是容易解释的。

当两个垫铁在后，一个垫铁在工作台下方时，由工作台偏心载荷产生的扭矩被后面两个垫铁的反作用力所平衡，因而工作台和立柱之间床身的整个长度被扭曲。

当在前面有两个垫铁反作用于扭矩，在立柱下方只有一个垫铁时，工作台和立柱之间床身的扭转实际上不会产生。图 15 表示两种方案的扭矩图和扭转角图。载荷是假设从工作台均匀地传到床身的。图中标注有工作台和立

柱底面之间的平均相对扭转角的大小。

在捷克机床研究所 (VÚOSO)^[4], 对卧式工作台镗床的模型进行了类似的试验。图16表示试验的结果。图中标出了两种床身型式 I 和 IV 支承垫的各种布置情况。床身轮廓图中, 画阴影线的部分表示立柱的位置。图上方由实线连接的点代表床身前部和后部之间的相对扭转; 由虚线连接的点代表主轴和工件之间的相对水平位移。床身 IV 比床身 I 的抗扭刚度高很多倍, 这从两个图的标尺不同可明显看出。不过两种型式的趋势是类似的。图中左起第二个布置方案中, 基础不负担任何扭转载荷, 所以床身的扭曲最大。后面只有一个垫铁的第一个方案里, 载荷几乎由基础直接承担, 床身的扭曲实际上为零。在其他方案中, 基础负担一部分载荷。不管是 4、6 或 8 个垫铁, 差别都不大。对柔性很大的床身 I, 基础的加强作用相对地更大。试验研究是对比较紧凑的床身设计进行的, 因为这些床身对应于较小尺寸的镗床。对于较

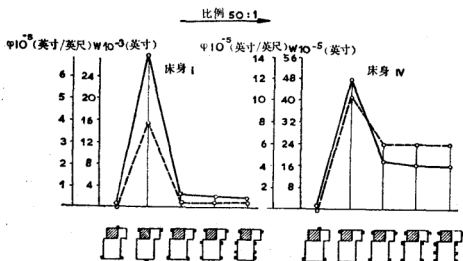


图 16 支承垫位置不同在两种型式床身上引起的扭转角 φ 和主轴—工件相对位移 w

大的镗床，床身高度相对于其长度和宽度来说是比较低的，因而支承在仅仅三个垫铁上是不够的，这不代表最优解决办法。应当采用更多数目的支承垫铁还有其他原因。因为迄今只考虑了床身扭转变形引起的位移，这位移出现在主轴与工件之间水平方向（W）内。工作台上的载荷也引起床身在（U）、（V）平面内的弯曲变形，这变形造成了刀具与工件之间的垂直（V）相对位移。为了减小床身的弯曲，必须用更多的垫铁。最后，如果只用三个垫铁就能最好地满足准则1的要求，那么可以发现稳定性准则4却要求床身具有最大的抗扭刚度，因为以相反方向作用在主轴上和工件上的切削力引起床身的扭转载荷，因此，需要把床身完全和基础联结起来。

一旦对某一特定机床类型按照准则1利用优选支承垫铁的数目和它们的分布方式来限制变形的可能性进行了分析，就可以对床身的抗扭及抗弯刚度规定若干特定要求。问题是如何用最轻的床身重量来得到这些最佳的刚度。现在将阐述一些可以得出最佳设计若干规则的试验结果。利用这些规则（以本书第四部分将要说明的计算方法作补充），就可得到设计床身的准确数据。

首先，阐述卧式镗床床身两种不同设计满足准则1的情况。两台机床的镗杆直径都是4英寸，如图17、18所示。从图中可以看出床身的设计情况。试验时，加在工作台上的载荷是4400磅。测量是在工作台处于不同位置时进行的，如图19所示。

机床A装在普通水泥地上，用10个螺钉固定。机床B装在30英寸厚的水泥基础上，用20个地脚螺钉固定。图20和图21以同一比例 W 表示在工作台中心九个位置上的主轴与

工件之间的相对位移。这位移在工作台面上方4英寸处测得，图中用有阴影线的方柱表示。代表 W 误差大小的方柱分成三部分，分别代表工作台与溜板、床身及立柱的影响。可以看出，和机床 A 比起来，机床 B 产生的“工作台和溜板”系统的变形小得多，而且还减少床身的变形。机床 A 的重量是25000磅，机床 B 的重量是37400磅。

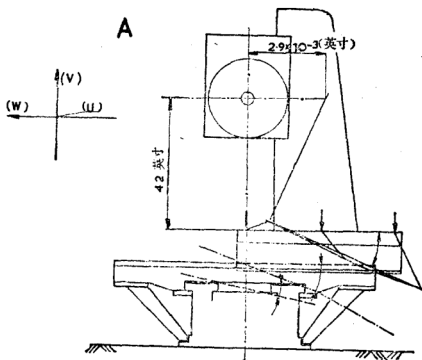


图 17 试验机床 A

图 22 表示与图 16 有关的捷克机床研究所的模型。这些模型是铸铁的，外形尺寸为 32 英寸×60 英寸×24 英寸。用了四种模型：I 如图中左边所示；II 与 I 相同，但底面加了一块 0.6 英寸的钢板，使箱式床身封闭；III 如图右边所示，和 I 的区别在于它有垂直的全高加强筋板；IV 与 III 相同，但

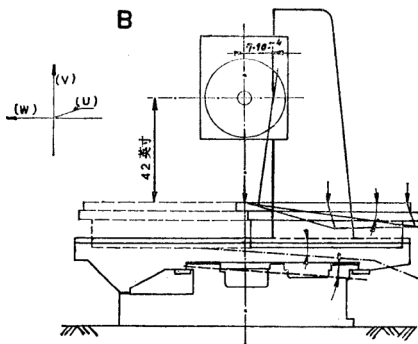


图 18 试验机床 B

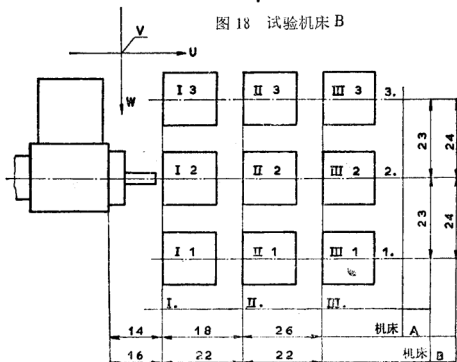


图 19 试验时工作台的不同位置

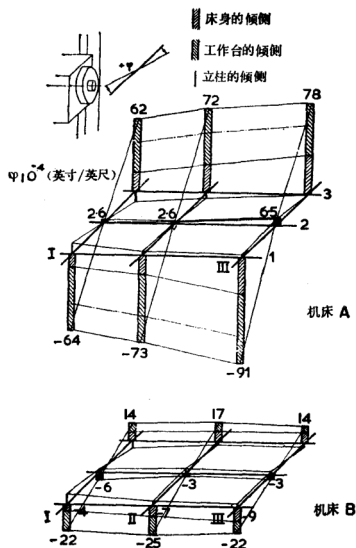


图 20 两台机床工作台不同位置的倾斜

增加了底面钢板。对于所有这几种模型，床身都是装在 6 英寸厚的水泥地上。在距离床身中心线 40 英寸处，加 700 磅的载荷，如图 23 所示。

图 24 表示四种床身在抗扭刚度上的差别。左边的图中测得数值的情况是床身支承在 3 个垫铁上，只有一个垫铁在载

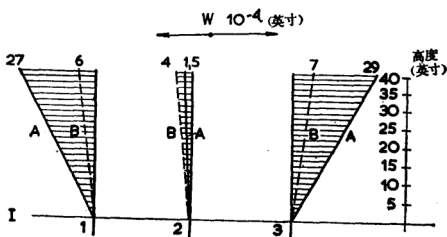


图 21 两台机床主轴与工件之间 W 向相对位移

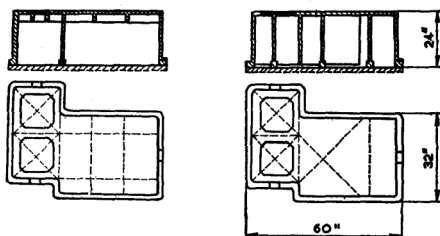


图 22 试验床身模型

荷下边，因此没有扭矩传到基础上去。右边的图表示了基础对抗扭刚度的影响，扭矩由 6 个垫铁传给基础。可以看出，加强筋板的结构能提高床身抗扭刚度大约 10 倍，加强筋板及封闭底板的结构能使床身抗扭刚度增加约 60 倍。水泥地使最

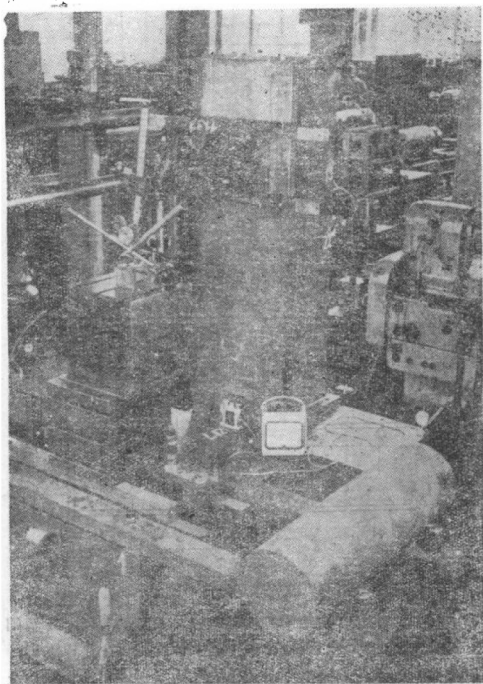


图 23 试验床身模型加载图

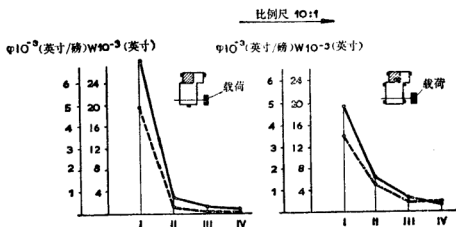


图 24 试验床身扭转刚度

柔的床身 I 刚度增加约 14 倍，使刚度最好的床身 IV 刚度仅增加 2 倍。考虑到水泥地的作用，床身 IV 的刚度仍比床身 I 的高出 16 倍。

无须进行更详细的讨论就可以做出结论，象上面刚描述过的试验指明了一个思路，沿着这个思路就可根据准则 1 设计卧式镗床床身的基本规范。试验同时还提供了一些可以作为数学分析基础的细节，由此可以制订出最后的设计规范。在本书第四部分第一章中，将给出分析一台卧式工作台镗床的例子。

2.4 准则 2——机床结构由切削力引起的变形

在轻切削情况下，由于切削力很小，切削过程对加工表面精度的影响可以忽略不计。准则 2 所表示的是切削过程的精度和生产率两方面的要求。

如果刀具—机床—工件系统的变形在刀具与工件之间产生相当大的相对位移，并且如果这个位移在整个切削过程中保持不变，那么工件的形状精度不会有误差。但是，情况并

非如此。相对位移 Y' ，

$$Y' = \frac{P}{K'} = PC'$$

它在切削过程是变化的，这是因为下列两者都有变化：

(a) 综合柔度 C' 的大小；

(b) 切削力 P 的大小。

综合柔度 C' 变化是因为在切削过程中刀具和工件改变了它们在机床结构范围内的相对位置。

切削力变化是因为被加工的毛坯并不具有理想的几何形状，结果加工余量必然沿刀具—工件行程而变化。

以下几节将说明综合柔度变化的性质。由于切削有不同的特性，准则 2 将分别对它们（车削、刨削、铣削）与磨料操作（磨削）进行分析。

2.41 综合柔度 C' 的变化

为了说明综合相对（刀具—工件）柔度 C' 变化的原因，将较详细地描述车削圆柱形工件的情况。

首先假定工件是绝对刚体，并假定两个顶尖都是对工件不产生任何力矩的简单支承，情况如图 25 所示。左支承（主轴顶尖）的柔度是 c_1 ，右支承（尾架顶尖）的柔度是 c_2 ，工件长度是 l ，力 P 作用点到主轴顶尖的距离是 x 。

左右支承的反作用力 P_1 和 P_2 分别为：

$$P_1 = P \frac{l-x}{l}, \quad P_2 = P \frac{x}{l} \quad (18)$$

于是支承的位移是：

$$y_1 = P \frac{l-x}{l} c_1, \quad y_2 = P \frac{x}{l} c_2 \quad (19)$$

力作用点的位移是：

$$y = y_1 + (y_2 - y_1) \frac{x}{l} \quad (20)$$

力作用点的综合柔度 C 是:

$$C = \frac{y}{P} = \frac{c_1 + c_2}{l^2} x^2 - \frac{2c_1}{l} x + c_1 \quad (21)$$

方程式 (21) 代表座标为 (x, C) 的抛物线。 C 的最小值出现在距离 x_0 处:

$$x_0 = \frac{c_1 l}{c_1 + c_2} \quad (22)$$

并且

$$c_{\min} = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \quad (23)$$

后面将证明, 为了保持工件的形状精度, 最大最小柔度之差 Δc 是重要的。如果假定 $c_2 > c_1$, 则:

$$\Delta c = c_2 - c_{\min} = \frac{c_1^2}{c_1 + c_2} \quad (24)$$

图26中给出三种不同的顶尖柔度比

$$c_2 = c_1$$

$$c_2 = 2c_1$$

$$c_2 = 3c_1$$

时综合柔度的抛物线, 相应最小柔度

分别为 $\frac{1}{2}c_1$, $\frac{2}{3}c_1$,

$\frac{3}{4}c_1$ 。相应综合柔

度差的最大值分别

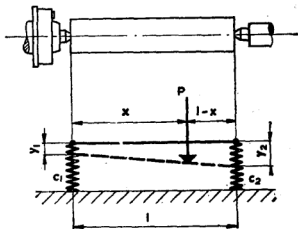


图 25 在顶尖间车削一圆柱形工件

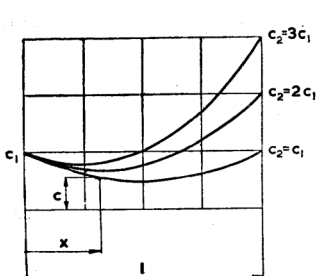


图 26 综合柔度的抛物线

$$\text{为 } \Delta_c = \frac{1}{2}c_1, \frac{4}{3}c_1, \frac{9}{4}c_1。$$

如果一个工件装在顶尖上进行车削，那么作用在工件上的反作用力不仅在两个顶尖处有，而且在驱动拨销处也有(图27)。现在来求切削力作用在工件长度中点的情况下工件的位移。

相对于工件中心 O ，力 P 作用在垂直于半径 a 处。可以用作用在中心 O 的另一个力 P 和一个扭矩 $P \cdot a$ 来代替这个力 F 。这力被两个端面 1 和 2 内的反作用力所

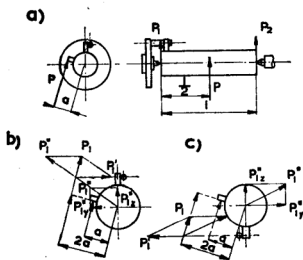


图 27 拨销和顶尖上的反作用力

平衡，扭矩则只有平面 1 内的反扭矩与它平衡，因为工件在平面 2 内不能抵抗扭矩的，尾顶尖只能起到支承作用。

图 27b 表示驱动拨销在工件中心上方位置时平面 1 内的

各个作用力和反作用力。中心 O 处的力 $P_1 = \frac{P}{2}$ 和整个扭矩 $P \cdot a$ 两者都在这个平面内。这两者可用垂直于半径 $2a$ 处的力 $P_1 = \frac{P}{2}$ 的作用所代替。力 P_1 可分解为加在拨销上的力 P'_1 和加在顶尖上的力 P''_1 。顶尖上承受的力 P''_1 又被分解为垂直分力 P''_{1x} 和水平分力 P''_{1y} 。可以看出, P''_{1y} 分力方向和原来的力的水平分力 P_y 方向相反, 而且 P''_{1y} 的值等于作用在尾顶尖上的反作用力 $\frac{P_y}{2}$ 的 4 倍。头架顶尖负柔度这一似乎荒谬的事实就是由于拨销的作用而发生的。

图 27c 表示拨销在工件中心下方位置时平面 1 内的情况。用上述情况相似的方式, 可以发现顶尖受有水平分力 P''_{1y} , 它和原来的水平分力 P_y 方向相同并且等于 $\frac{P_y}{2}$ 的 6 倍。两种情况下顶尖上的垂直负荷都等于 $P''_{1x} = \frac{P_x}{2}$ 。

上述事实可以由一台特定车床上测得的结果来说明。如

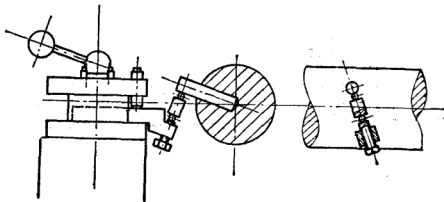


图 28 刀具—工件系统加载方式

图28所示, 使一力作用在刀架与装在顶尖上的工件之间。力是通过代替刀具的夹持器上的螺钉, 使整个系统受力而产生的。螺钉和工件之间装着一台应变仪式测力仪。加力方向大致和切削力方向一致。工件的直径比较大, 以便使工件本身的变形最小。变形是沿着中心线在许多点上测量的。图29表示拨销在顶尖上方时垂直面内由单位力产生的变形。三条线 a 、 b 、 c 连接各个点的变形, 它们分别对应于力加在 A 、 B 、 C 三点上。在 A 、 B 、 C 三点上方相应的 a 、 b 、 c 线上可以分别得出综合柔度 $\ominus C_A$ 、 C_B 、 C_C 。联结 C_A 、 C_B 、 C_C 三点的粗曲线, 是综合垂直柔度的抛物线。最小和最大综合柔度 C_{\min} 和 C_{\max} 均已注明。从 a 、 b 、 c 三条折线的形状,

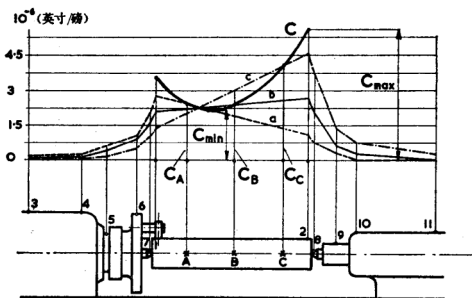


图 29 装在顶尖中间的工件垂直柔度

- ① 原书中作 C_A' 、 C_B' 、 C_C' , 应改为 C_A 、 C_B 、 C_C , 因讨论的是垂直方向上的柔度。——译者
- ② 原书中作 C'_{\min} 和 C'_{\max} , 应改为 C_{\min} 和 C_{\max} , 理由同前。——译者

可以对各元件在产生综合柔度上分担的作用作出判断。这样，可以看出对最后变形起作用的主要是主轴端部、尾架套筒和两个顶尖。应当指出，图中所有变形都是相对于车床床身的导轨而言，并且只是工件方面的变形。刀具的变形没有考虑。

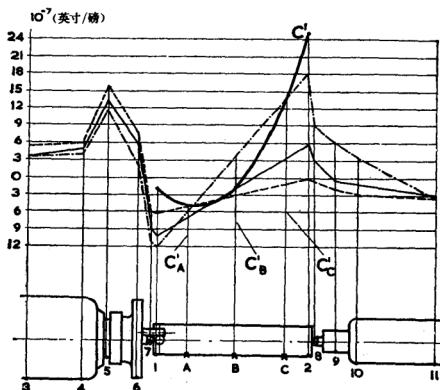
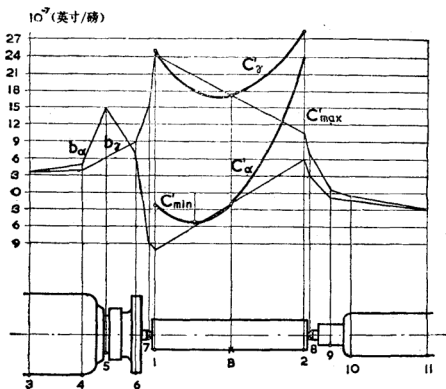
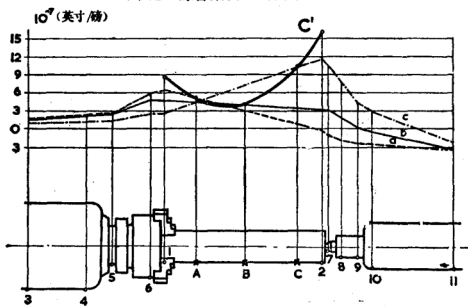


图 30 综合柔度 C'

图30所示为水平面内的柔度，它是按上述情况类似形式绘制的。可以看出，工件左端部分的综合柔度是负的。

图31所示为当工件旋转时力作用在 B 点的情况下在一转内工件左端的柔度变化的极坐标。图中向径表示柔度，向

图 32 综合刚度 C' 的两个极限图 33 工件卡紧在卡盘内和顶尖上的综合刚度 C'

刀具沿工件轴线运动的综合柔度曲线，大致是一抛物线，它有一个极小点和一个数值最大的点，可大致取为极大点。

车床上刀具和工件之间的综合柔度不仅包括工件的柔度，而且包括刀具的柔度。后者到目前为止一直都被略掉，

其理由现在予以说明。车床上刀架的水平柔度与上溜板的设计有很大关系，而它对力的方向很敏感。

图 34 给了在三种不同车床型式上，当力 P 作用的方向使垂直和水平分力的比值为 $P_z:P_y=3:1$ 时，刀尖水平和垂直绝对位移的测量结果。可以看到，情况 a 和 b 中，水平柔度是负的；情况 c 中它是正的。不难想象，力的方向稍微不同时，刀尖的绝对水平柔度可以是零，即刚度可以是无穷大。

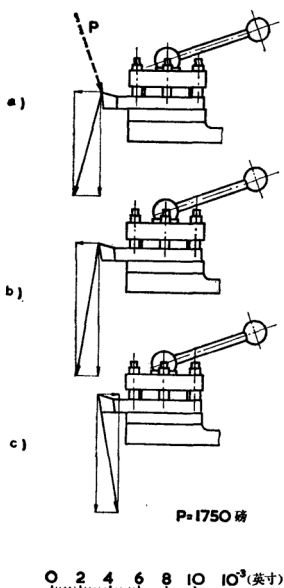


图 34 三种不同车床上刀具的位移

到目前为止，工件的柔度一直被忽略。实际上，综合柔

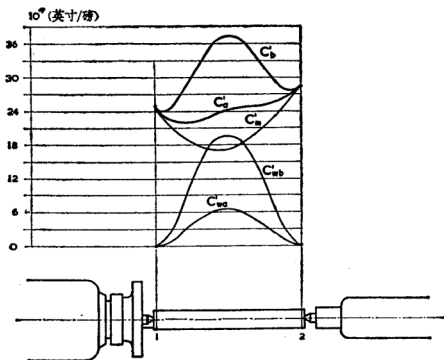


图 35 工件和机床的柔度

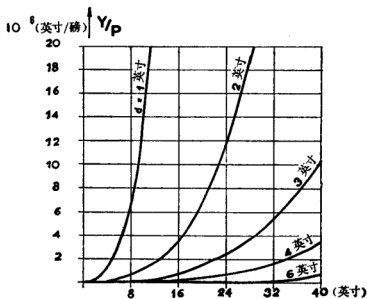


图 36 圆柱形工件中间的直接柔度

度是工件为无限刚度时的机床柔度再加上工件的柔度。当然，这个简单规则，只有在工件刚度对机床刚度并无逆影响时才是正确的。而工件装在顶尖上正是这种情况。图35中的曲线 C_m' 代表机床的水平综合柔度，曲线 C_w' 和 C_w'' 代表工件的柔度（圆柱形工件长24英寸，(a) 的直径为 $3\frac{1}{4}$ 英寸，(b) 的直径为 4 英寸）。曲线 C_m' 和 C_m'' 代表机床和工件两者柔度之和。

为了指出圆柱形工件的柔度的重要性，图36给出装在绝对刚性顶尖上的几个圆柱形工件的最大柔度值，以它们的长度 l 和直径 d 的函数表示。

这里相当详细地分析了普通车床的例子，为的是解释刀具与工件间的综合柔度怎样以及为什么变化。在不同类型的机床上，这一变化的原因一部分是类似的，一部分是不同的，并且在加工特定型式的工件时，刀具和工件间的综合柔度变化的状态也是不同的。图37的曲线代表了几种最普通类型机床的综合柔度变化的形式，这里不作更详细的分析。

在图37内，a 图 为工件装在顶尖间的外圆磨削，情况和普通车床类似。b 图 表示工件悬臂夹持的内圆磨削，综合柔度随着到卡盘的距离迅速增加。对于通常情况来说，主轴—工件系统引起的变形在这里被夸大了。通常这种变形与砂轮主轴的变形相比是可以忽略的。后者在砂轮相对于工件的全行程内是保持不变的。c 图 表示在铣床上当溜板和工作台运动时，机床基架的基本部分并不变形，因而综合相对柔度几乎没有变化。d 图 表示单柱刨床或铣床的情况，它无须说明。e₁ 图 表示镗削的情况，其中镗刀沿着工件的相对轴向运动是由伸长镗杆实现的。综合相对柔度发生了相当大的变化。如果如 e₂ 图情况所示，轴向运动不是由镗杆的伸长而

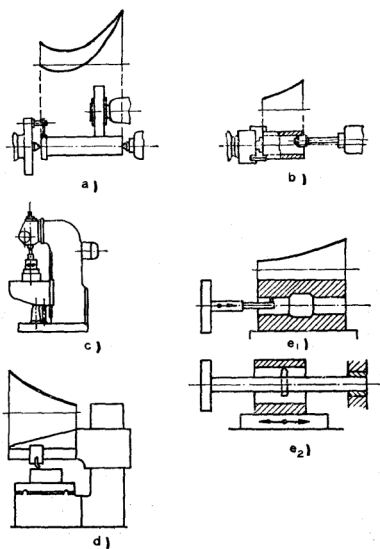


图 37 各种类型机床综合柔度的变化

是由工作台移动来完成，则综合相对柔度几乎不发生什么变化。

2.4.2 在切削工序中由切削力引起的变形

首先假定综合相对柔度 C' 不会发生变化，为了简明起见，切削工序进行前的工件毛坯将称为“毛坯”，切削工序

完成后的工件则称为“工件”。

毛坯形状对规定的几何形状的偏差用 Δ 表示。这可以是圆度、圆柱度、锥度、平面度等误差，或者是所有各个误差之和。工件形状的误差用 δ 表示。

对于切削力 P 的值，采用普通的公式：

$$P = P_u \cdot t \cdot s^{0.75} \quad (25)$$

式内 t 是切削深度， s 是每转进给量，单位全是英寸。常数 P_u (单位：力) 决定于切削条件、刀具几何形状和工件的材料。从定量来说，可取平均常用值：

$$P_u = 1.4 \times 10^5 \text{ 磅力/英寸}^2 \quad (26)$$

这相当于单刃切削加工(车削、刨削、镗削)，刀具导角(即主偏角——译者) $\kappa = 45^\circ$ 。铣削时力 P 是指平均切削力，用以代替所有同时进行切削的各刀齿切削力之和。

刀具与工件之间的最终挠度 y' 是：

$$y' = P \cdot C' = P_u \cdot t \cdot s^{0.75} \cdot C'$$

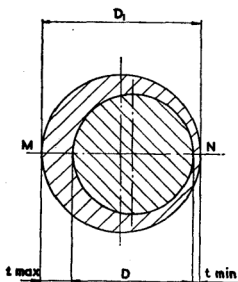


图 38 毛坯偏摆引起的切深变化

因为有形状误差 Δ ，毛坯上各点的切削深度是不同的。例如，如果直径 D_1 的毛坯有些偏摆(见图38)，那么为了得到工件的最后直径 D ，需要从 M 点切除裕量 t_{\max} ，从 N 点切除裕量 t_{\min} 。切削深度的最大差值等于圆心度误差 Δ ：

$$t_{\max} - t_{\min} = \Delta$$

这样导出：

$$y'_{\max} = P_u \cdot t_{\max} \cdot s^{0.75} \cdot C'$$

$$y'_{\min} = P_u \cdot t_{\min} \cdot s^{0.75} \cdot C'$$

工件的最后形状误差 δ :

$$\delta = y'_{\max} - y'_{\min} = P_u \cdot C' \cdot s^{0.75} \cdot \Delta \quad (27)$$

毛坯的形状误差就复映于工件上。复映的程度可以用比值 u 表示:

$$u = \frac{\delta}{\Delta} \quad (28)$$

比值 u 还可称为工件的单位误差。这一误差是在给定切削条件和给定柔度 C' 的情况下, 对应于毛坯单位误差的形状误差。

从式(27)及对平均常用值 P_u ,

$$u = 1.4 \times 10^5 \cdot s^{0.75} \cdot C' \quad (29)$$

如果选取一最常用的综合相对柔度值 $C' = 4 \times 10^{-6}$ 英寸/磅, 则对应于常用每转进给量的“复映率”或“单位误差” u 的数值如下:

$$s = 4 \times 10^{-3} \text{ 英寸/转} \quad u = 9 \times 10^{-3}$$

$$s = 8 \times 10^{-3} \text{ 英寸/转} \quad u = 1.5 \times 10^{-2}$$

$$s = 1.2 \times 10^{-2} \text{ 英寸/转} \quad u = 2 \times 10^{-2}$$

因为单位误差和柔度值 C' 成正比, 很容易求出对其他 C' 值的 u 值。

如果以进给量 s_1 进行了一次粗切, 再以进给量 s_2 进行了一次精切, 用 δ_1 表示粗切后的误差, 用 δ_2 表示精切后的误差, 则:

$$\delta_1 = P_u \cdot C' \cdot s_1^{0.75} \cdot \Delta$$

$$\text{而} \quad \delta_2 = P_u \cdot C' \cdot s_2^{0.75} \cdot \delta_1 = P_u^2 \cdot (C')^2 \cdot s_1^{0.75} \cdot s_2^{0.75} \cdot \Delta \quad (30)$$

对于所取平均常用 P_u 值,

$$u_2 = \frac{\delta_2}{\Delta} = 1.96 \times 10^{10} \cdot (C')^2 \cdot s_1^{0.75} \cdot s_2^{0.75} \quad (31)$$

图 39 是方程式(29)的列线图, 由图可以对给定的柔度和给定的进给量求得单位误差 u 值, 或者, 为了在一次切削后要求达到某一单位误差, 可以从中确定应当采用的进给量。

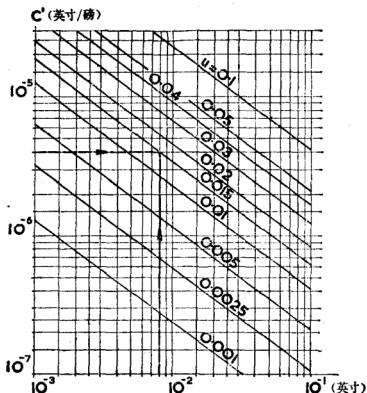


图 39 确定一次切削(走刀)后单位误差用的列线图

通过粗切后再进行一次精切, 工件的精度可大大改善。
如果相继的几次切削都是用同一进给量进行的, 则:

$$\delta_1 = P_n \cdot C' \cdot s^{0.75} \cdot \Delta = u_1 \cdot \Delta$$

$$\delta_2 = u_1^2 \cdot \Delta \quad u_2 = u_1^2$$

$$\delta_3 = u_1^3 \cdot \Delta \quad u_3 = u_1^3$$

$$\delta_n = u_1^n \cdot \Delta \quad u_n = u_1^n$$

工件误差是按几何级数递减的, 例如, 如果 $u_1 = 1.5 \times 10^{-2}$,

则头三次切削的比值 $\frac{\delta_n}{\Delta}$ 是:

$$u_1 = 1.5 \times 10^{-2}$$

$$u_2 = 2.25 \times 10^{-4}$$

$$u_3 = 3.38 \times 10^{-6}$$

实际上, 因为在随后的走刀中降低了进给量, 工件误差降低得比几何级数还要快。图 40 表示用于走刀两次的切削的方

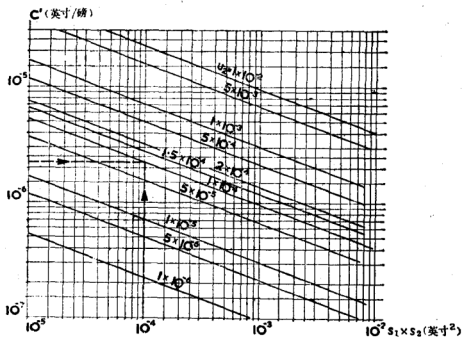


图40 两次切削后决定单位误差的列线图

程式(31)的列线图。由此, 可以得出例如: 原始误差 $\Delta = 4 \times 10^{-2}$ 英寸, 柔度 $C' = 4 \times 10^{-6}$ 英寸/磅, 如果粗切进给量取 $s_1 = 12 \times 10^{-3}$ 英寸/转, 精切进给量取 $s_2 = 4 \times 10^{-3}$ 英寸/转, 单位误差为:

$$u_2 = 1.8 \times 10^{-4}$$

且 $\delta_2 = 7.2 \times 10^{-6}$ 英寸 (32)

这一数值是可以忽略的。在这种情况下, 大到十倍的原始误差 ($\Delta = 0.4$ 英寸) 也不会留下实际上能量得出来的“复映误差” δ_2 。再举第二个例子。在一台卧式镗床上, 要用直径为

$2\frac{3}{8}$ 英寸, 长度为 60 英寸的镗杆上位于中间的镗刀镗削 24

英寸长的孔。原始误差是 $\Delta = 4 \times 10^{-2}$ 英寸。假设镗杆一端固定, 另一端自由支承, 它中点的直接柔度将为 $C = 1.8 \times 10^{-5}$ 英寸/磅。如果径向切削分力假定为总值的 0.3, 结果交叉柔度 $C' = 5.4 \times 10^{-6}$ 英寸/磅。取两次走刀的进给量 $s_1 = 8 \times 10^{-3}$ 英寸/转, $s_2 = 2 \times 10^{-3}$ 英寸/转。最后误差将是:

$$\begin{aligned} \delta_2 &= 1.96 \times 10^{10} \times (5.4 \times 10^{-6})^2 \times (8 \times 10^{-3})^{0.75} \\ &\quad \times (2 \times 10^{-3})^{0.75} \times 4 \times 10^{-2} = 5.8 \times 10^{-6} \text{ 英寸} \end{aligned} \quad (33)$$

这一数值仍然是很小的。

到此为止, 综合相对柔度 C' 都假定是恒定的。一般地说, 如第二章第四节第一小节所述是不正确的。如图 41 所示, 在切削时切削深度在变, 因而切削力以及综合柔度 C' 都在变化。刀具与工件之间的位移在沿刀具行程的每一点是:

$$y' = P_r \cdot s^{0.75} \cdot t \cdot C'$$

切削一次后工件的形状误差 δ 是:

$$\delta = P_u \cdot s^{0.75} [(t \cdot C')_{\max} - (t \cdot C')_{\min}] \quad (34)$$

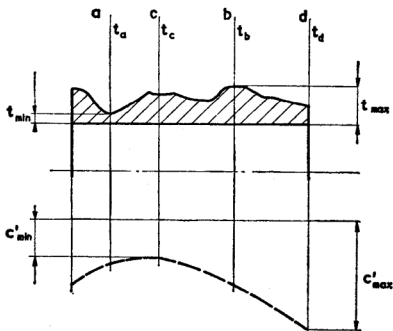


图 41 在切削过程中切削深度与综合柔度两者都在变化

最不利的情況发生在最小切削深度点 t_{\min} 与最小柔度点 $(C')_{\min}$ 重合时，以及最大切削深度点 t_{\max} 与最大柔度点 $(C')_{\max}$ 重合时。在图 41 中，这意味着 a 点和 c 点重合，而 b 点则和 d 点重合。于是得：

$$\begin{aligned}\delta_{\max} &= P_u \cdot s^{0.75} (t_{\max} \cdot C'_{\max} - t_{\min} \cdot C'_{\min}) \\ &= P_u \cdot s^{0.75} \cdot t_{\max} \left(C'_{\max} - \frac{t_{\max} - \Delta}{t_{\max}} \cdot C'_{\min} \right) \\ &= P_u \cdot s^{0.75} \cdot t_{\max} (C'_{\max} - C'_{\min} + \Delta \cdot C'_{\min})\end{aligned}$$

最后得：

$$\begin{aligned}\delta_{\max} &= P_u \cdot s^{0.75} [t_{\max} \cdot \Delta C' + \Delta \cdot C'_{\min}] \\ &= P_u \cdot s^{0.75} [t_{\min} \cdot \Delta C' + \Delta \cdot C'_{\max}]\end{aligned}\quad (35)$$

工件的最大可能形状误差包括两部分：

$$\delta_{\max} = \delta_A + \delta_B$$

其中
$$\delta_A = P_u \cdot t_{\max} \cdot s^{0.75} \cdot \Delta C'$$

取决于对应最大切削深度的最大切削力与最大柔度差的乘积。而

$$\delta_B = P_u \cdot \Delta \cdot s^{0.75} \cdot C'_{\min}$$

取定于切削力的最大变化与最小柔度的乘积。

例 1 在车床顶尖中间车一圆柱形工件。毛坯形状误差 $\Delta = 8 \times 10^{-2}$ 英寸，切削深度 $t = 1.6 \times 10^{-1}$ 英寸，进给量 $s = 8 \times 10^{-3}$ 英寸/转，柔度相当于图 32 所示情况：

$$C'_{\min} = -5.6 \times 10^{-7} \text{ 英寸/磅}, \quad C'_{\max} = 4.2 \times 10^{-6} \text{ 英寸/磅}$$

$$\Delta C' = 4.80 \times 10^{-6} \text{ 英寸/磅}$$

$$\begin{aligned} \delta_A &= 1.4 \times 10^5 \text{ 磅/英寸}^2 \times 1.6 \times 10^{-1} \text{ 英寸} \\ &\quad \times (8 \times 10^{-3})^{0.75} \text{ 英寸} \times 4.80 \times 10^{-6} \text{ 英寸/磅} \\ &= 2.9 \times 10^{-3} \text{ 英寸} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_B &= 1.4 \times 10^5 \text{ 磅/英寸}^2 \times 8 \times 10^{-2} \text{ 英寸} \times (8 \times 10^{-3})^{0.75} \text{ 英寸} \\ &\quad \times (-5.6 \times 10^{-7} \text{ 英寸/磅}) = -1.7 \times 10^{-4} \text{ 英寸} \\ \delta_{\max} &= \delta_A + \delta_B = 2.7 \times 10^{-3} \text{ 英寸} \end{aligned}$$

当然，这一数值只适用于符号为上述最大 δ 的条件。

切过第一刀之后，误差这样分配：最大直径发生于最大柔度处，最小直径发生于最小柔度处。这样，下一次走刀时最大工件误差的条件自动得到满足。如果切了第二刀，用的切削深度 $t_2 = 2 \times 10^{-2}$ 英寸和进给量 $s_2 = 4 \times 10^{-3}$ 英寸/转，则结果将是：

$$\begin{aligned} \delta_{A2} &= 1.4 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-2} \times (4 \times 10^{-3})^{0.75} \times 4.8 \times 10^{-6} \\ &= 2.15 \times 10^{-4} \text{ 英寸} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_{B2} &= 1.4 \times 10^5 \times 2.7 \times 10^{-3} \times (4 \times 10^{-3})^{0.75} \\ &\quad \times (-5.6 \times 10^{-7}) = -3.4 \times 10^{-6} \text{ 英寸} \end{aligned}$$

$$\delta_{\max 2} = \delta_{A2} + \delta_{B2} = 2.12 \times 10^{-4} \text{ 英寸}$$

极为重要的是要注意到这一情况：这种误差和毛坯的原有形状误差造成的“复映”误差不同。前面已经指出，复映误差随走刀次数迅速减小。但由柔度变化造成的误差却和以前的走刀无关，而仅仅取决于最后一次走刀的切削力。如果几次连续的走刀全用相同的切削深度和相同的进给量，工件形状误差的这一部分并不会减小，而是保持恒定。“复映”误差却是按几何级数递减的。为了使柔度变化造成的误差小，必须在最后一次走刀时选择很小的切削深度和很小的进给量。

例 2 在卧式镗床上利用镗杆进给，镗削一个直径为 5 英寸、长度为 12 英寸的孔。镗杆直径为 2.5 英寸，镗刀固定在镗杆伸出的一端。图 42 所示为试验得到的镗杆端部的直接柔度与镗杆伸出长度的关系。如果采用比值 $P_y:P=1:3$ ，则交叉柔度 C' 将等于直接柔度的三分之一。这样，利用图 42 将得到：

$$C'_{\min} = 8.5 \times 10^{-6} \text{ 英寸/磅}, \quad C'_{\max} = 5.3 \times 10^{-6} \text{ 英寸/磅}$$

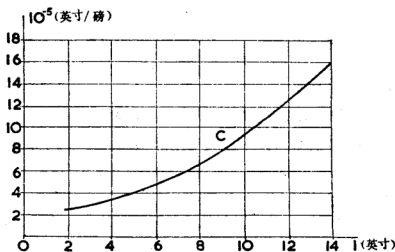


图 42 直径为 2.5 英寸镗杆伸出 l 英寸时端部的直接柔度 C

$$\Delta C' = 4.4 \times 10^{-5} \text{ 英寸/磅}$$

第一次走刀采用 $t_1 = 1.2 \times 10^{-1}$ 英寸, $s_1 = 1.2 \times 10^{-2}$ 英寸/转。毛坯形状误差为: $\Delta = 4 \times 10^{-2}$ 英寸。

第一次走刀后, 各误差将是:

$$\delta_{A1} = 2.7 \times 10^{-2} \text{ 英寸}, \quad \delta_{\max 1} = 2.9 \times 10^{-2} \text{ 英寸}$$

$$\delta_{B1} = 1.7 \times 10^{-3} \text{ 英寸}$$

第一次走刀后留下的误差是很大的。第二次走刀所选的切削深度必须大于 $\delta_{\max 1}$ 。因此, 选 $t_2 = 3 \times 10^{-2}$ 英寸与 $s_2 = 2 \times 10^{-3}$ 英寸/转。于是:

$$\delta_{A2} = 1.75 \times 10^{-3} \text{ 英寸}$$

$$\delta_{B2} = 3.3 \times 10^{-4} \text{ 英寸}$$

$$\delta_2 = 2 \times 10^{-3} \text{ 英寸}$$

如果要求更高的精度, 必须进行第三次走刀。进给量再一次取 $s_3 = 2 \times 10^{-3}$ 英寸/转, 并选择一很小的切削深度 $t_3 = 1.2 \times 10^{-2}$ 英寸。最后, 求得:

$$\delta_{A3} = 7 \times 10^{-4} \text{ 英寸}$$

$$\delta_{B3} = 2.3 \times 10^{-5} \text{ 英寸}$$

$$\delta_3 = 7.2 \times 10^{-4} \text{ 英寸}$$

在第三次走刀后工件误差已差不多减小到第二次走刀后数值的一半。

例 3 所有条件都和例 2 相同, 但进给是由移动工作台来实现而不是由镗杆来实现。在全部切削过程中, 柔度保持恒定并等于镗杆全部伸出时的最大数值, $C' = 5.3 \times 10^{-5}$ 英寸/磅。

第一次走刀后, 所用 $t_1 = 1.2 \times 10^{-1}$ 英寸与 $s_1 = 1.2 \times 10^{-2}$ 英寸/转, 根据方程式(9), 误差将是:

$$\delta_1 = 1.8 \times 10^{-2} \text{ 英寸}$$

第二次走刀采用的 $t_2 = 3 \times 10^{-2}$ 英寸与 $s_2 = 2 \times 10^{-3}$ 英寸/转, 第二次走刀之后误差将是:

$$\begin{aligned}\delta_2 &= 1.4 \times 10^5 \times 5.3 \times 10^{-5} \times 1.8 \times 10^{-2} \times 9.46 \times 10^{-3} \\ &= 1.26 \times 10^{-3} \text{ 英寸}\end{aligned}$$

第三次走刀采用的 $t_3 = 1.2 \times 10^{-2}$ 英寸与 $s_3 = 2 \times 10^{-3}$ 英寸/转, 误差将是:

$$\begin{aligned}\delta_3 &= 1.4 \times 10^5 \times 5.3 \times 10^{-5} \times 1.26 \times 10^{-3} \times 9.46 \times 10^{-3} \\ &= 8.8 \times 10^{-5} \text{ 英寸}\end{aligned}$$

三次刀后的最后误差是前一次误差的约十分之一。

现在可以从以上分析与实例得到的主要事实加以总结。在大多数机床内, 柔度 C' 和它的变化 $\Delta C'$ 的大小属于这样一个等级, 就是在普通切削条件下进行一次粗切和一次精切, 由刀具—机床—工件系统的变形所产生的形状误差将达到可以忽略的微小数值。这主要适用于封闭式基架的机床结构, 尤其更适用于没有显著 C' 变化的机床类型, 譬如象图 37 c 所示情况, 或者龙门式刨铣床。

在敞开式基架的机床内, 特别是在有滑枕式部件的机床内, 综合相对柔度 C' 很大, 有时它的变化量 $\Delta C'$ 也可以很大 (对于中型机床可以达到 10^{-5} 英寸/磅的量级或更大)。于是切削用量要受到准则 2 的很大限制。如果要求更高的工件精度, 就必须增加走刀次数。因此, 需要精心设计那些对高柔度起主要作用的结构部分, 并力图把它们做得刚性尽可能大些。避免柔度变化 $\Delta C'$ 是十分需要的, 因为柔度变化会导致: (i) 不随后续走刀减小误差, (ii) 很低的切削用量以及由此造成的 (iii) 长时间的精切。

在这些结论及所有定量的例子里, 都假定单位切削力 $P_u = 1.4 \times 10^5$ 磅/英寸², 这相当于用导角 $\alpha = 45^\circ$ 的刀具切

削碳钢。对于易切削或难切削的材料及对于不同导角 α 的刀具，结果相应地是不同的。

2.4.3 磨削时由切削力引起的变形

磨削区别于其他切削工序的特殊性质在于：(a) 切削截面单位面积的径向切削力较大；(b) 后续走刀次敏较多；(c) 一般要求较高的工件精度。

磨削时对准则 2 的分析将不同于第二章第四节第二小节的分析。

首先，必须给出径向磨削力公式。一般认为^[6]，径向力 P_r 取决于切屑截面尺寸（即切屑厚度 a 与切屑宽度 b ），还取决于比值

$$\sigma = \frac{v_w}{v_g}$$

式内 v_w 是工件表面速度， v_g 是砂轮表面速度。 P_r 的计算公式取以下形式：

$$P_r = 2A \times a^p \times b \times \sigma \quad (36)$$

式中假定切向力 P_t 与径向力 P_r 的比值为 0.5。为了以后讨论方便起见，可以不考虑切削力与切屑厚度之间的非线性关系，即可以假定 $p=1$ 。于是，方程(36)简化为：

$$\frac{P_r}{b} = 2A \cdot a \cdot \sigma \quad (37)$$

现在把“磨削力深度系数 R ”^①的概念理解为单位工件宽度

① 原文作 *depth of cut, a, and width of cut, b, ...* 应改如上。参看第二章图 2。——译者

② 此处概念似有混淆， a 是切屑厚度，与进给量有关，不是与切削深度有关。因此 R 似应称为磨削力的切屑厚度系数，此处一开始就把 a 叫作 *depth of cut*，于是 R 也随之称为磨削力深度系数，请读者予以注意。

又，此处力的单位用磅表示，有的地方又用磅力或牛顿表示，译文中未作更动，亦请读者注意。——译者

的径向力与切屑厚度之间的比例系数:

$$R = \frac{P_r}{b \cdot a} = 2A \cdot \sigma \quad (38)$$

在参考文献 6 内, 查得各种钢料及相应性质的砂轮之 A 值, 在 $A = 3 \times 10^6$ 至 1×10^7 磅/英寸² 的范围内。

相应 R 数值的范围是:

$$R = (6 \times 10^6 \text{ 至 } 2 \times 10^7) \cdot \sigma \text{ 磅/英寸}^2 \quad (39)$$

如果选取常用砂轮圆周速度 $v_g = 100$ 英尺/秒, 工件圆周速度 v_w 取:

$$\text{外圆磨削 } v_w = 30 \text{ 英尺/分} \quad \text{得 } \sigma = 5 \times 10^{-3}$$

$$\text{内圆磨削 } v_w = 300 \text{ 英尺/分} \quad \text{得 } \sigma = 5 \times 10^{-2}$$

则 R 的平均数值是:

$$\text{对外圆磨削 } R = (3 \times 10^4 \text{ 至 } 1 \times 10^5) \text{ 磅/英寸}^2$$

$$\text{对内圆磨削 } R = (3 \times 10^5 \text{ 至 } 1 \times 10^6) \text{ 磅/英寸}^2 \quad (40)$$

克巴阿西(Kobayashi)^[7]全面调查几个实验室(Kobayashi、Opitz、Peters、Shaw)所做的测量之后, 提出单位宽度径向磨削力对金属切除率的比值平均为 3 牛顿·秒/毫米³⊙, 条件是外圆磨削 OECD-CK45 钢料(相当于 45 钢——译者), 用 $v_w = 30$ 英尺/分及 $v_g = 100$ 英尺/秒。由此得:

$$\text{在 } \sigma = 5 \times 10^{-3} \text{ 英寸} \quad R = 6.75 \times 10^4 \text{ 磅/英寸}$$

这和(40)所给的范围是符合的。

美国学者汉(Hahn)对内圆磨削进行了许多测量(见文献

⊙ 按单位宽度切削力对金属切除率之比的量纲, 似应为 牛顿·秒/毫米⁴, 原文为 牛顿·秒/毫米³, 似有误。因为:

$$\frac{\frac{\text{切削力}}{\text{宽度}}}{\frac{\text{容积}}{\text{时间}}} \text{ 量纲为 } \frac{\text{力} \cdot \text{时间}}{\text{长度}^4} \text{ 或 } \frac{\text{牛顿} \cdot \text{秒}}{\text{毫米}^4} \text{。——译者}$$

8 及 9)。他采用了金属切除参数 A 这一概念，它是切入磨削速度 s (英寸/秒) 对每单位工件宽度径向磨削力 P_r (磅/英寸) 的比：

$$A = \frac{s}{P_r} \text{ 英寸}^2/\text{磅} \cdot \text{秒} \quad (41)$$

结果得：

$$A = \frac{a \cdot N}{P_r} = \frac{N}{R} = \frac{N \cdot v_g \ominus}{2A \cdot v_w} = \frac{v_g}{2A \cdot \pi \cdot D} \quad (42)$$

式内 N 是工件速度(转/秒)， D 是工件直径。汉(Hahn)发现：

(a) 如果切入速度或切屑厚度发生变化，只要砂轮真正在磨削而不是在擦或啃工件，并且砂轮没有被堵塞变钝， A 是颇为恒定的。这证明了式(36)内假定 $p=1$ 的正确性。

(b) A 随砂轮速度成正比增加；这是和式(36)符合的，正象式(42) A 变换式中所示那样。

(c) A 并不随工件速度变化而改变；这又和式(36)及(42)相符合。

从他的实验参数及 A 数值，可得出系数 R 的平均值 $R \approx 1 \times 10^6$ 磅/英寸²，这和公式(40)又很符合。

需要再次指出，所有上述公式只在以下条件下才是有效的，即砂轮未被堵塞变钝并且处于正常磨削状态。

现在可以引入比值：

⊖ 原文印作 $\frac{N v_w}{2A v_g}$ ，有误，应改如上。因为： $R = 2A \sigma = 2A \frac{v_w}{v_g}$ [见前式

(38)及 σ 定义]。又，式(38)中 $R = \frac{P_r}{ba}$ ，此处 P_r 为工件单位宽度径

向磨削力， $b=1$ ，故此处 R 简作 $\frac{P_r}{a}$ 。——译者

$$\mu = \frac{R}{K_r} \quad (43)$$

即磨削力系数 R 对砂轮—磨床—工件系统的径向刚度 K_r 之比, 这是很能代表磨削力对磨削精度影响的一个值。估算出比值 μ 实际可能的大小, 有助于认识这些公式在以下分析中的定量意义。砂轮和工件之间径向综合刚度:

对内圆磨床通常是在以下范围内,

$$K_r = 5 \times 10^3 \text{ 至 } 5 \times 10^4 \text{ 磅/英寸}$$

对中型外圆磨床在以下范围内,

$$K_r = 5 \times 10^4 \text{ 至 } 2 \times 10^5 \text{ 磅/英寸}$$

刚度 K_r 取决于磨床的尺寸及设计, 特别是内圆磨床的砂轮主轴的设计及外圆磨床的工件主轴、尾架及顶尖的设计。如果在磨削宽度 $b = 0.5$ 至 2 英寸范围内, 把 b 和 K_r 这样联系起来, 使小的磨削宽度值对应于低的刚度值, 则得比值 μ 的范围为:

内圆磨时	$\mu = 6 \text{ 至 } 10^2$	(44)
外圆磨时	$\mu = 2 \text{ 至 } 20$	

下面将证明高 μ 值导致磨削时间不合理地增加。所以实际应用时, 不推荐用 $\mu > 15$ 。这意味着对于低 K_r 值的机床, 特别对于内圆磨床, 必须采用低 R 值的砂轮。这种砂轮一般磨耗较快, 因此, 必须用砂轮的较大消耗为代价来缩短磨削时间。对于每一实际情况有一个磨削费用加砂轮消耗的最小总费用, 这决定于所选砂轮的性质。汉(Hahn)已经解释过这个问题⁽⁹⁾。

现在讨论磨削加工循环中引起的挠度问题。将考虑外圆磨削的情况, 如图 43 所示。砂轮头架连续运动横向进给速度为 s 英寸/分。工件以 N 转/分的速度旋转。工件每转的名义横向进给是:

$$S = \frac{s}{N} \quad (45)$$

但是, 由于系统的挠度, 这并不是砂轮对工件真正的切入率 (penetration rate)。如果用 x 表示工件半径上金属切除的深度(砂轮对工件的切入量), 用 z 表示砂轮头架横向进给距离, 于是得:

$$x = z - y \quad (46)$$

式内系统的径向挠度 y 是:

$$y = \frac{P_r}{K_r} \quad (47)$$

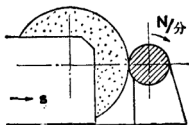


图43 外圆磨削的布置

为了更好地弄清楚相对于工件所走的 x, y, z 轨迹 (这些轨迹实际上是螺旋形状), 可以把工件的圆周展开如图 44 所示。这样, 长度 L 就相当于工件的圆周。工件的旋转运动可以用砂轮以速度 v_w 沿工件表面的移动来代替。

在切削深度 $a = x_1$ 的第一转, 砂轮切入工件的切入量 x_1 可以通过使公式(38)的径向力等于由挠度 y 和系统刚度 K_r 产生的弹力来加以确定:

$$R \cdot x = K_r \cdot y \quad (48)$$

从式(43)得到的 R 值是 $\mu \cdot K_r$, 因此:

$$\mu x = y \quad (49)$$

将砂轮溜板移动量 $z = \frac{l}{L} S$ 代入式(49)内得:

$$\mu x = \frac{l}{L} S - x$$

最后得:

$$x = \frac{S}{1 + \mu} \cdot \frac{l}{L} \quad (50)$$

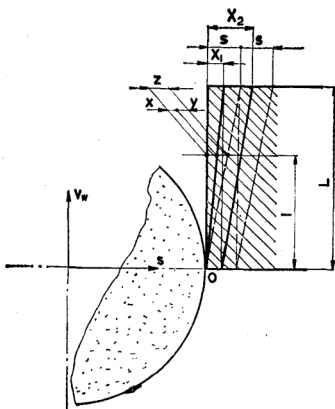


图44 切入磨削时砂轮对工件的切入(工件展开)

砂轮线性地切入工件。第一次磨削（第一转，第一次走刀）完了时，材料的切除量是：

$$X_1 = \frac{S}{1 + \mu} \quad (51)$$

第一次切削时相应的切入率是：

$$s_1 = \frac{s}{1 + \mu} \quad (52)$$

第二次磨削终了时，切削深度将是：

$$a = X_2 - X_1$$

挠度是：

$$Y_2 = 2S - X_2$$

表明第二次磨削終了时径向切削力与弹性力相等的方程式是:

$$\mu(X_2 - X_1) = 2S - X_2 \quad (53)$$

因此, 二次磨削后材料切除量是:

$$X_2 = \frac{S}{\mu} \left[2 \frac{\mu}{1+\mu} + \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^2 \right] \quad (54)$$

并且第二次磨削时的切入率是:

$$s_2 = \frac{s}{\mu} \left[\frac{\mu}{1+\mu} + \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^2 \right] \quad (55)$$

按类似方式可得第三次磨削終了时的材料切除量是:

$$X_3 = \frac{S}{\mu} \left[3 \frac{\mu}{1+\mu} + 2 \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^2 + \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^3 \right] \quad (56)$$

而第三次磨削时的切入率是:

$$s_3 = \frac{s}{\mu} \left[\frac{\mu}{1+\mu} + \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^2 + \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^3 \right] \quad (57)$$

在第 n 次磨削終了时, 这些数值将变成:

$$X_n = \frac{S}{\mu} \left[n \frac{\mu}{1+\mu} + (n-1) \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^n \right] \quad (58)$$

$$\text{而 } s_n = \frac{s}{\mu} \left[\frac{\mu}{1+\mu} + \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^n \right] \quad (59)$$

由于 $\frac{\mu}{1+\mu}$ 小于 1, 当 $n=\infty$ 时, 式(59)括弧内的级数接近于数值 μ 。所以, 切入率 s_n 随磨削次数的增加越来越接近于数值 s 。在图 45 内, 把前五次磨削时的材料切除量对时间画

成曲线来和溜板的正常移动量 z 作比较。在此例中, 取 $\mu = 5$, 可以看出, 切入率如何在逐次走刀内按一递减的量而增加, 直到 x 曲线的斜率接近于 z 曲线的斜率。

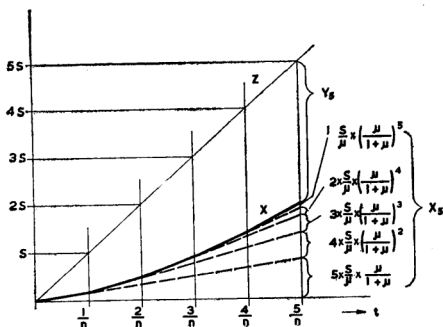


图45 前五次走刀时的材料切除量

为了简化 n 次磨削后材料切除量的算式(58), 可把仅在第 n 次磨削中材料切除量的算式写成:

$$X_n - X_{n-1} \ominus = \frac{S}{\mu} \left[\frac{\mu}{1+\mu} + \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^n \right] = S - S \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^n \quad (60)$$

方程式(60)表明逐次磨削中每次材料切除量是增加的并且将趋近于工件每转横向进给 z 的值 S 。

⊖ 原文 $X_n - X_{n+1}$ 有错, 应更正为 $X_n - X_{n-1}$ 。——译者。

n 次磨削后金属的全部切除量可利用方程式(60)来确定:

$$\begin{aligned} X_n - Z_n - Y_n &= \sum_1^n (X_n - X_{n-1}) \\ &= nS - S \sum_1^n \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^n = nS - \mu S \left[1 - \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^n \right] \end{aligned} \quad (61)$$

式(61)是式(58)的另外一种形式。由此很明显,第 n 次磨削中系统的挠度是:

$$Y_n = \mu S \left[1 - \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^n \right] \quad (62)$$

随着磨削次数的增加,挠度 Y_n 趋近于数值 μS 。

图46代表式(61)的图形,图中取每转切入量 S 的数值为

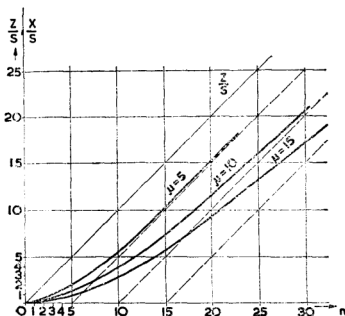


图46 不同 μ 值下的材料切除量

1, 取三种 μ 值为5, 10, 15。真正的切入工件量 X 滞后于砂轮溜板的运动 z , 滞后值等于系统的挠度 Y 。对于低的 μ 值, 挠度值 Y 很快趋近于 μS 。对于 $\mu=10$ 及 $\mu=15$, 这一过程进行得比较慢。例如, 对于 $\mu=15$, 磨削15次后, 挠度 Y 仍只等于 $9.3S$, 在很长时间后才趋近于数值 $15S$ 。

对某一特定磨床及某一特定砂轮, 可以用实验方法找出类似于图46的曲线。方法是测量砂轮头架溜板的行程 z 并检验工件的实际尺寸。这样就可求得这一特定情况的 μ 值作为分析各个操作的基础。也可以利用实验方法来选择砂轮。但是应该指出, 实际曲线将和图46所示不同, 原因是由于砂轮的磨耗和由于砂轮在磨削某些次数之后将被堵塞变钝, 结果使 R 和 μ 值都增加。

为了磨去 X 那么多的金属, 需要在 N 次磨削内把砂轮溜板移动一段距离 z :

$$Z = X + Y$$

$$N \cdot S = X + \mu S \left[1 - \left(\frac{\mu}{1 + \mu} \right)^n \right]$$

因此, 需要磨削的次数是:

$$N = \frac{X}{S} + \mu \quad (\text{近似值})$$

μ 值愈大, 磨去规定数量的金属所需时间也愈长。但是, 在切入的终点, 出现一个切削力的高数值, 此值愈高, μ 也愈大。从所产生的表面光洁度的观点来看, 这通常是不能接受的。

可以理解, 从式(51)开始的所有算式对平面磨削或外圆纵向磨削同样适用。在这两种加工中, 砂轮不是连续切入, 而是在每次行程的终点送进一定数量 S 。在图47中, 以图形说明

这两种情况。

砂轮实际切入工件的包络线是以下式代表的曲线：

$$X_t = s \cdot t - \mu \frac{s}{N} \left[1 - \left(\frac{\mu}{1 + \mu} \right)^t \right] \quad (63)$$

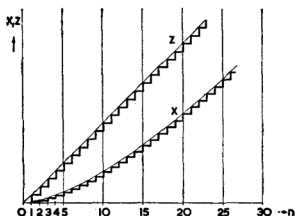


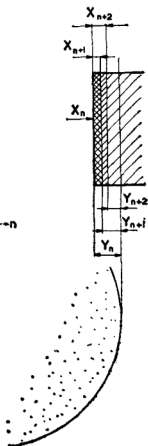
图 47 间歇进给的材料切除量

通常磨削加工循环用式(63)的平滑曲线来代替实际运动的阶梯形曲线，并指出它的基本趋向。

磨削加工循环通常在切入运动的第一阶段之后包括一个火花衰减的清磨阶段。这时砂轮溜板静止不动，系统的弹性滞后逐渐被解除。假定在 n 次切入磨削之

图 48 火花衰减阶段图解

后将有 m 次火花衰减磨削。火花衰减阶段以砂轮溜板相对于已磨表面前进一段距离 Y_n 开始（图48）。当第一次火花衰减磨削进行时，即在第 $(n+1)$ 次行程时，磨削力和弹性力间的平衡关系可表示如下：



$$\mu[Y_n - (X_{n+1} - X_n)] = X_{n+1} - X_n$$

由此式可得:

$$X_{n+1} - X_n = \mu Y_n \left(1 - \frac{\mu}{1 + \mu} \right)^{\ominus} \quad (64)$$

$$Y_{n+1} = Y_n \frac{\mu}{1 + \mu} \quad (65)$$

对于 m 次火花衰减磨削的金属切除量可用下式求得:

$$X_{n+m} - X_n = Y_n \left[1 - \left(\frac{\mu}{1 + \mu} \right)^m \right] \quad (66)$$

在 m 次火花衰减磨削后剩下的弹性滞后是:

$$Y_{n+m} = Y_n \left(\frac{\mu}{1 + \mu} \right)^m \quad (67)$$

式(67)的图形表示如图49。式(66)切入的包络线用火花衰减时间 t_{so} 的函数表示时是:

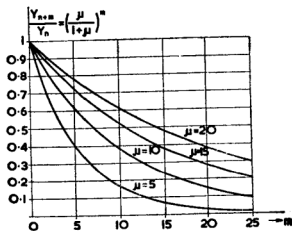


图49 火花衰减时期的材料切除量

⊖ 原文为 $Y_n \left(1 - \frac{\mu}{1 + \mu} \right)$, 有误。——译者

$$X_{tso} - X_t = Y_n \left[1 - \left(\frac{\mu}{1 + \mu} \right)^{t_{so}} \right] \quad (68)$$

图50表示一个磨削循环内的金属切除量，它包括一个粗磨进给量 s_1 的阶段、一个精磨进给量 s_2 的阶段及一个火花衰减清磨阶段。在第一阶段产生一弹性滞后，其数值趋近于 $\mu \frac{s_1}{N}$ 。在第二阶段，弹性滞后数值减小到 $\mu \frac{s_2}{N}$ 。在火花衰减阶段，弹性滞后连续地减小到最后值：

$$Y_{tso} = \mu \frac{s_2}{N} \left[1 - \left(\frac{\mu}{1 + \mu} \right)^{t_{so}} \right] \quad (69)$$

利用所得关系式，可以分析刚度 K_r 对磨削时间及工件精度的重要意义。首先分析综合刚度 K_r 不变化的情况。这种情况相当于外圆切入磨加工与内圆切入磨加工以及内圆纵向磨削加工。在这几种磨削加工工序中，综合刚度（主要由于砂轮主轴的刚度变化）变化都不大。在循环开始时存在一个原

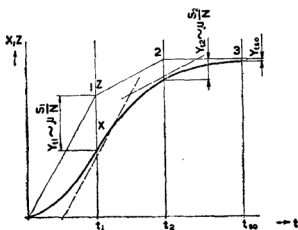


图 50 三阶段磨削循环中的材料切除量

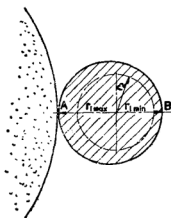


图 51 磨削带偏摆的工件

始形状误差 Δ ，即偏摆（图51）：

$$\Delta = r_{i\max} - r_{i\min}$$

所要求的工件最终形状是半径为 r 的圆柱形，而最终偏摆误差则为 δ_f 。分析磨削加工过程是分别针对最大和最小金属切削量所在点 A 及 B 分析的，情况如图 52 中曲线所示。磨削循环假定由两个阶段组成：砂轮切入进给阶段及火花衰减阶段。

前一阶段包括工件 n 转，每转切入量为 S ，后一阶段包括火花衰减 m 转。

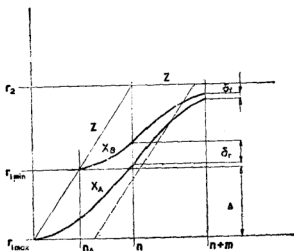


图 52 切入时间及火花衰减时间偏摆的变化

金属切除量。 n 转之后，切入进给停止。在这瞬间，工件的偏摆等于 δ_r 。这一偏摆在火花衰减期间进一步被减小到数值 δ_f ：

$$\delta_f = Y_{A_{n+n_A}} - Y_{B_{n+m}}$$

利用式(62)及(67)可得：

$$Y_{A_{n+n_A}} = \mu S \left[1 - \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^n \right] \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^m$$

$$Y_{B_{n+m}} = \mu S \left[1 - \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^{n-n_A} \right] \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^m$$

磨削循环以在高的 A 点磨削工件开始，直到 B 点所在部分也开始被磨削到为止，工件转了 n_A 转：

$$n_A = \frac{\Delta}{S} \quad (70)$$

图中 A 和 B 二线代表 A 和 B 部分内的

于是:

$$\delta_f = Y_{A_{n+m}} - Y_{B_{n+m}} = \mu S \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^m \left[\left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^{n \cdot n_d} - \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^n \right]$$

$$\delta_f = \mu \frac{\Delta}{n_d} \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^{n+m} \left[\left(\frac{1+\mu}{\mu} \right)^{n_d} - 1 \right] \quad (71)$$

注意, 根据式(71), 不管走刀是切入走刀还是火花衰减走刀, 最后形状误差的数值都一样。但是, 这只有砂轮在火花衰减期间没有变钝倾向时才真正是正确的。这个分析对外圆磨削和内圆磨削一样适用。

图53引自参考文献6, 给出了对于不同 μ 及 n_d 值的 $\frac{\delta_f}{\Delta}$

作为 $(n+m)$ 的函数之曲线。在所要求的精度下, 刚度 K_r 对磨削时间的基本影响是容易看出的。例如, 磨一个带原始偏摆为 $\Delta=0.002$ 英寸的孔, 所用内圆磨砂轮的 μ 值分别是8和2, 假定要求的最后偏摆是0.0002英寸, 取名义切入进给率 $S=0.00025$ 英寸。这使开始磨削全部工件圆周前所需切入转数为 $n_d=8$ 转。参阅图53d (图中右下图), 为了把给定的 Δ 减小到要求的 δ_f , 需要工件转数, $\mu=8$ 时是24, $\mu=2$ 时是10。如果取名义切入进给率 $S=0.001$ 英寸, n_d 的数值成为2, 又从图53b (图中右上图) 中曲线得出磨削循环的转数, $\mu=8$ 时是20, $\mu=2$ 时是7。增加磨头轴的刚度4倍使磨削时间缩短2.4到3倍。

切入磨削中还必须考虑另一个重要问题。在图45内业已表明, 砂轮的切入运动是一条阿基米得螺旋线, 它的斜率是逐转按阶梯形状变化。当切入运动停止的片刻, 产生了一个

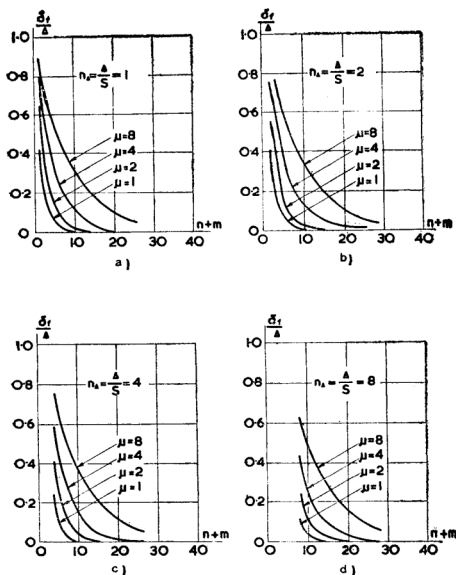


图 53 最后和原来误差比值 $\frac{\delta_f}{\Delta}$ 对走刀数的关系(根据 Lewis)[6]

高度等于磨削深度 a_n 的台阶, 如图 54 所示。在后续火花衰减过程中, 这个台阶被逐渐减小到数值 δ_{s1} 。从式 (60), 得 a_n 值为:

$$a_n = X_n - X_{n-1} = S \left[1 - \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^n \right]$$

在火花衰减过程中, 这将按式(67)被减小到:

$$\delta_{s1} = S \left[1 - \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^n \right] \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^m \quad (72)$$

在火花衰减阶段结束之后, 由于砂轮的快速退出, 产生了另一个台阶 δ_{s2} 。它的值等于火花衰减阶段最后两次行程间弹性滞后量之差。应用式(67)得:

$$\begin{aligned} \delta_{s2} &= Y_n \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^m \\ &\quad - Y_n \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^{m-1} \\ &= Y_n \frac{1}{\mu} \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^m \end{aligned}$$

利用式(62), 上式变为:

$$\delta_{s2} = S \left[1 - \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^n \right] \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^m \quad (73)$$

注意, δ_{s2} 与 δ_{s1} 的数值恰好相等。所以不必用两个符号 δ_{s1} 与 δ_{s2} , 两者都可以用 δ_s 来代表, 不管台阶是由于切入停止而产生还是在循环终了由于砂轮退出而产生。假如已经进行了足够数目 n 次的切入进给, 式(72)与(73)可简化为

$$\frac{\delta_s}{S} = \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^m \quad (74)$$

式(74)和图49中用曲线表示的式(67)是完全相同的。利用该图, 可以看到, 例如, 为了把台阶高度减少到名

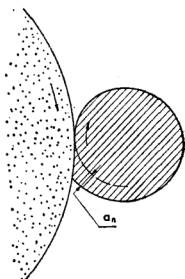


图54 切入终点产生的台阶

义切入率 S 的 0.1 倍, 如果 $\mu=10$, 则工件需要转 25 转上下; 如果 $\mu=5$, 则工件只要转 12 转。

到目前为止, 都假定综合柔度是恒定的。在纵向外圆磨削加工中综合柔度是变化的, 如第二章第四节第一小节所述。

按照第二章第四节第二小节所用类似方法, 可得最坏的情况是在最大裕量对应于最大柔度点 (A 点) 和最小裕量对应于最小柔度点 (B 点) 时。毛坯的形状误差 Δ 等于最大与最小裕量之

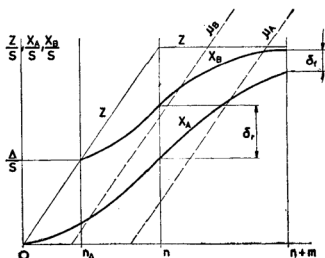


图 55 具有不同柔度两点的材料切除量

差。最大柔度得出最大 μ_A 值, 最小 μ_B 值对应于 B 点。这一情况从原理上如图 55 所示。

从式 (62) 得:

$$Y_{A_n} = \mu_A S \left[1 - \left(\frac{\mu_A}{1 + \mu_A} \right)^n \right]$$

$$Y_{B_n} = \mu_B S \left[1 - \left(\frac{\mu_B}{1 + \mu_B} \right)^{n-n_A} \right]$$

n 次磨削后, 在切入终点, 形状误差是:

$$\begin{aligned} \delta_r = Y_{A_n} - Y_{B_n} = & (\mu_A - \mu_B) S - S \left[\mu_A \left(\frac{\mu_A}{1 + \mu_A} \right)^n \right. \\ & \left. - \mu_B \left(\frac{\mu_B}{1 + \mu_B} \right)^{n-n_A} \right] \end{aligned} \quad (75)$$

在足够的磨削次数之后，方括弧里的项与并不随磨削次数而减小的第一项比起来变得小了。这意味着由综合柔度变化引起的那部分工件形状误差开始很快超过由毛坯原始误差 Δ 引起的那部分形状误差。

误差 δ_r 后来在火花衰减期间被减小如下（式67）：

$$Y_{A_{n+m}} = Y_{A_n} \left(\frac{\mu_A}{1 + \mu_A} \right)^m, \quad Y_{B_{n+m}} = Y_{B_n} \left(\frac{\mu_B}{1 + \mu_B} \right)^m$$

在足够多的切入次数 n 之后，上列二式变为：

$$Y_{A_n} \approx \mu_A S, \quad Y_{B_n} \approx \mu_B S$$

因此

$$\delta_f = S \left[\mu_A \left(\frac{\mu_A}{1 + \mu_A} \right)^m - \mu_B \left(\frac{\mu_B}{1 + \mu_B} \right)^m \right] \quad (76)$$

图 56 给出在不同 μ 值时式 $\mu \left(\frac{\mu}{1 + \mu} \right)^m$ 作为 m 的函数的

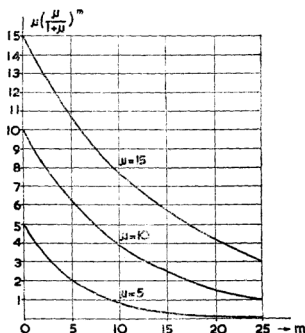


图 56 用于确定按图 55 所示情况最后误差的曲线

数值。数值 δ_r 可以从两个相应曲线之间的差距估计出来。例如可以看到, 如果对应于两个末端的数值是 $\mu_A=10$ 和 $\mu_B=5$, 则最后误差在大约25次行程之后将达到 $\delta_f=S$ 的值。

前已指出, 在磨削中, 在磨削力作用下由变形造成的工件形状误差和磨削时间, 都明显地决定于砂轮与工件之间的综合柔度。在纵向外圆磨削加工中, 柔度的变化对造成形状误差起主要作用, 或者, 规定了所需精度时 (原文为规定了所需误差——译者) 对磨削时间起主要作用。所以, 在设计磨床时, 需要很彻底地应用准则 2, 并力求得到最大可能的综合刚度及最小可能的综合刚度的变化。

2.5 准则3——强迫振动

在本节内, 假定对强迫振动的基本规律已有了一些了解。这些规律将在本书第二部分第二章第二节第一小节予以说明并给出准确的数学公式。就消振器的理论而言, 应参考第二部分第五章第二节。为了方便起见, 将先叙述几条最重要的规律, 但不提出数学公式。

(a) 机床结构实际上是一个具有无限数目自由度的振动系统。质量和柔性连续地但非均匀地分布于全机床结构。某些部分主要代表质量, 另一些部分主要代表弹簧。从实际观点出发, 只要考虑与固有振动低振型相对应的有限数目的自由度就够了。因为振型级数越高, 它的刚度和阻尼也越高。为了计算的目的, 把机床结构用一个集总参数系统 (即包括许多集中质量和集中弹簧的系统) 来代替。具有实际重要性的振型 (自由度) 的数目通常小于10。

对于固有振动的每个振型, 有一个振型形状、一个固有频率 f_{ni} 和一个阻尼比 d_i 与之相对应。振型形状的特征由结

构上所有点的相互振幅比和相互相位关系来表示。

(b) 关于强迫振动，象第二章第二节说明的那样，首先必须确定激振力的作用点 A 及其方向 (P) (激振力可以是绝对的或相对地作用在结构的两点之间)，还有有关的振动点 B 及其方向 (X) (也可以是绝对的或相对的)。然后对应于每一特定振型的每一这种情况，有一个特定静刚度 k_i 。

例如，关于工件和砂轮之间由于砂轮电动机转子的不平衡造成的振动 (是相对的，在 B 点，振动方向垂直于磨削表面)， A 点是在电动机内，方向 (P) 可取垂直于电动机轴线的任一方向，力是按绝对方式作用的。

(c) 对于每一 $\{A, (P), B, (X)\}$ 情况，振动系统作为一个整体，可由相应的动态柔度 C_{dyn} 来完全代表。同义术语“振度” (*receptance*) 在大多数情况下可代替动态柔度，并用符号 $F(\omega)$ 表示。动态柔度是激振力频率 $\omega = 2\pi f$ 的函数，它本身包括所有 f_{ni} , d_i , k_i 各值。

对于强迫振动问题，通常知道绝对动态柔度，即知道强迫振动的振幅，不必包括振动和激振力之间的相位关系就足够了。在特殊研究中，要把动态柔度作为一个复变函数 $\Phi(\omega)$ 来考虑，并把它分解为实部 (和力同相位) 与虚部 (和力异相位)。图57表示一个绝对动态柔度 $F(\omega)$ 形状的例子。可以看到对应于各个固有频率 f_{ni} 的几个共振峰。窄峰对应于低阻尼振型，宽峰对应于高阻尼振型。在曲线左端， $f=0$ ，动态柔度等于对应于给定 $\{A, (P), B, (X)\}$ 情况下静态柔度的数值。

(d) 所有试验研究将限于线性振动系统。这意味着可以把由于同时作用于不同的点 A_i 的几个谐和力在 B 点 (或在 B_1, B_2 两点之间) 并沿 (X) 方向所激发的振动当作是由每个

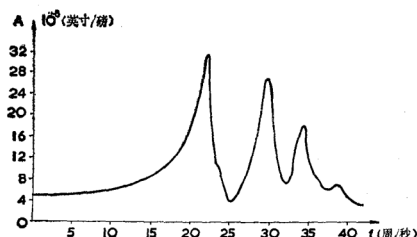


图 57 机床绝对动态柔度例子

力单独激发的各振动之和。

还有，非谐和力的作用可以由力的各个谐和量的作用所组成。

被一特定谐和力 $P(\omega)$ 所激发的强迫振动，具有与激振力相同的频率。这是一个很重要的特征，利用它就能确定强迫振动的振源。方法是先测得振动的频率，然后寻找这种频率的干扰力的可能来源。象前面提到过的，振动的振幅决定于激振力频率与系统的固有频率之间的关系，这固有频率根据相应动态柔度来确定。

在试验研究中，通常是把所测得的振动记录在磁带上，然后再把记录通过一频率分析仪，以便把振动的各个谐和分量分开。这样，对各个干扰力源的重要性就可迅速地进行评价。

(e) 为了抑制振动，可以采用附加的简单的（单一质量—单一弹簧）单自由度系统形式的减振器。如果是由一个恒定频率的谐和力激发的振动，采用非阻尼减振器调谐到使

附加系统的固有频率等于激振力的频率。假如激振力的频率在某一范围内变化，或者假如力是非谐和的，就要采用阻尼调谐减振器。为了使这种减振器最佳化，参阅第二部分第五节第二小节。

(f) 有时干扰力源被一弹性隔振座（垫）与机床结构分开。基本规律是在那个垫上振源（例如电动机）的固有频率必须远远低于干扰力的频率。

如果对于这里提到的规律不熟悉，应当首先学习第二部分的有关章节。作者所以采取这样的安排，是为了使第二部分更加紧凑，并使属于介绍性的本章得到简化。

2.5.1 切削力激发的振动

在所有切削过程中都可以发现的并且是由切屑形成的断续特性引起的切削力的微小变动，从强迫振动的观点来看，完全可以忽略。只有两种显著的力之变化将予以讨论：铣削中的切削力变化及车、镗与内圆磨削中由于毛坯形状误差引起的切削力变化。

庇肯勃令克 (Piekenbrink)^[10] 已经对铣床中主轴驱动的强迫振动做过充分的研究。虽然目前的工作只涉及到机床的结构而不是驱动，但是他对切削力变化的研究澄清了这个问题。图58表示端面铣削的情况。工件宽度为 B 、直径为 D 的铣刀与工件中心线的偏置量为 e 。某一铣刀齿的角位由 φ 角决定，刀齿与工件第一次接触相当于角位 φ_1 且接触长度为 φ_s 。如果采用第二章第四节第二小节公式 (25) 来表示作用在一个齿上切向切削（圆周上的）分力的瞬时值，即：

$$P_{t1} = P_u \cdot t \cdot s p$$

式内 p 值介于 0.75 至 0.9 之间，于是在 $0 < \varphi < 180^\circ$ 范围内切向力的变化将由径向切屑厚度的变化 $s(\varphi)$ 来决定：

$$s = s_t \cdot \sin \varphi$$

式内 s_t 是名义每齿进给量。因此:

$$P_{t1} = P_u \cdot t \cdot (s_t \cdot \sin \varphi)^p \quad (77)$$

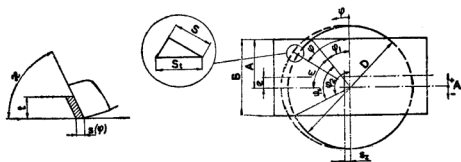


图 58 端面铣削加工的图解 (根据 Piekenbrink)^[10]

图 59a 所示为不同 p 值时 P_{t1} 随 φ 角变化的情况。可以看出, 为了实际应用, 可取 $p = 1$, 切向力 P_{t1} 则按正弦形式随 φ 角变化。这只有当 $B = D$ 和铣刀齿在整个半转都切削时才能是这种情况。但是, 铣刀齿在 φ_1 角处开始切削, 并在短的切入时间 (cut-in time) 内很快产生了相应的切削力。图 59 b 中所表示力 P_{t1} 的实际变化决定于初始接触角 φ_1 与总接触角 φ_s 。

总切向力 P_t 是作用在所有同时切削的齿上的切向力 P_{t1} 的总和。数字 N_{cs} 代表同时切削的刀齿数:

$$N_{cs} = \frac{\varphi_s}{\tau} \quad (78)$$

式中 $\tau = \frac{360^\circ}{z}$, 是刀齿节面角, 其中 z 是铣刀齿数。例如, $N_{cs} = 1.75$, 意味着在 25% 的时间内只有一个齿在切削, 其余的 75% 时间内有两个齿在切削。

图 60 表示对称切削 $e = 0$ 时总切向力 P_t 随齿数 z 与数

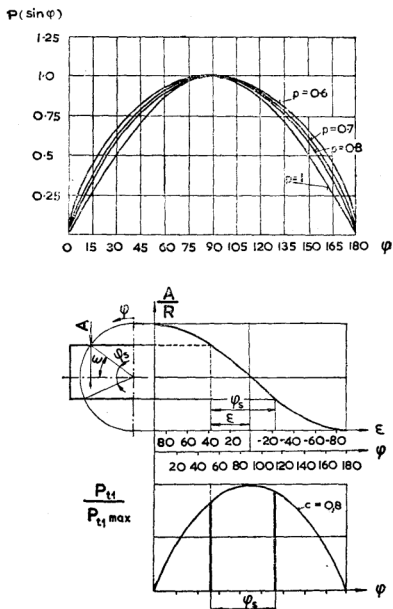


图 59 端面铣削中一个刀齿上切向（圆周）力的变化
(根据Piekenbrink)^[10]

N_{cs} 变化的情况。可以看到, 当 N_{cs} 是整数时, P_t 的变化最小。齿数 z 较大时, P_t 变化很小。当 N_{cs} 是 0.5 的奇数倍数时, P_t 变化最大。 P_t 可以从相应的矩形近似地求得, 这些矩形高度等于在初次接触的 φ_1 角处作用在一个刀齿上的 P_{t1} 力的 P_0 值。

图 61a 中的矩形函数 $P_t(t)$ 可以分解为它的谐和分量。 P_t 头三个谐量的幅度如图 61b 所示, 它们取决于特征数 N_{cs} 。对 $N_{cs}=0.5, 1.5$ 等, 第 1、第 3、第 5 等谐量幅值最大, 同时第 2、第 4 等谐量都等于零。图 61c 表示 N_{cs} 是 0.5 的奇数倍数时非偶数谐量的幅值。

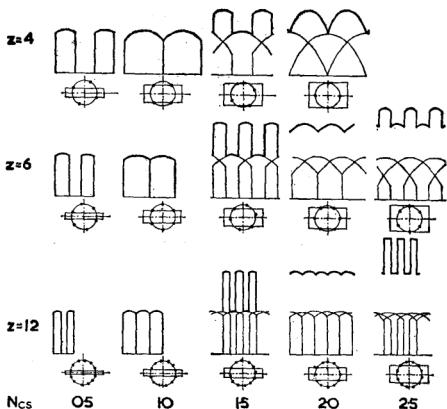


图 60 总切向力 (圆周力) 的变化 (根据 Piekenbrink)^[10]

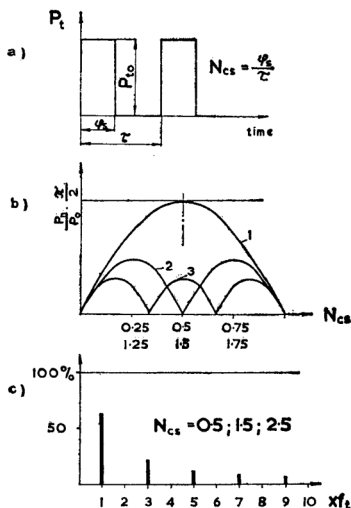


图 61 端面铣削加工中总切削力的谐和分量
(根据 Piekenbrink)⁽¹⁰⁾

现在可就上述结果对机床结构强迫振动的意义加以考查。首先，应当认识到把作用在各个齿的力简单相加这一方法只适用于圆周力。各个刀齿上的切削力方向是不同的，因此在切削时总切削力在任一特定方向的分量是变化的，因为各个力的方向是变化的。为了简化，可以不考虑这种变化，

而假定最后总切削力有一个“平均”方向。切削力 P 的变化取为大致等于切向力 P_t 的变化。这样就得到了激振机床结构的力。

力 P 的基本谐量 $(P)_1$ ，在 $N_{cs} = 1, 0.5$ 的最坏情况下，幅值等于初始接触时作用在一个齿上的力。但是，大多数情况下 $N_{cs} \neq 1, 0.5$ ， $(P)_1$ 的变化要小得多。 $(P)_1$ 的频率比较低。如果假定 2 英寸细齿距硬质合金铣刀铣削钢件，用切削速度 $v = 200 \sim 700$ 英尺/分，则刀齿频率将在

$$f_t = 20 \sim 70 \text{ 周/秒} \quad (79)$$

范围内。对高速钢铣刀或粗齿距铣刀， f_t 甚至会更低些。一般地说，铣床上铣刀与工件之间的相对振动的重要振型，其固有频率如第二部分第四章的例子中得出的那样在 $f_{ni} = 150 \sim 300$ 周/秒范围内。所以，切削力的基本谐和分量距离机床结构的重要振型的共振频率是很远的。

切削力的高次谐量幅值比较小，它是初始接触时作用在一个齿上的力 P_0 的一部分。因此，虽然它们的频率可能接近于某些振型的共振频率，但并不危险。从切削力激发的振动对所铣表面波纹度的影响这一观点来看，应当注意到另外两种情况：

(a) 切削力具有这样的方向（具有较大的导角 α ），它垂直于已加工表面的 (Y') 方向分量是小的。

(b) 铣床垂直于工作台（平行于 Y' ）方向的刚度通常是很高的。●

结论可以说，在端面铣削加工中，由切削力变化引起的强迫振动，无论从结构各部分的寿命观点来看，还是从表面光洁度观点来看，很少造成什么困难。对于后者，指出这样一点就够了，就是精加工时的切削力一般是小的。在高速切

削时，如果切削力的某一谐量，甚至于是第一谐量，和机床结构的重要振型之一发生共振的话，也可能出现困难。当然，这时一种可能性是改变切削速度以避免共振，或者改变初始接触角 φ_1 ，以便改变特征数 N_{cs} 并减少切削力幅值。

滚铣平面时的强迫振动还要不重要。具有螺旋齿的圆柱铣刀，它的切削力变化比端铣时还低。另外，滚铣平面一般采用高速钢铣刀，所以刀齿频率 f_t 很低（约2~10周/秒），永远不会接近机床结构的共振频率。

与机床结构的强迫振动相反，由切削力造成的铣床主轴齿轮传动中的扭转振动可能很重要。但这不是本书的主题。铣削加工中比较不重要的机床结构强迫振动，在和铣削加工中的自激振动作比较时还要进一步予以扼要说明。图62表示铣削加工时振动的典型记录。这记录是用硬质合金铣刀（直径为10英寸，齿数为12）铣削8英寸宽的钢工件时在一卧式镗床上主轴头架沿水平方向上测得的。主轴转速56转/分，每齿进给量 $S_t=0.004$ 英寸，切削深度 $t=0.3$ 英寸，所得铣刀齿频率 $f_t=11.2$ 周/秒。

切削开始时只测得了 $f=11.7$ 周/秒的强迫振动。不

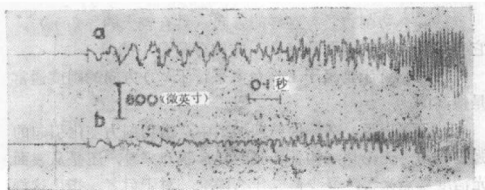


图62. 卧式镗床上端削时强迫振动和自激振动的记录

久，发生了频率 $f=45$ 周/秒 的自激振动。它的幅值增加很快，使切削不得不停止。

自激振动的幅值变得高于强迫振动的幅值，同时进行切削的刀齿的切削深度也一齐在变动，而且切削力的变化量不久达到了总切削力的全值，而不是像强迫振动那样只达到作用在一个齿上的切削力的全值。自激振动的频率与机床结构的固有频率相当时，自激振动频率要更高些。所以振动的能量也更高，因为它取决于频率的平方。在这一给定情况下，颤振频率相当低。通常遇到的频率在 100~300 周/秒 范围内。

内圆磨削或镗削加工的强迫振动情况和铣削加工时的强迫振动很不相同。这种情况已在第二章第四节第二小节中说明过，唯一的差别在于，当镗杆转速和内圆磨床的砂轮主轴转速接近于它们的临界转速时，静态分析就不再适用而必须采用动态观点。捷克学者罗司嘎(Hruvka)^[11]曾经研究过这一问题。如图 63a 所示，镗杆(或内圆磨床砂轮主轴)可以近似地由一单自由度的系统所代表，它包括集中在端部的质量 m 和代表镗杆的刚度为 k 的弹簧。切削力使镗杆发生变形。为了简化，忽略轴向分力 P_a 的作用而只考虑径向分力 P_r 的作用。这个分力引起挠度 y ，同时出现一离心力 P_c ，于是：

$$y = \frac{P_r + P_c}{k} \quad (80)$$

离心力 P_c 为：

$$P_c = m y \omega^2 \quad (81)$$

式内 $\omega = 2\pi n$ ， n 是每秒钟转数。合并式 (80) 及 (81) 得：

$$y = \frac{P_r}{k} \frac{\Omega^2}{\Omega^2 - \omega^2} \quad (82)$$

式内 $\Omega^2 = \frac{k}{m}$ ，是镗杆的固有振动角频率。在这特殊方式下，稳态的径向力 P_r 将和作用在镗杆 (k, m) 系统中质量 m 上的假想谐和力 $P = P_r \times e^{i\omega t}$ 具有同样的作用 [见第二部分第二章第一节式(91)]。这一作用可用图 63 c 内所示动态柔度 $C_A = \frac{Y}{P}$ （绝对动态柔度）的曲线来表示。柔度 C_A 是转速 n 的函数。

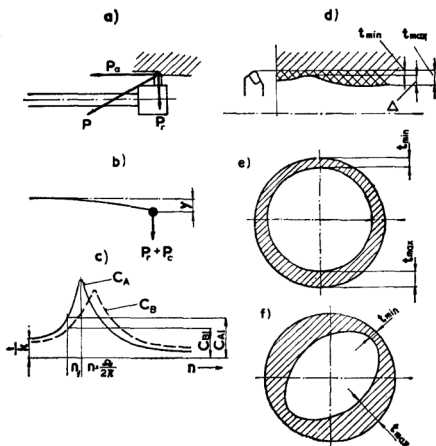


图63 镗削加工中原始形状误差的复映

如果切削深度按照图 63d 所示变化了 Δ 那么多, 那么工件的形状误差 δ 由第二章第四节第二小节的式 (27) 决定, 但此时必须采用对应于加工所用转速 n_1 的动态柔度 C_{A1} 来代替该式中的静态柔度。工件原始形状误差的“复映”要比静态时强烈得多。

很明显, 如果误差 Δ 是毛坯的偏心误差 (图 63 e), 那么就会产生一个频率为 ω 的交变切削力, 这仍需用相应的动态柔度来确定 δ 。如果误差 Δ 是毛坯的椭圆度误差 (图 63 f), 切削力变化的频率将是 2ω , 就必须采用对应于这一频率的动态柔度。

镗床结构其余部分的柔性往往对镗杆产生这样的影响, 使得镗杆端部的动态柔度在两个不同的方向里是不同的, 如图 63 c 内曲线 C_A 和 C_B 所示。这两个方向是静止的, 不随镗杆转动的。于是在转速 n_1 情况下由镗削产生的工件误差必须采用第二章第四节第二小节式 (35) 来计算, 式中要以动态柔度差

$$\Delta C = C_{B1} - C_{A1}$$

来代替静态柔度差。还有, 如果在镗杆旋转过程中切削深度比较规则, 那么在工件上将产生一误差 δ 。

按照类似方式, 在计算内圆磨床加工工件的变形时 (第二章第四节第三小节), 如果内圆磨床砂轮主轴的转速并不远远低于它的临界转速, 就也必须采用动态柔度来代替静态柔度。不幸的是, 高速运转的内圆磨床主轴常常就是这种情况。

2.5.2 机床内部其他振源激发的振动

在机床内部有许多干扰力源, 例如不平衡的转动质量、精度差的滚动轴承、液压回路里的压力脉动等等。这些干扰

力源激起机床结构的振动，结果引起加工表面的波纹度。

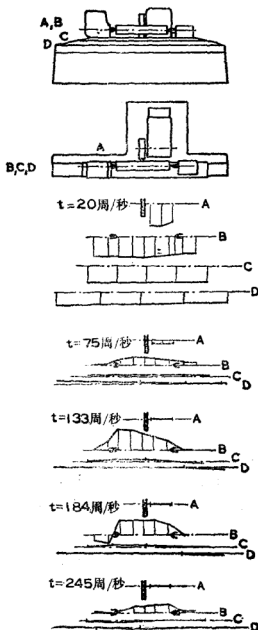


图 64 外圆磨床的振型形状

很明显，刀具与工件之间将发生相对振动。通常只要考虑机床结构的较高阶振型，而低阶振型则是对应于机床结构作为一个整体的振动。高阶振型的刚度较高，有关振动的幅值较小。因此这些振动在精加工机床上才显得重要，例如磨床、精密镗床及精密车床。

为了说明这种情况，在图64内表示一台外圆磨床的几种振型形状。最低的振型 $f_{n_1} = 20$ 周/秒，代表整个机床在地板上摇曳。第二个振型 $f_{n_2} = 75$ 周/秒，特征是以工件作为质量，顶尖作为弹簧上的振动加上砂轮头架的反向振动。第三个振型 $f_{n_3} = 133$ 周/秒和第四个振型 $f_{n_4} = 184$ 周/秒，代表由工件作为质量，主轴、

尾架及顶尖作为弹簧构成的两个振型。这台磨床显然对砂轮的不平衡是很敏感的。砂轮转速 $n=1400$ 转/分，产生的干扰力频率 $f=23$ 周/秒。图 65 所示平面磨床情况恰好与此相反。这台机床上由立柱在床身上的幌动所代表的主要振型，固有频率为 $f_n=25$ 周/秒。转速 $n=1500$ 转/分 ($=25$ 转/秒) 的主轴驱动电机的任何微量不平衡，就会使主要振型产生共振，结果使表面产生大的波纹度。必须重新设计这台磨床，以便提高该振型的刚度和频率。

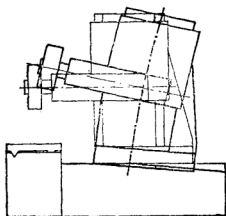


图 65 平面磨床的主要振型形状

为了说明问题，将对一台能磨 8 英寸直径的磨床典型情况作较详细的叙述。捷克学者普罗哈 (Pluhar)^[12] 曾经对此作过研究。对这台磨床研究了两种情况：(A) 砂轮头架装在滚柱导轨上，(B) 砂轮头架装在普通导轨上。当机床空运转时，上述两种情况下砂轮与工件之间相对振动的记录如图 66 所示。在 A 情况下，振动的倍幅值是 80 微英寸；在 B 情况下，倍幅值是 48 微英寸。对情况 A 的谐波分析，如图 67 内黑线柱所示，揭示出以下振动和相应振源（见表 1）。

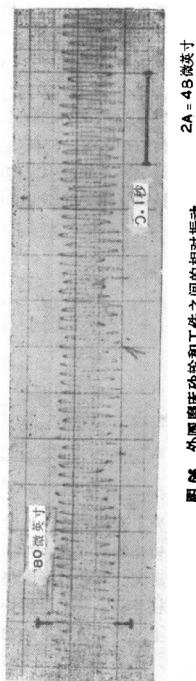
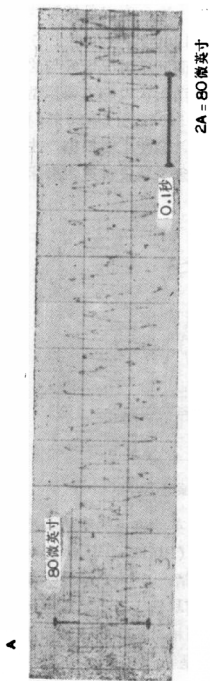


图 66 外圆磨床砂轮和工件之间的相对振动

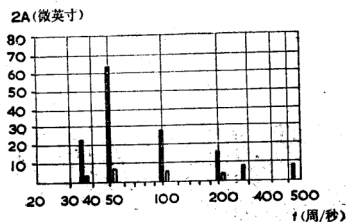


图 67 图 66 情况 A 振动的谐波分析, 改进前后对比

表 1

	频 率 (周/秒)	倍 幅 值 (微英寸)	干 扰 源
(a)	25	16	工件头架电动机的机械性不平衡 $n=1500$ 转/分
(b)	35	24	砂轮的机械性不平衡 $n=2100$ 转/分
(c)	50	64	砂轮电动机的机械性不平衡 $n=3000$ 转/分
(d)	100	28	砂轮电动机的电磁性不平衡
(e)	200	16	工件头架电动机的球轴承
(f)	280, 560	8	液压油的齿轮泵

为了减弱振动, 采取了下列措施, 其作用如图 67 内白线柱所示:

- (a) 对电动机进行了平衡。
- (b) 对砂轮进行了平衡。
- (c) 对电动机进行了平衡 (把电动机自由悬挂在绳子上, 试验时原始的振动是 320 微英寸, 平衡后是 80 微英寸)。

(d) 电动机装上调谐阻尼器 (见图 68); 砂轮头架装有同样的阻尼器, 以便抑制磨削时的自激振动。

(e) 电动机装在一个水平方向起作用的隔振座上, 即

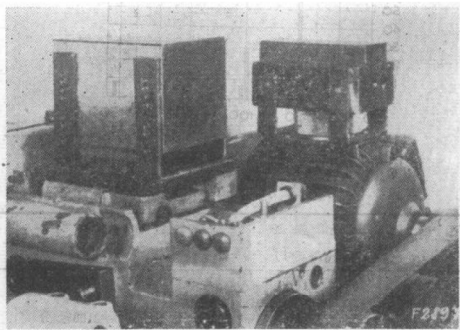


图 68 装在砂轮驱动电机上的调谐阻尼器

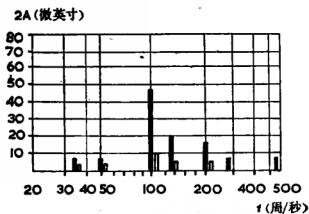


图 69 图 66 中情况 B 振动的谐波分析, 改进前后对比

在电动机和头架之间皮带拉力方向起作用, 而在垂直方向是刚性的。

情况 B 中改进前后的振动谐波分量如图 69 所示。可以看出, 干扰力的同一来源对情况 A 和 B 具有不同

的作用。这是由于导轨形式不同使砂轮头架的主要振型不同而造成的后果。两种情况的振型和动态柔度如图70所示。

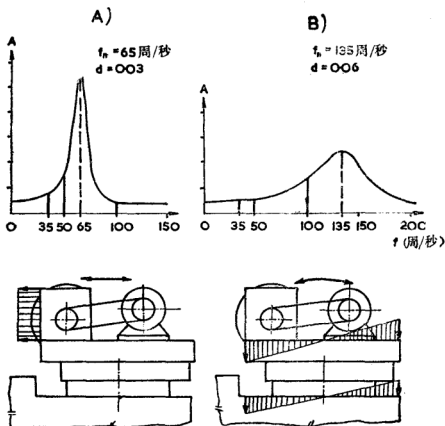


图 70 外圆磨床 A 和 B 两种情况下的振型形状和动态柔度

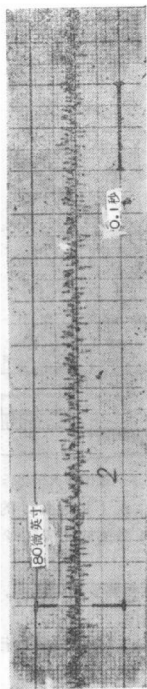
采取改进措施后 A 和 B 两种情况下相对振动的记录如图 71 所示。情况 A 的倍幅值是 24 微英寸，情况 B 是 20 微英寸。

强迫振动对已磨表面的作用现在需要加以说明。两种作用要加以区分：波纹度和表面粗糙度。

首先，利用磨床 B（普通导轨）以最小振动进行相应于图 71B 记录的磨削，它是在以下条件下完成的：

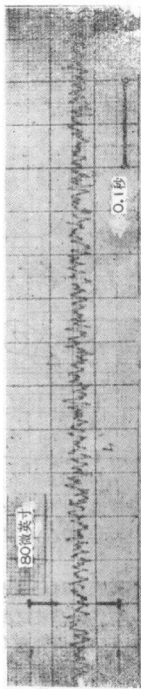
切入磨法、工件直径 3 英寸、铬钢（轴承钢）淬火硬度

A



2A = 24 微英寸

B



2A = 20 微英寸

图 74 机床改进后的震动记录

HRC62, 工件 \ominus 圆周速度 60 英尺/分。

I. 砂轮规范 A9946KV8, 圆周速度 100 英尺/秒, 切除裕量 0.012 英寸, 粗磨进给量 0.012 英寸/分, 精磨进给量 0.002 英寸/分, 最后为火花衰减阶段。

II. 粗磨同 I, 精磨采用砂轮 A99120J8V。

III. 粗磨同 I, 第一次精磨同 II, 第二次精磨采用砂轮 120E Micropolire, 砂轮圆周速度 70 英尺/秒 \ominus 。

已磨表面的轮廓图见图 72, 图中头三个图相当于情况 I, 第 4, 5, 6 图代表情况 II, 第 7 图代表情况 III。图中表示的是情况 I、II 火花衰减为 10, 20 及 60 秒之后的表面, 情

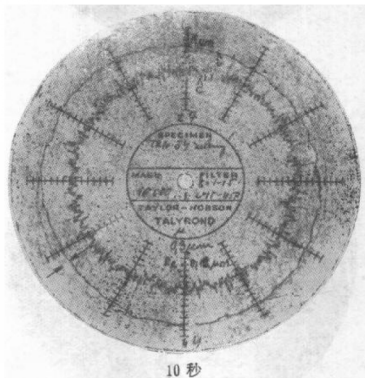


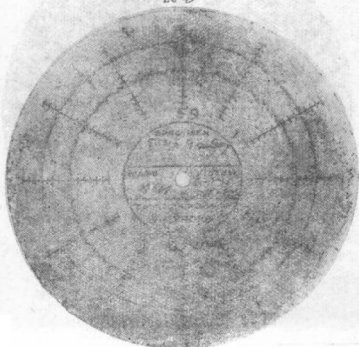
图 72 已磨表面的轮廓图

\ominus 原文中无工件两字, 为明确起见, 译文加工件两字。——译者

\ominus 原文为英尺/分, 有误, 应为英尺/秒。——译者

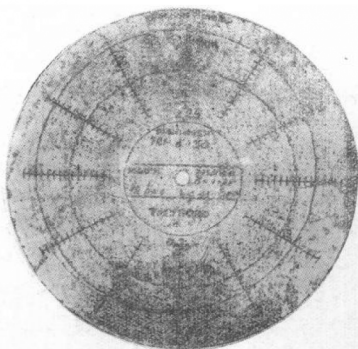


20 秒

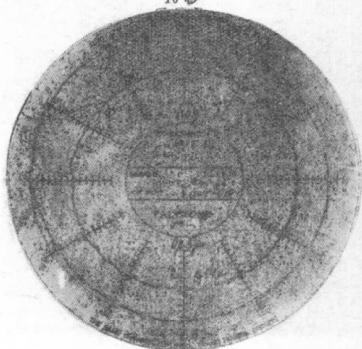


60 秒

图72 续



10秒

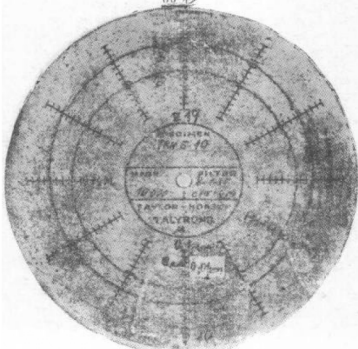


20秒

圖 72 續



60 秒



300 秒

图 72 续

况III是火花衰减
减为 300 秒后的
表面。

情况 I 和 II
在火花衰减阶段
中波纹度和表面
粗糙度的变化如
图 73 所示。可
以看到, 和表面
粗糙度相比, 波
纹度减小得更慢
些。情况 I 和 II
的最后波纹度小
于 4 微英寸, 表
面粗糙度 $R_a = 4$
微英寸。情况 III
中得到的波纹度
是 2 微英寸, 表
面粗糙度 $R_a =$
0.4 微英寸。

在这个试验

之后, 机床的振动又人为地提高。各种改变的后果可以从砂轮与工件之间的相对振动记录看出, 见图74。图中各曲线对应于:

- (a) 磨床最佳状态。
- (b) 砂轮不平衡 0.1 磅-英寸。
- (c) 砂轮电动机不平衡 0.02 磅-英寸。

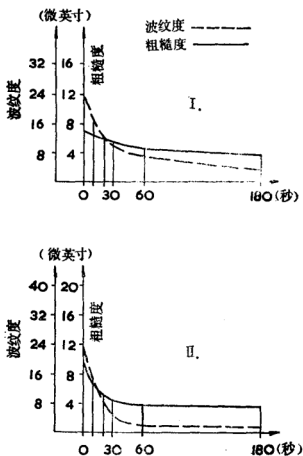
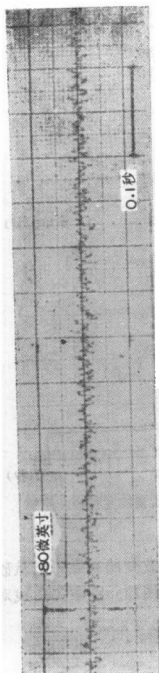
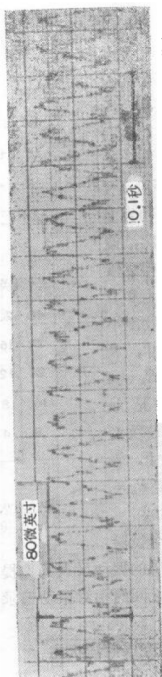


图73 火花衰减阶段波纹度和表面粗糙度的变化



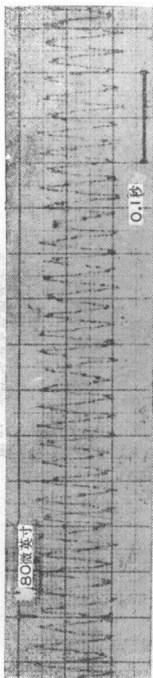
2A = 20 微英寸

a)



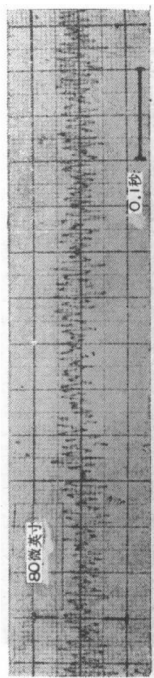
f = 31 周/秒 2A = 60 微英寸

b)



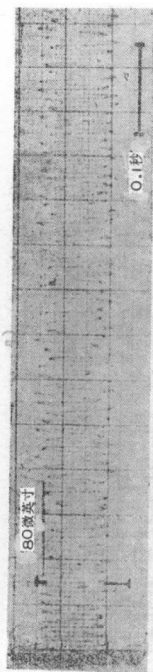
c)

$f = 50$ 周/秒 $2A = 60$ 微英寸

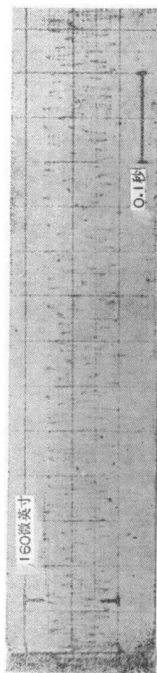


d)

$f = 135$ 周/秒 $2A = 32$ 微英寸



e) $f = 100$ 周/秒 $2A = 60$ 微英寸



f) $2A = 120$ 微英寸

图 74 磨床改进各阶段的振动

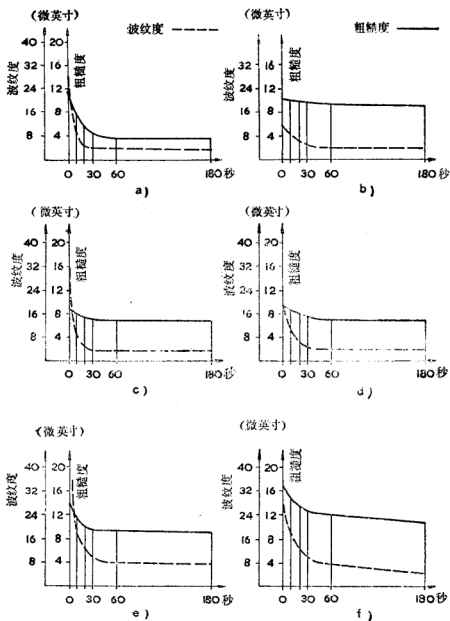


图 75 磨床改进各阶段中波紋度和表面粗糙度的变化

- (d) 取下电动机的阻尼器。
- (e) 取下砂轮头架的阻尼器。
- (f) 同时具备上述 (b)、(c)、(d) 及 (e)。

(a)至 (f) 各试验的磨削加工都是在上述情况II的条件下进行的。这些试验中波纹度和表面粗糙度在火花衰减阶段的变化如图 75 所示。从这些曲线图中可得出结论:

在所有情况下, 实际上得到的都是大约 4 微英寸的同一最后波纹度值。但是, 为了使波纹度减小到这一值所需火花衰减的时间与各个振动的振幅有关。在平衡得很好的磨床上(试验 a), 总的相对振动倍幅值为 20 微英寸, 在 10 到 20 秒火花衰减时间后便得到最后波纹度值。在相对振动倍幅值为 120 微英寸的磨床上(试验 f), 需要 60 到 180 秒才能把波纹度减小到最后值。

另一方面, 表面粗糙度的最后值决定于振动的大小。试验 (a) 中倍幅值等于 20 微英寸的振动, 最后表面粗糙度为 $R_a = 4$ 微英寸。试验 (c)、(d) 和 (e) 中倍幅值为 40 到 60 微英寸的振动, 最后的表面粗糙度值为 $R_a = 8$ 微英寸。最坏的试验, 振动为 120 微英寸, 表面粗糙度的最后值是 $R_a = 12$ 微英寸。

还需指出, 上述结果适用于磨削加工中没有发生颤振, 而只有强迫振动的情况。

2.5.3 机床外部振源激发的振动

在机床周围环境里有各种振源和冲击源。这些振源或者是其他机床、锻床、压床, 或者是运输工具如车辆、起重机及其他机械装卸设备。这些干扰通过地板及建筑物以近于稳定振动的形式, 或者继续衰减振动的形式, 或者冲击的形式传到机床底座, 激发机床结构的振动。通常最好的补救办法是

采用弹性支承的机床隔振座。有关这方面的理论是众所周知的，不必在这里说明。它的主要基本规律，如图 76 所示，适用于单自由度系统，频率为 f 的地板简谐振动。传递系数 (coefficient of transmissibility) $\mu = \frac{A_m}{A_f}$ 是机床振幅 A_m 对地板振幅 A_f 的比值。机床作为在弹性支承上的质量，它的固有频率是 f_n 。图 76 说明频率 $f > \sqrt{2} f_n$ 的振动被弹性支承大大减小。因此应当这样设计弹性支承，使机床固有

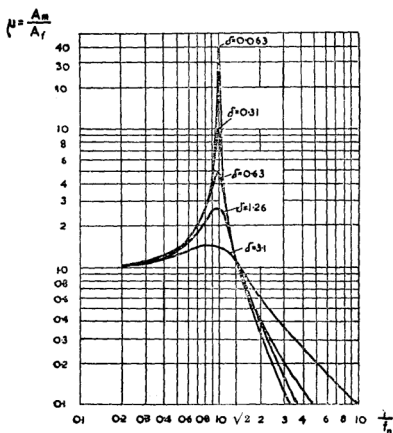


图 76 隔振支承的传振比

频率 f_n (实际上是机床在弹性支承上的所有固有频率—机床是一个多自由度系统) 低于干扰力的频率, 在实践中最少是一半。另一方面, 弹性支承将传递频率 $f < \sqrt{2} f_n$ 的振动并有少许放大, 特别是当 $f = f_n$ 时。放大量 (μ 的值) 取决于该支承的阻尼比 d 。

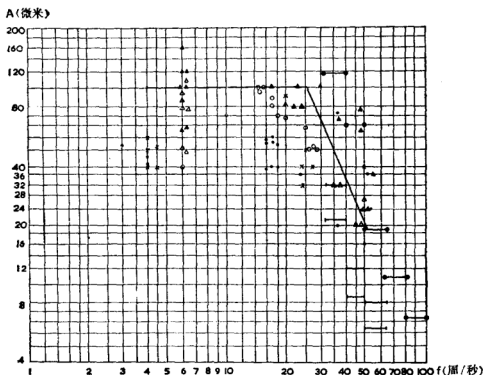


图 77 几个工厂地板的振动 (根据列文和卡敏斯卡娅所测量)^[13]

苏联学者列文(Rivin)与卡敏斯卡娅 (Kaminskaja)^[13] 曾测量过五个工厂第一、第二、第三层地板的振动, 所得结果如图 77 所示。可以看出, 振动含有从 2~100 周/秒的各种频率。在大约 25 周/秒以下的范围内, 振幅约为 40~120 微英寸。25 周/秒以上, 振幅就减小了。

因此，弹性支承座的最高固有频率不应高于2周/秒，这几乎是不可能做到的。这样做是不切实际的，因为每当机床上的重量分布发生变化时，就会使机床在支承座上摇曳和倾斜得相当厉害。

应当认识到，真正的任务不是去抑制整个机床的振动，而是不让干扰力产生刀具和工件之间的相对振动。经验表明，在所有机床内，代表刀具与工件间相对振动的振型的任何显著影响，开始于大约15到20周/秒。因此可以规定机床在弹性支承上的最高固有频率应当在5到10周/秒左右。阻尼比的值 $d=0.5\sim0.8$ 可以认为是合适的。经验表明，这样的弹性支承工作情况很好，并且对于在高精密机床（磨床，尤其是平面磨床，齿轮磨床、座标镗床等）上加工出来的表面质量有有利影响。

这样的支承是用一种弹性橡皮元件制造的，它们的刚度实际上是与负载无关的。这样的支承有另外一种好处。当机床在这种支承上调平后，它的水平度就不会随地面变化而变动。对于刚性支承这是做不到的。

但是，必须记住某些型式机床的床身刚度是不够的，它们需要地板或特殊基础的加强作用。长的车床、工作台式卧式镗床及所有重型机床都是这样。这些机床决不能装在弹性支承上，它们需要刚性的支承垫（刚度尽可能高），并很好地连接到基础上。

因此，采用弹性隔振装置仅局限于具有足够刚性床身的机床，正常装在三个支点上的钻模镗床（即座标镗床），是典型例子。

参考文献

References

1. ASAKURA, K., IMURA, K. and SAWADA, K., New Crossrail Construction, 6th Int. M.T.D.R. Conf., Manchester, 1965 (Pergamon Press).
2. MOHSIN, M. E. and HODGSON, B., A Hydrostatically Lubricated Ram for a Horizontal Milling and Boring Machine, 4th Int. M.T.D.R. Conf., Manchester, 1963 (Pergamon Press).
3. KAMINSKAJA, V. V. and FRANCUZOV, F. A., Vlijanije sposobov ustanovki odnostoetchnych koordinatno rastotchnych stankov na ich zhestkost (Influence of Mounting of Single Column Jig Boring Machines on their Accuracy), *Stanki i Instrument*, No. 5, 1960.
4. TLUSTÝ, J., Problems Associated with Individual Sub-Groups of Machine Tools, Report to the General Assembly of CIRP, Cincinnati, 1963.
5. TLUSTÝ, J., Statická tuhost obráběcích strojů (Static Stiffness of Machine Tools), *Strojnický sborník* No. 2, SNTL, Prague, 1953.
6. LEWIS, F. A., Chapter III of Notes on the Accuracy of Cylindrical Grinding Machines, PERA Report No. 79, 1960.
7. KOBAYASHI, A., Summarized Results of Cooperative Research Works on Grinding, Report to the G Group of CIRP, Paris, Sept. 1966.
8. HAHN, R. S., On the Mechanics of the Grinding Process Under Plunge Cut Conditions, ASME Paper No. 65—Prod. 7, 26. Feb. 1965.
9. HAHN, R. S., FLEPCHER, P. and GRIFFITH, R. C., On the Selection and Design of Grinding Cycles, 7th M.T.D.R. Conf., Birmingham 1966 (Pergamon Press).
10. PIEKENBRINK, R., Wechselkräfte und Schwingungen beim Fräsvorgang (Variable Forces and Vibrations in Milling), *Industrie Anzeiger* No. 62, 5, August 1955.
11. HRUŠKA, St., Výpočet jemněvrtacího stroje (Calculation of a Fine Boring Machine), Ph.D. Thesis, VÚOSO, 1957.
12. FLUHAR, L., Snížení chvění u brusek (Decreasing Vibration in Grinding Machines), VÚOSO Report No. V, 1600, 1965.
13. RIVIN, E. I. and KAMINSKAJA, V. V., Vibroizolacija precizionnych stankov (Vibration Isolation of Precision Machine Tools), *Stanki i Instrumenti*, No. 11, 1964.

第二部分 抗颤振稳定性

第一章 颤振的一般特性

(J. 特鲁斯泰)

1.1 金属切削中颤振的基本型式

金属切削机床在使用中经常会遇到强烈的振动。这些振动使加工表面产生波纹，并且使切削力发生剧烈变化，因而危害到机床和刀具的寿命。由这些振动造成表面图形如以下各图所示，其中图1为车削，图2为刨削，图3为端铣，图4为滚齿。

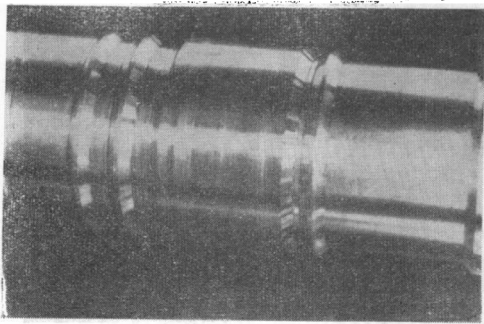


图1 车削颤振的表面图样

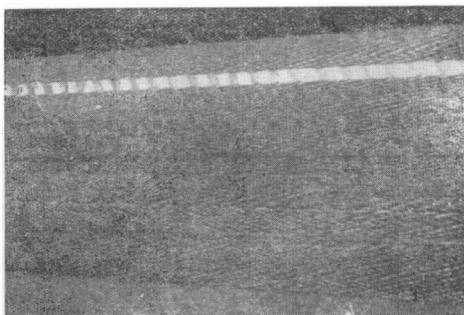


图 2 刨削颤振的表面图样

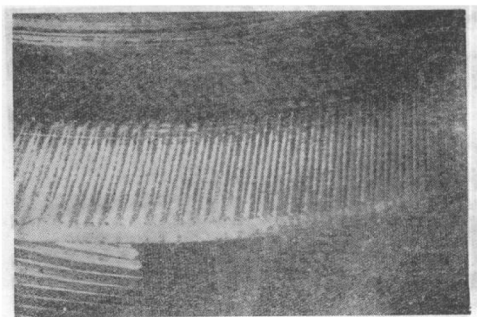


图 3 端面铣削颤振的表面图样

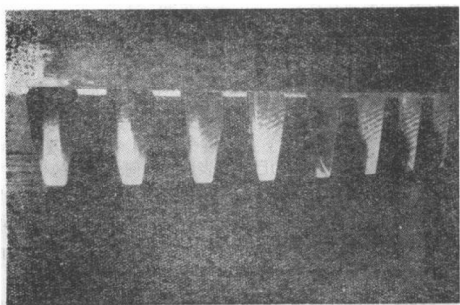


图4 滚齿颤振的表面图样

在某些切削条件下，主要是在切削宽度小时，不出现振动，切削过程是稳定的。在另外一些条件下，振动会产生并且振动经常是增大的。这种切削过程是不稳定的。在稳定与不稳定之间，一般存在很清楚的界限。充分地增加切削宽度，总能达到不稳定的状态，这些振动属于自激振动类型。自激振动的能源存在于切削过程之中。在金属切削过程中，这种振动叫做颤振。

由于上述的结果，一般认为，切削条件必须选在能避免颤振的那些状态。这样对于某一特定加工工序的切削条件的选择常常会受到限制。因此，表面质量、刀具寿命和生产率的最佳条件就不能实现。机床的不同设计，稳定切削条件的极限是不同的。

研究颤振过程的目的，首先是建立可用来选择机床切削条件的规律，其次，是建立可供设计机床具有较高稳定性用

的规律，后者是现在要研究的主要目的。

金属切削自激振动的原理见图5。它是一个闭环系统，包括切削过程和机床振动系统两个基本部分，以及这两个部分的相互方位关系。图中指出，刀具和工件间的振动 Y 影响切削过程，从而产生切削力的变动量 P 。 P 作用到机床的振动系统，又产生振动 Y 。两个基本部分1和2之间的联结中出现相互方位3，因为已加工表面在空间有确定的位置，切削力有确定的方向，还因为机床振动系统在空间有确定的位置，它的各个振型也有确定的振动方向。通过改变两个基本部分的相互方位，可以改变它们的相互影响，也使稳定加工的极限条件改变。

因此，可以认为有三组参数影响颤振发生：属于切削过程的；属于振动系统的；属于切削过程相对机床振动系统的相互方位的。

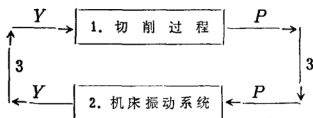


图5 颤振原理图

切削条件对颤振的影响在本节研究中不详细讨论。这些切削条件将假设是标准的，在多数工作中是不变的。在标准条件中有一项除外，这就是切屑宽度 b ，或者表示切屑宽度的其他参数，例如，车削外圆和端铣中的切削深度 f (图6)。

不同类型机床的稳定性，或者机床不同加工布置形式的稳定性，可以在标准切削条件下进行切削试验来测量。开始切屑宽度 b 小，逐步增加到开始出现颤振时的“极限宽度”

δb_{lim} 。 b_{lim} 能作为在各种状态下(由机床类型、工作布置形式和加工方位所规定)判断稳定性的准则。

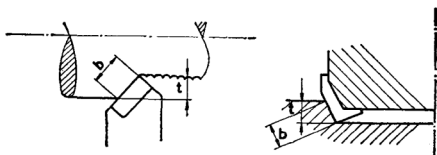


图6 车削和端铣时切削深度 t 表示切屑宽度 b

图5在闭环系统中切削过程用振动 Y 对力 P 的传递函数来表示。在本研究的全部过程中，对传递函数采取两个简化假设。这两个假设是：力的变化仅仅是由于切屑截面的变化造成的；切削力变化部分的方向和稳定过程中的切削力的方向相同。这两个假设的意义后面还要讨论。切削过程传递函数的原理由图7作说明。

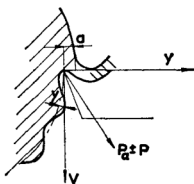


图7 振动 Y 产生切屑厚度的变化

只有落在和切削速度 v 方向垂直的平面内的振动分量才影响切屑截面。图7表明只有在 (Y) 方向上的振动才影响切屑截面。在振动的振幅为 Y 时，对应于稳定过程的平均切屑厚度 a 在 $(a-y)$ 和 $(a+y)$ 之间变化。切屑厚度的变化 Y 使平均力 P_0 (和稳定过程对应的力) 产生幅度为 P 的变化。变化小时，力一位移传递函数可以线性化。因此切屑厚度的平均值和力的平均值都不影响振动过程，而传递函数可以用切屑

厚度和切削力变化部分之间的关系来表示:

$$P = -RY \quad (1)$$

如果 R 是正值, 方程式右边的负号是和图 7 所选 P 和 Y 的方向一致的。系数 R 表示切削力和振动之间耦合的程度, 或者表示环路中这部分的“增益”。

图 8 说明垂直于切削速度的平面内的情况。假设在与切削刃成 ϵ 角的 (X) 方向上有一振动 X , 那么由于偏移量 X 引起的切屑截面参数的变化和切削力的变化, 将随 ϵ 角不同而不同。另外还可以找到偏移值使切削力发生最大变化的方向 (Y) , 它

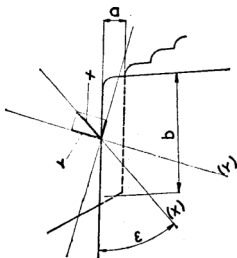


图 8 “垂直于切削”方向 Y

是力对振动成最大梯度的方向。垂直于 (Y) 方向的偏移不引起切削力的变化。更详细的说明见参考文献 3。因此在 (X) 方向上的振动 X 只有它在 (Y) 方向上的投影 Y 才影响切削力。通常切屑宽度 b 比切屑厚度 a 大得多, 因此方向 (Y) 差不多垂直于主切削刃。方向 (Y) (见图 7) 也垂直于切削速度, 称为“切削表面的法向”。

一般切屑薄时, (Y) 很接近于垂直主切削刃, 并且, 由式 (1) 表示的力和振动之间的耦合和切屑宽度 b 成正比。因此, 式 (1) 可改写为:

$$P = -b \cdot r \cdot Y \quad (2)$$

式中 r 是个系数, 它决定于除 b 以外所有其他切削条件。

如果除 b 之外的其他条件都保持不变 (作为标准的一组条件), 则 r 是一常数, 其值随切削条件中任意一个的变化而变化。例如, 简单考虑 r 值和切削厚度 a (对应于调整好的进给量, 切屑厚度 a 的平均值) 之间的关系。

常用的切削力公式是:

$$P_a = C \cdot f \cdot s^{0.75} = C_1 b \cdot a^{0.75} \quad (3)$$

$$\text{则} \quad br = -\frac{P}{Y} = -\frac{dP}{da} = 0.75 C_1 b a^{-0.25}$$

$$r = C_2 \cdot a^{-0.25} \quad (4)$$

可看出, r 随切屑厚度加大而减小。于是, 对于切削过程中不变的耦合 ($b \cdot r$), b 将按 $b \cdot a^{-0.25} = \text{常数}$, 或者 $b \cdot s^{-0.25} = \text{常数}$ 的关系随切屑厚度或者进给量 s 的增加而增加。图 9 表示不变的耦合, 即 $b \cdot r = \text{常数}$ 时的 ($b \cdot s$) 关系。如果恰好这个耦合值代表着极限条件, 那么图中曲线将给出不同进给量时的 b_{lim} 值。此处采用了一个对于切屑厚度的缓慢变化“静态”有效的公式。然而, 可以认为振动 Y 将产生一个变化力 P , 其数值与名义切屑厚度成反比。

以下, 把传递函数公式 (2) 一般看作处于最简单状态, 其中 r 是实数。这相当于假定切削力只决定于切屑截面 (或切屑厚度), 并随切屑断面的变化而瞬息变化。

更一般地说, 可以假定 r 是复数。它的物理意义或者可解释为在切屑厚度变化和合成切削力变化之间有一时间滞后 (相移), 或者假设切削力不但决定于切屑厚度的变化, 还决定于这变化的速度。后者表示, 变化力是由与位移 Y 同相的分量和与振动速度 \dot{Y} 同相的另一分量所组成。

类似于切削过程, 可以注意颤振过程的另外两个主要组成部分, 即机床的振动系统和切削过程对机床的方位关系。

但是，颤振物理本质的基本解释并非必需，所以将在后面再作介绍。

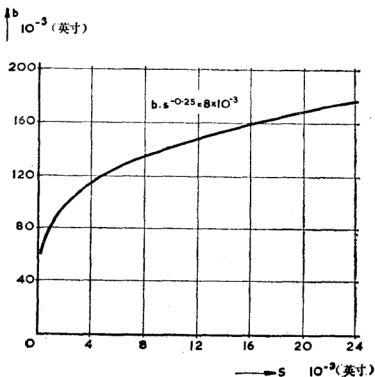


图9 b_{lim} 与 s 的关系图

1.2 金属切削中自激振动的原理

作为后续章节颤振理论的介绍，首先将对切削过程自激振动的基本原理加以解释。它将提到三个原理，其中每一原理本身都是振动能量的一个充分的和独立的来源。虽然对它们分别进行讨论，但必须指出，实际上它们是同时起作用的。这种解释将针对振动系统最简单的可能状态来进行。

第一个原理一般又称为“再生颤振”原理。能够应用这一

原理的最简单系统是单自由度系统，并且，只有对这一种系统，本原理和后面要讨论的“振型耦合”原理可以分开。应该看到，图 7 所示图形和实际加工过程并不符合。除了人为地安排的特殊情况以外，刀具总是于前一转中(车削)，或前一行程中(刨削)，或前一齿(铣削)中在已切削过的表面作后续切削，参阅图 10。假如在第 i 次切削时工件和刀具之间有振动，使已加工表面成为波纹状，那么，第 $(i+1)$ 次切削的切屑是从波纹状表面上切除的。假使第 i 次切削中被切表面的法向方向内的振动的幅度是 Y_0 ，第 $(i+1)$ 次时是 Y ，那么切屑厚度变化的幅度就是 $(Y-Y_0)$ 。此处 Y 和 Y_0 都是时间向量，即 $Y=qY_0e^{-j\psi}$ ，式中 ψ 是先后两层波纹之间相移角。因此，在实际的金属切削工序中，必须用式(5)代替式(2)：

$$P = -b \cdot r \cdot (Y - Y_0) \quad (5)$$

根据图 10 可以理解为：由于波纹 Y_0 ，切削力包含了一个变化部分，它对振动系统激发了一个具有“法向”分量的振动 Y_0 。振动 Y 又一次在工件表面上产生波纹。这种波纹的再生在后续切削中重复进行。振动频率 ω 和前后切削中波纹间的相移 ψ 会自动调整到使最大能量传送到系统的振动中去。这种能量以补偿振动时由阻尼产生的能量损失。因此，在后续切削中振动不减弱，反而增加。这样，产生了动力不稳定的—种特殊情况“再生颤振”。后面将指出，是切屑厚度的变化和由 $(b \cdot r)$ 值给出的切削力的变化两者之间的耦合程度，决定着是否会出现不稳定。在实际情况中，当切屑宽度 b 足够大时，再生颤振总会产生。作为稳定性的极限情

⊖ 原文为 X ，应改为 Y 。——译者

况，就是在后续切削中波纹既不衰减也不增加。

金属切削自激振动的第二个原理“振型耦合”原理，在至少有两个自由度的振动系统中才能起作用。这种系统最简单形式的例子见图11。它包括一个质量 m ，连接到两个不同刚度的弹簧上，在最简单情况下，弹簧作用在两个互相垂直的方向(X_1)与(X_2)上。

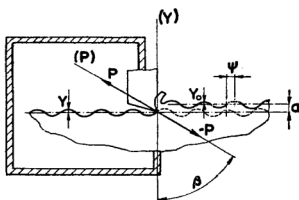


图10 切削一个不平的表面

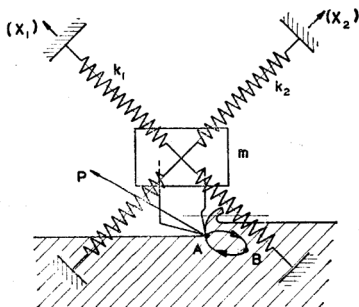


图11 两个自由度系统中的振型耦合

为了和前一原理相区别, 必须假设一种特殊加工情况, 即刀具总是在切除“新鲜”表面(如图12所示)。如果从方形螺纹表面上只切削一次, 那么采用这种方法就可以排除再生颤振。

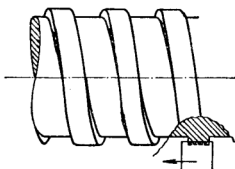


图 12 切削以前没有切过的表面

如果如图 11 所示情况产生了频率为 ω 的振动, 质

量 m 同时在 (X_1) 和 (X_2) 两个方向振动, 幅度不同, 相位也不同。它的合成运动是一个椭圆运动。在图 11 中, 设刀具按箭头方向运动。于是, 在运动从 A 到 B 的半周时, 切削力和运动方向相反, 在从 B 到 A 另外半周时, 切削力和运动的速度方向相同。所以在前半周内, 能量被系统消耗掉, 后半周内, 能量由切削力传送给振动系统。由于运动的第二半周是以较大的平均切削深度进行的, 这半周的平均力比前半周的平均力要大些。因此, 在一个周期里, 传送给系统的能量比系统消耗的能量要大些。多出的能量可能足以补偿阻尼损失。参考文献^①指出, 当系统安排合适时, 上述过程真的会出现, 同时自激振动也会发生。在图 11 所示安排的各种特性中, 应当注意一点, 就是如果方向 (X_1) 落在方向 (Y) 和 (P) 之间, (X_2) 垂直于 (X_1) , 那么只有在两个弹簧的刚度 $k_1 < k_2$ 时, 基于“振型耦合”原理的不稳定性才能发生。若 $k_1 > k_2$, 在所有切削条件下, 切削过程都是稳定的。当然, 只有在假设再生颤振被排除的情况下, 这才是正确的。

① 关于振型耦合原理的详细分析, 见参考文献 1 和 3。

第三个原理根据的是在切屑厚度变化和切削力变化之间存在着一个相移。有一些作者，根据对切削过程的各种物理现象的分析，解释了这种相移的存在的可能。可惜他们的假设不同，现在还不能断定那个解释是正确的。有关相移的可能来源的讨论，在现阶段将被省略。但是曾经被不同的工作者测量过。测量结果也不同，所以，还没有完全可信的相移的数据。

不过，根据振动理论可以充分理解，力对于振动的时间滞后会产生能量，而这将引起自激振动。在下文中，这种可能性称为“速度分量原理”，意思是切削力包含着一个和振动速度同相位的变化分量。同理，如果相移是力的变化对于切屑厚度变化的时间超前，那么，这将造成振动的阻尼。很明显，要使速度分量原理和第一、第二原理分开，切削必须安排如图 12 所示，并且只应当采用单自由度系统。

虽然有关切削力的速度分量实际数值资料还不充分，但一般认为在实际情况中，由速度分量原理产生的能量比起再生颤振和振型耦合原理产生的能量来说是低的。由于缺少速度分量资料以及在计算中引入速度分量会使计算更加复杂化，所以本书采用的基本计算方法，忽略了速度分量原理，在数学上，这表示在基本理论和稳定性基本分析方法中，方程式 (5) 中的系数 r 必须假设是实数。

实际上，前后切削产生的波纹是重叠的，而且振动系统不止一个自由度。因此，三个原理总是同时出现的。对于在图 5 中用图形表示的振动过程，需要用相应的数学式来加以描述，以便包括上述各原理，并找出稳定性极限的方程式。然后，必须找到一个解方程的适当方法。现在，可以对实际颤动时观察到的一些基本事实加以说明。

1.3 各切削条件对颤振的影响

关于切削条件对颤振影响的一些特点将加以考虑，但这里对这些特点将不作理论上的解释，因为下述的理论主要是针对机床而建立的。当然，此理论必须至少和切削过程的实际情况相符合。还有，对切削条件变化的影响的实际观察，将为切削试验的实验技术提供基础。

切削过程的特点由进给量、切削速度、刀具几何形状和工件材料来表示。表示各切削条件对颤振影响的好方法，是采用极限宽度 b_{lim} 来作为量度。试验是这样安排的，除了被研究的一个切削条件(例如 s)和切屑厚度 b 外，其他条件都保持不变。随着 s 的每一变化，切屑宽度 b 也要变化，以便达到稳定的极限，结果可以得到一条 (s, b) 曲线。此方法将给出定量的数据，因而可以说，例如当 s 增加1~5倍时，切屑宽度 b 必须增加2倍，才能达到相同的稳定性状态。

众所周知，切削不同材料时，颤振趋势是不同的。系统的可供比较资料是没有的。但一般地说，切削钢时比切削铸铁时颤振发生得早些，即发生在较小的 b_{lim} 时。

进给量 s (切屑厚度 a) 的重要性，将根据试验结果的若干实例加以解释。试验的确切条件可在参考文献3中查到。

图13特别适用于车削，对镗削和刨削也是典型的。图中曲线是稳定性极限曲线，曲线下面的点代表稳定加工，上面的点代表不稳定加工。切屑厚度范围大于0.002英寸时， a 增加，允许的切屑厚度也增加。当 a 值小时(薄切屑)，这种影响厉害些，即 a 的小变化对应于 b 的大变化，而对厚的切屑，此种影响将减小。可以看出，由试验建立的极限曲

线（图 13）和根据金属切削理论建立的图 9 中的曲线是很接近的。

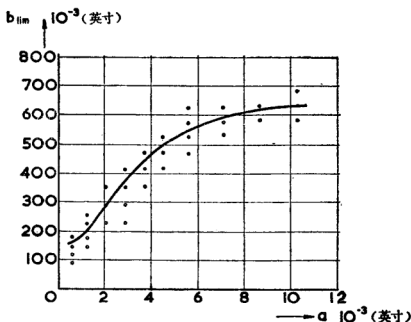
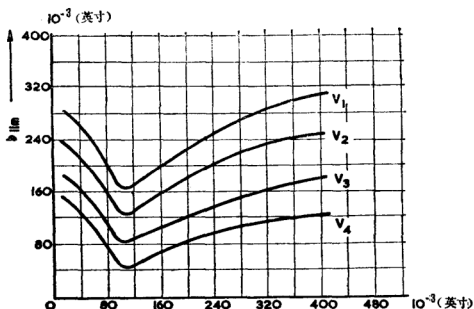


图 13 车削时 b_{lim} 与 a 的关系

端面铣削试验得到的一些类似曲线如图 14 所示。图是以 b_{lim} 对铣刀每齿进给量 s_f 绘画的，而不是如图 13 所示是对切屑厚度 a 绘画的。切削时，切削厚度的变化如图 15 所示。可以看到，只有在 $s_f > 0.001$ 英寸的部分，这是指切屑厚度变化大致在 $0.0003 \sim 0.001$ 英寸之间， (b, s_f) 曲线才和图 13 中曲线对应。对于更小的进给量，进给量（平均切屑厚度）增加时，极限切屑宽度 b_{lim} 将减少。如果把图 15 的意义考虑进去，就可以说，对于薄切屑，切屑厚度变化对颤振的影响与切屑厚度较厚时是相反的。在车削、刨削和大多数镗削的实践中，小的切屑厚度是从来不用。这样，图

图 14 端面铣削时 b_{lim} 与 s_f 关系

13 和图 14 之差别 就得到了解释。

在图 14 中，不但指明了进给量变化的影响，而且也指明了切削速度变化的影响。各条曲线相当于 $v_1=46$ 英尺/分， $v_2=58$ 英尺/分， $v_3=73$ 英尺/分，和 $v_4=173$ 英尺/分。可以看到，在这种范围内切削速度 v 增加时，切屑宽度 b 必须减少。

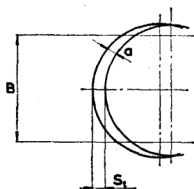


图 15 端面铣削时切屑厚度的变化

在滚铣（圆柱铣刀铣平面）加工中，会遇到平均切屑厚度很小甚至比在端面铣削中遇到的更多，这一情况见图 16。图中切削深度由 h 表示。因此，也可以在代表一次试验结果

的 (b, s_t) 稳定性极限曲线上 (图 17) 找到一个最低点。

就切削速度而论, 如图 18 所示的那些 (b, v) 稳定性极限

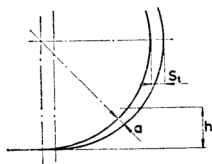


图 16 滚铣加工中切屑厚度的变化

曲线, 对所有各种机械加工工序都是典型的。图中曲线代表在车床上加工不同尺寸的软钢工件时的试验结果。图中标注的颤振频率和工件不同的重量相对应。可以看到, 在较低速度范围, 大约到 120 英尺/分

(在高速钢刀具所用的速度范围内) 切削速度的增加要求切

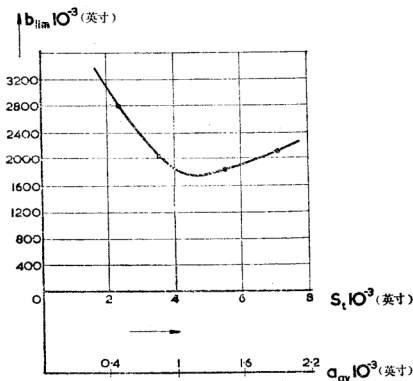


图 17 滚铣加工时 b_{lim} 与 s 关系

屑宽度 b 大量减少。较高速度范围（硬质合金刀具所用的速度范围），切削速度增加允许切屑宽度稍有增加。

对刀具几何形状变化的影响，以同样方式进行了研究。研究结果可以总结为：从负前角开始改变为正前角，再继续加大，可使 b_{lim} 增加。后角减小到非常小的数值约 $1^\circ \sim 2^\circ$ 时，也会使 b_{lim} 增加。

在小结对切削条件的论述时，必须指出，在本书中将采用一组标准切削条件，这将在第四章中详细讨论。切屑厚度 b 作为唯一的变化量，不包括在这组标准条件中。

当考虑机床性能对颤振的影响时，刚度的重要性必须占头等地位。相当普遍地认为，提高机床某一部分的刚度，会使机床稳定性增加（ b_{lim} 值增加）。图 19 表示车削圆柱形工件时，随着尾架套筒伸出长度的减少，和工件右端夹持刚度由此相应增加而使 b_{lim} 增加的情况。图 20 表示端铣平面时，采用三种不同长度的铣刀夹紧心轴，在两种切削速度情况下的稳定性极限曲线（ b, s_t ）。心轴越长，铣刀的刚度越低，稳定性随之下降。

但是应当认识到，加强机床不同部位，对稳定性的影响是不同的。刀具与工件间的综合刚度作为判断影响稳定性的准则是不能接受的。例如，在车床上增加主轴及其安装刚度，

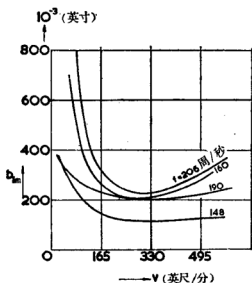


图 18 b_{lim} 与 v 关系曲线

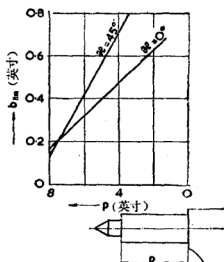


图 19 b_{lim} 和尾架套筒伸出量的关系

对稳定性有巨大影响，但刀架刚度的任何变化，却只有一点微小影响。也有这种情况，某一型式的机床比另一具有重量较大和相应刚度较大的某些零件的机床来说稳定性更好。当然，不仅刚度的变化，而且在机床设计中其他一些变化，都会改变机床的稳定性。例如，把一块物质装到机床的某个地方。一般来说，改变机床设计的效果不能采用简单参

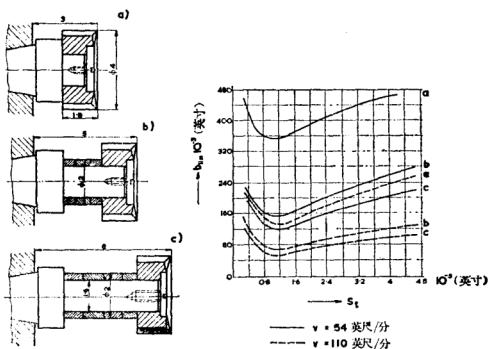


图 20 刀具夹紧对稳定性的影响

数，像综合静刚度这样一个参数来解释。在没有认清切削过程和机床之间相互方位关系的作用时，机床的变化对切削稳定性的影响的某些方面会表现出很难理解。一个例子是车外圆时，(a)当刀具像通常那样卡紧在前刀架上和(b)当刀具卡紧在横溜板的后面，主轴反转进行切削，常常可以观察到稳定性有很大的区别。

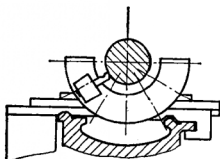


图 21 车床上改变刀具位置
安排形式

可以把上述观察到的情况归入“加工方位形式”一类问题。现在可以引用两个例子，对普通车床进行特殊试验。在横溜板上固定一块板，如

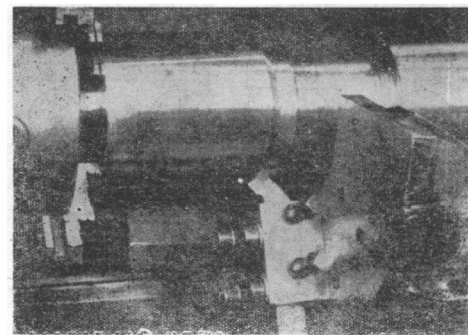


图 22 图 21 安排形式的照片

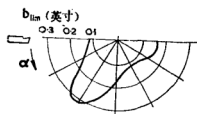


图 23 随刀具倾斜角不同,
 b_{lim} 的典型变化

顶面 (实际 Y 方向, 即切削表面的法向) 之间的夹角, 半

图 21 所示, 使刀具可以对水平方向安装成不同的角度。这样的布置见图 22。改变刀具位置, 发现极限切削深度 (切屑极限宽度 b_{lim}) 在相当大的范围内变化。图 23 代表车床上试验的结果。图形采取极坐标形式, 其中角度座标代表水平面及刀具

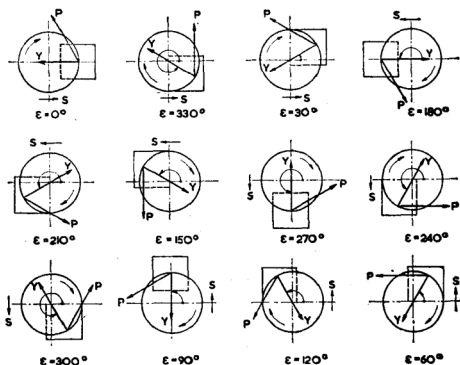


图 24 在卧式镗铣床上进行铣削时各种可能的加工方位形式

径代表极限切削深度。可以看到，随着刀具位置的改变，极限宽度 b_{lim} 按比例 1:3 变化。特别有意义的是，一般刀具在水平位置是稳定性最坏或者几乎是最坏的位置。

第二个例子，对于进行端面铣削加工的机床（如铣床和卧式镗床）是十分典型的。随着进给方向的变化和刀具中心相对于工件中心线位置的变化，可得到法向 Y 和切削力 P 的各种可能方向，如图 24 所示。在卧式镗床上进行铣削试验的结果见图 25，此图采用极坐标形式，半径方向的

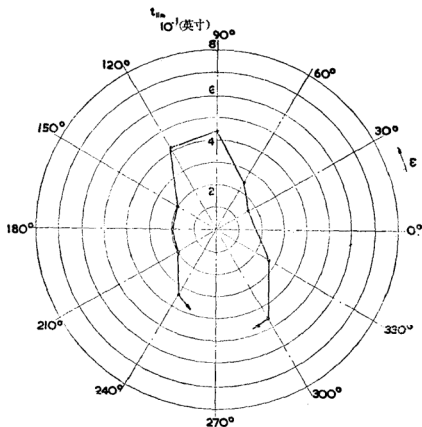


图 25 铣削的各种加工方位形式的极限切削深度

值代表极限切削深度，角度座标 ε 对应于图 24 中的角度 ε 。又可以看到，稳定性变化由最小极限切削深度 $t_{lim}=0.16$ 英寸与最大极限切削深度 $t_{lim}>0.5$ 英寸来表示。

这些结果清楚地指出，并不是仅仅机床的总重量大或机床所有部件的刚度高，就能保证稳定性高。很明显，如果提出一种理论和分析方法能指出机床哪些部件在自激振动过程中最重要，哪些规律支配着稳定性和切削过程对机床方位形式之间的关系，这对合理设计高稳定性机床将是极有价值的根据。现在将带着这一规定任务来发展理论。

第二章 颤振理论和稳定性分析

(J. 特鲁斯泰)

在金属切削自激振动过程的数学处理中,要利用原理图 5。第一部分表示切削过程的方程式已由上一章的公式 (3) 给出。在描述、推导第二部分(即机床振动系统,包括这两部分的相互方位关系的方程式)以前,扼要重述机械振动一般理论的一些概念是必要的。

2.1 各种系统的固有振动和强迫振动

(a) 单自由度系统

机械振动理论中最简单最理想的情况是采用具有一个自由度的振动系统。它由两个独立部分所组成,一个质量为 m 和一个刚度为 k 的弹簧。系统的固有阻尼由阻尼常数 c 来描述,形成一个力作用在质量 m 上,这个阻尼力和质量 m 的速度成正比,但方向相反。这样一个系统可用图 26 来说明。图中表示一个质量联结到一个无质量的受弯曲的梁上,假设质量 m 的运动只能在 (X) 一个方向内。这个运动受一个力的抵抗。这个力可分为两个分力:一个和位移成比例,另一个和质量的速度的比例。

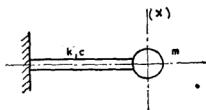


图 26 单自由度系统

假设使梁变形,然后松开,如果阻尼小,则质量 m 将作自由振动,可写为:

$$x = X_0 e^{(-\delta + j\nu)t} \quad (6)$$

此振动的频率为:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\Omega^2 - \delta^2} \quad (7)$$

式中 $\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, 是无阻尼系统的固有圆频率;

$$\delta = \frac{c}{2m}$$

采用相对阻尼 d 的概念来表示阻尼系数 c 和临界值 c_c 之比:

$$d = \frac{c}{c_c} = \frac{\delta}{\Omega} \quad (8)$$

其中 $c_c = 2\sqrt{km}$, 指系统运动刚刚不再是周期性运动时的阻尼系数。

设力 $p = Pe^{i\omega t}$ 在 (X) 方向内作用在质量 m 上, 系统形成稳态振动:

$$x = Xe^{i\omega t}$$

式中 $X = Ae^{i\varphi}$ 。

振动幅度为 A , 作用力和合成位移之间的相移为 φ , 这两个量均已隐含在系数 X 中。因此, 对频率为 ω 的谐和激励:

$$X = \frac{P}{k} \cdot \frac{\Omega^2}{\Omega^2 - \omega^2 + 2j\delta\omega} = P \cdot \Phi(\omega) \quad (9)$$

函数 $\Phi(\omega)$ 称为系统的动态柔度, 它的绝对值 $F(\omega)$, 在图 27 中纵坐标用单位 $\frac{1}{k}$ 来表示。曲线表示不同的 d 值。 Φ 的实部 (更一般地说, 和 P 同相位的部分) 是 ω 的函数, 表示为:

$$Re(\Phi) = G = \frac{1}{k} \cdot \frac{\Omega^2(\Omega^2 - \omega^2)}{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + (2\delta\omega)^2} \quad (10)$$

式 (10) 称为实动态柔度, 如图 28 所示, 单位是 $\frac{1}{k}$, 随 d 值而改变。

Φ 值的虚部 (与 P 成 90° 相位的部分) 为:

$$Im(\Phi) = H = -\frac{2}{k} \frac{\Omega^2 \delta \omega}{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + (2\delta\omega)^2} \quad (11)$$

后者称为虚动态柔度, 它是 ω 的函数, 如图 29 所示, 单位是 $\frac{1}{k}$, 随 d 值而改变。

X 相对于 P 的相移 φ 可表示为:

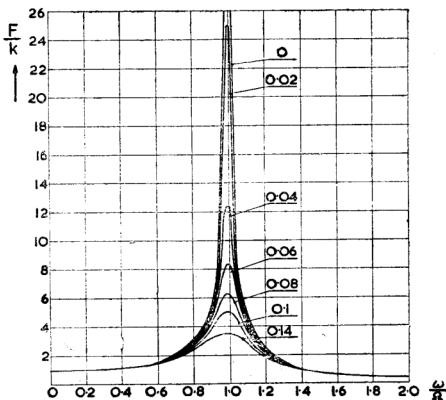


图 27 绝对动态柔度

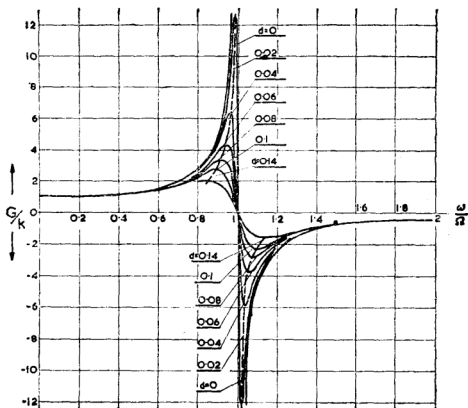


图 28 实动态柔度

$$\tan\varphi = \frac{H}{G} = -\frac{2\delta\omega}{\Omega^2 - \omega^2} \quad (12)$$

φ 值作为 ω 的函数, 如图 30 所示。

动态柔度曲线有重要意义的各点是在激振力频率以下各值时:

(1) $\omega = \Omega$, 相移正好是 $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ 。

(2) $\omega = \Omega\sqrt{1-2d^2}$, 或者近似地为 $\omega = \Omega(1-d^2)$,

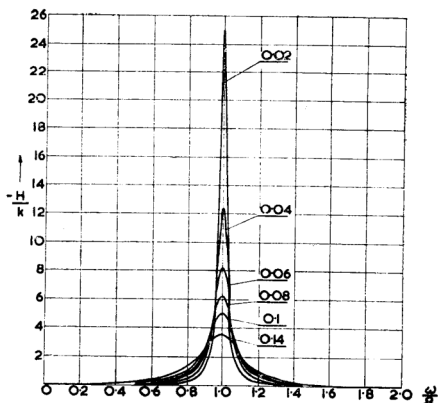


图 29 虚动态柔度

绝对动柔度的最大值 F_{\max} 。

(3) $\omega = \Omega\sqrt{1-d^2} = \nu$ (系统的固有振动频率) 对于响应曲线无特殊意义。

(4) $\omega = \Omega\sqrt{1 \pm 2d}$, 或近似地 $\omega = \Omega(1 \pm d)$, 实动态柔度的最大正值和负值 G_{\max} , G_{\min} (最大和最小点), 这两点的 G 值是 $G_{\max} = \frac{1}{4d(1-d)k}$, $G_{\min} = \frac{1}{4d(1+d)k}$ 。

(5) $\omega = \Omega \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{1-2d^2+2\sqrt{1-d^2+d^4}}$, 或者近

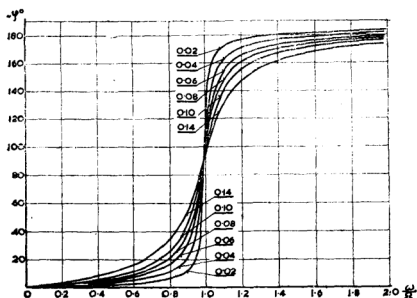


图 30 力与振动之间的相移

似地 $\omega = \Omega \sqrt{1-d^2} = \nu$, 虚数响应最小值 H_{\min} 。在此点, H 值近似地是

$$H_{\min} = -\frac{1}{2dk} \quad (13)$$

如果给出实动态柔度曲线, 公式 (13.4) 可供计算阻尼用。于是:

$$d \approx \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{2\Omega} \ominus \quad (14)$$

式中 ω_{\max} 和 ω_{\min} 分别是 G 达到最小和最大数值时的频率。

(b) 具有两个自由度的单向系统

从简单的一个自由度概念出发, 可以引伸出两个自由度

⊖ 原文为 $\omega_{\min} = \omega_{\max}$ 有误。——译者

系统的概念。作为这种例子如图31 a所示, 它的系统是具有两个质量 m_a 和 m_b , 且与两个无质量的刚度为 k_a 和 k_b 的梁相联。假设质量 m_a 只允许在 (X_a) 直线上移动, 质量 m_b 只允许在平行于 (X_a) 的 (X_b) 直线上移动。相应的位移 X_a 和 X_b 可选择为决定系统位置的两个必要的坐标。假设具有阻尼系数 c_1 和 c_2 的阻尼力作用在质量 m_a 和 m_b 上。

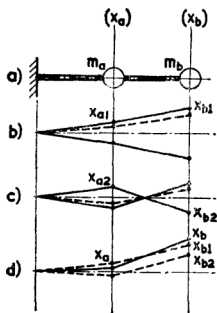


图 31 具有两个自由度的单向系统之固有振动振型

如果使系统从平衡位置偏移, 即假设给质量 m_b 和 m_a 一

些初始位移 (或速度), 然后把系统松开, 它就会形成固有振动。得到的合成运动是两个同时运动的总和, 这两个运动以系统的两种振型实现的。每种振型有一个频率 Ω 和一个振型, 后者由质量 m_b 和 m_a 的位移的比值 $\lambda_1 = \frac{X_{b1}}{X_{a1}}$,

$\lambda_2 = \frac{X_{b2}}{X_{a2}}$ 所定义。这样两个质量的实际位移 x_b 和 x_a , 在任何时候都应认为是由属于两种振型的位移所组成的, 如图31所示。图中选择了每一振型中该系统的两个瞬时位置, 如图b和c中用虚线所示。图中d是把它们合成而得系统的实际位置。当然只有最后的合成运动d能够看到, 而只能凭

⊖ 原文中为 m_1, m_2 , 与前文不符, 应改为 m_a, m_b 。——译者

想象把它分解为两个分运动。但是，由于各部分振动有不同频率，合成运动连续改变它的形状。表示质量 m_b 的固有振动方程式为：

$$x_b = x_{b1} + x_{b2} \quad (15)$$

此处 $x_{b1} = X_{b1} \cdot e^{(-\delta_1 + j\nu_1)t}$

$$x_{b2} = X_{b2} \cdot e^{(-\delta_2 + j\nu_2)t}$$

$$\nu_1^2 = \Omega_1^2 - \delta_1^2$$

$$\nu_2^2 = \Omega_2^2 - \delta_2^2$$

式中 Ω_1 , Ω_2 和 δ_1 , δ_2 决定于系统的参数 m_a 、 m_b 、 k_1 、 k_2 、 c_1 、 c_2 。

质量 m_a 的运动很容易从式 (15) 利用形状系数 λ_1 和 λ_2 ：

$$x_a = \lambda_1 x_{b1} + \lambda_2 x_{b2} \quad (16)$$

形状系数也只决定于系统的参数。因此，系统的运动由方程式 (15) 得到充分的描述，该方程式表示定义两种振型中的系统某一点运动的两个部分座标 x_{b1} 和 x_{b2} 。这样，两种振型位置的座标便代替了原来选择的系统两个点的合成座标。

两个向量 X_{b1} 和 X_{b2} 决定于运动的初始条件。很明显，初始条件可以选择使 $X_{b1} = 0$ ，或者使 $X_{b2} = 0$ 。然后，系统将分别只按频率 ν_2 或只按频率 ν_1 振动。还有，系统位移的形状，在整个运动过程中，将只由 λ_2 或只由 λ_1 分别给出。一般并不是这种情况，系统是同时以两个频率振动的，它的最后形态是 λ_1 和 λ_2 连续变化的合成。

假设力 $p = P e^{i\omega t}$ 沿 X_b 方向作用到两个质量中的一个上，例如 m_b 上，则系统将产生强迫振动。

$$x_b = X_b \cdot e^{i\omega t}$$

此处 $X_b = A_b \cdot e^{i\varphi}$

$$X_b = A_b e^{j\varphi} = P \cdot \left[\frac{1}{k_{b1}} \cdot \frac{\Omega_1^2}{\Omega_1^2 - \omega^2 + 2j\delta_1\omega} + \frac{1}{k_{b2}} \cdot \frac{\Omega_2^2}{\Omega_2^2 - \omega^2 + 2j\delta_2\omega} \right] = P \cdot \Phi_b(\omega) \quad (17)$$

式 (17) 可改写为:

$$X_b = A_b e^{j\varphi} = X_{b1} + X_{b2} = A_{b1} \cdot e^{j\varphi_1} + A_{b2} \cdot e^{j\varphi_2} \quad (18)$$

其中符号

$$\begin{aligned} X_{b1} &= \frac{P}{k_{b1}} \cdot \frac{\Omega_1^2}{\Omega_1^2 - \omega^2 + 2j\delta_1\omega} = P \cdot \Phi_{b1}(\omega) \\ X_{b2} &= \frac{P}{k_{b2}} \cdot \frac{\Omega_2^2}{\Omega_2^2 - \omega^2 + 2j\delta_2\omega} = P \cdot \Phi_{b2}(\omega) \end{aligned} \quad (19)$$

这样, 系统的强迫振动可设想为两种振型的强迫振动的合成, 即:

$$\begin{aligned} x_b &= x_{b1} + x_{b2} = X_{b1} e^{j\omega t} + X_{b2} e^{j\omega t} \\ &= P \cdot (\Phi_{b1} + \Phi_{b2}) e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (20)$$

式中 Φ_{b1} 和 Φ_{b2} 可分别称为此系统的第一和第二振型的动态柔度。公式 (20) 表示为:

$$\Phi_b = \Phi_{b1} + \Phi_{b2} \quad (21)$$

也就是系统的动态柔度可以从两种振型的动态柔度之和得到。公式 (21) 中三个值都是向量, 他们的加法可以这样进行:

$$\Phi_b = G_b + jH_b = (G_{b1} + jH_{b1}) + (G_{b2} + jH_{b2})$$

$$\text{或者 } \Phi_b = (G_{b1} + G_{b2}) + j(H_{b1} + H_{b2}) \quad (22)$$

因此, 系统的实动态柔度是两种振型的实动态柔度的算术和, 系统的虚动态柔度是两种振型的虚动态柔度的算术和。这种加法, 或者相反, 把一个具有几个自由度的系统的合成动态柔度分解为各个振型的动态柔度的方法, 用来作为分析

机床振动系统稳定性的基本方法。

在公式 (19) 中出现的 k_{b1} 和 k_{b2} 值决定于系统的参数, 并称为系统的各个振型的“刚度”。它们的含意从方程式 (19) 可得到解释, 它们属于各个振型的动态柔度的概念。

作为一个例子在图 32 中用图形表示方程式 (22), 对象是图 31 系统, 系统的参数是随意选择的, 仍假设力 P 作用在系统的 b 点上, 并且表现为振动 X_b 。系统决定于 k_{b1} 、 k_{b2} 、 δ_1 、 δ_2 、 Ω_1 和 Ω_2 。两种振型的实和虚动态柔度 G_{b1} 、 G_{b2} 、 H_{b1} 、 H_{b2} 作为 ω 的函数, 分别表示在 a、b、c 和 d 图中。在 e 和 f 图中, 得到 $G_{b1} + G_{b2}$ 和 $H_{b1} + H_{b2}$ 的算术和。在 g 图中用几何加法合成 G_b 和 H_b , 最后的合成曲线代表在所给情况下系统的绝对响应 X_b 。

在系统的强迫振动中, 系统的每个点以频率 ω 进行谐振。假如激振力的频率 ω 发生变化, 那么由比率 $\lambda = \frac{X_b}{X_a}$

表示的系统振动的形状就会变化。假如它和 Ω_1 相差很小, 则系统的合成振动大部分由第一种振型组成, 第二种振型相对来说作用较小, 因此 λ 的数值和 λ_1 差别很小。同样, 假如 ω 和 Ω_2 相差很小, 则合成运动的形状就会和第二种振型的形状差别很小。

对于刚描述的系统对 p 力作用在系统的一点 b 的情况下, 推导了在 b 点运动的方程式。假如 p 力还是作用在 b 点上, 不难写出另一点 a 运动的方程式为:

$$x_a = \lambda_1 x_{b1} + \lambda_2 x_{b2} = (\lambda_1 X_{b1} + \lambda_2 X_{b2}) e^{i\omega t} \quad (23)$$

⊖ 原文为 Ω , 应改为 Ω_2 。——译者

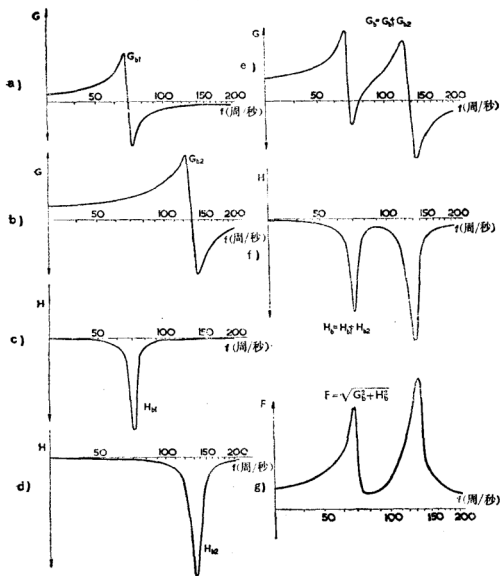


图 32 各个振型的动态柔度的合成

并且，也能推导出当 p 作用在 a 点时 a 点和 b 点的运动方程，只不过振型 1 和 2 的刚度具有不同的 k_{a1} 和 k_{a2} 值而已。

(c) 具有不同方向的两个自由度系统

再假设一个具有两个自由度的简单系统，但型式和 (b) 不同。在情况 (b) 中，两个振型 1 和 2 的两点 a 和 b 的运动是沿相同方向 (X_a) 或 (X_b) 进行的。现在来考虑一个很简单系统的情况，它的两个振型运动的方向是不同的。

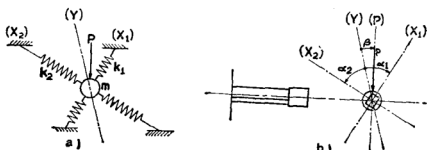


图 33 运动方向不同的两个自由度系统

此系统如图 33a 所示。质量 m (两个振型共用) 和作用在方向 (X_1) 和 (X_2) 内的两个弹簧相联结。为了简化，假设 (X_1) 和 (X_2) 互相垂直。弹簧刚度分别为 k_1 和 k_2 。图 33b 表示这种系统的一个可能方案，其中质量 m 固定在无质量的、矩形截面杆的末端。

这里，系统的两种振型可以很好分开，并分别由在 (X_1) 和 (X_2) 方向的振动来代表。很明显，刚度 k_1 和 k_2 在这种情况下是单独振型的刚度。此系统的自由振动可用方程式 (23) 来描述：

$$x = X_1 e^{(-\delta_1 + j\nu_1)t} + X_2 \cdot e^{(-\delta_2 + j\nu_2)t} \quad (23)$$

式中 δ_1 、 ν_1 和 δ_2 、 ν_2 的数值分别简单地由 k_1 、 c_1 、 m 和 k_2 、 c_2 、 m 所决定。 x 、 X_1 、 X_2 各数值在这情况下不但是时间向量，也是空间向量。合成运动是在 (X_1 、 X_2) 平面内进行的，它的轨迹是众所周知的李沙育曲线 (但有阻尼)。 X_1

和 X_2 值决定于初始条件。如果 $X_1=0$ 或者 $X_2=0$ (并且各自的初始速度也等于零), 那么, 只能得到两种振型中的一种振动。

假设力 $p=Pe^{j\omega t}$ 在 (P) 方向内作用在质量 m 上, (Y)⊙ 和 (X_1) 、(Y) 和 (X_2) 之间的夹角分别为 α_1 和 α_2 。这力以相同的频率在两种振型中同时激起振动。合成振动仍然是时间和空间向量:

$$\begin{aligned} x &= Xe^{j\omega t} \\ X &= X_1 + X_2 = \frac{P \cos \alpha_1}{k_1} \cdot \frac{\Omega_1^2}{\Omega_1^2 - \omega^2 + 2j\delta_1\omega} \\ &\quad + \frac{P \cos \alpha_2}{k_2} \cdot \frac{\Omega_2^2}{\Omega_2^2 - \omega^2 + 2j\delta_2\omega} \end{aligned} \quad (24)$$

x 在 (X_1, X_2) 平面内的轨迹是一个椭圆。它的形状决定于系统的参数和激振力的频率 ω 。方程式 (24) 意味着, 每一振型的振动是由力在该方向上的投影所激发的。

如果只对合成振动在 (Y) 方向的分量有兴趣, 可以认为, 它是 X_1 和 X_2 在 (Y) 方向的投影总和:

$$\begin{aligned} Y &= P \left(\frac{\cos(\alpha_1 - \beta) \cdot \cos \alpha_1}{k_1} \cdot \frac{\Omega_1^2}{\Omega_1^2 - \omega^2 + 2j\delta_1\omega} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\cos(\alpha_2 - \beta) \cdot \cos \alpha_2}{k_2} \cdot \frac{\Omega_2^2}{\Omega_2^2 - \omega^2 + 2j\delta_2\omega} \right) \end{aligned} \quad (25)$$

⊙ 原书 α 角定义为 (P) 与 (X) 之间的夹角有误, 应改为 (Y) 与 (X) 之间的夹角。因此, 公式 (24) 中 $P \cos \alpha_i$ 应改为 $P \cos(\alpha_i - \beta)$, α 角由 (Y) 向 (X) 逆时针方向为正, 顺时针方向为负。
 β 角为 (Y) 方向与 (P) 方向之间的夹角, 由 (Y) 向 (P) 逆时针方向为正, 顺时针方向为负。
 公式 (25) 中, $\cos(\alpha_1 - \beta)$ 是两个角之差, $\cos(\alpha_2 - \beta)$ 是两角之和。注意图 33 中 α 与 β 角标注的方向。——译者

(d) 具有不同方向的多自由度系统

按照和上述两系统相似的方法, 可以设想多质量的系统, 这些质量一般分布在三维空间内, 并由许多弹簧分别把各质量相联。图 34a 代表此种系统的一个二维(平面)图形。如果把上述情况中所解释的概念加以引伸和推广, 可以理解这种系统将具有许多自由度和许多固有频率 Ω_i , 许多阻尼系数 δ_i 及相应的许多振型。对于每一振型, 相应有一特定的方向 (X_i), 系统的一个特定点 a 就将在这方向以给定的振型振动(几个振型最后可能有一个共同方向)。

设一交变力 $p = Pe^{i\omega t}$ 作用在系统的 a 点上, 并且假如 (Y) 是选择的特定方向, (Y) 和 (P) 夹角为 β , (Y) 和 (X_i) 之间的角度是 α_i , 则点 a 在 (Y) 方向上的振动为:

$$y = Ye^{i\omega t}$$

$$\text{式中} \quad Y = P \sum_{i=1}^{i=n} \frac{u_i}{k_i} \cdot \frac{\Omega_i^2}{\Omega_i^2 - \omega^2 + 2j\delta_i\omega} \quad (26)$$

其中“方向系数 u_i ”是:

$$u_i = \cos \alpha_i \cos(\alpha_i - \beta) \quad (27)$$

k_i 是对应于各个振型并对应于系统中选定的 a 点的刚度, 这是指各个振型分别被作用在 a 点上的谐和力沿各个振型的 (X_i) 方向所激发的情况。和以前情况相同, 用符号 F 、 G 和 H 表示绝对响应、实数响应和虚数响应, 方程式 (26) 可重写为:

$$Y = P \sum_{i=1}^{i=n} u_i G_i + ju_i H_i = P \cdot (G + jH) = P \cdot \Phi \quad (28)$$

此处

$$G = \sum_i^n u_i G_i \quad (29a)$$

$$H = \sum_i^n u_i H_i \quad (29b)$$

式中 G_i 和 H_i 分别取公式 (10) 和 (11) 表示的形式。

不言而喻, 各个振型的实数和虚数响应部分 G_i 和 H_i , 相当于各个振型在它们各自相应的方向 (X_i) 内被激振的情况。他们是直接动态柔度。函数 Φ 、 H 称为交叉动态柔度, 因为它们代表系统在与激振力方向不同的方向中之响应。系数 Φ 、 G 和 H 随着系统 (P) 和 (Y) 方向变化而变化, 这也是不言而喻的。

此时, 方程式 (28) 也能用图形表示, 就像用图 32 表示方程式 (22) 那样。

现在, 差别在于振型的数目不同。另外, 由于振动情况不再是单方向的, 差别还在于需要把方向系数 u_i 包括到系统的合成柔度中去。因此, 各个 G_i 和 H_i 曲线在把它们相加得到 G 和 H 曲线之前, 必须乘上相应的 u_i 值。

图 34b 用图形表示一个和上述情况相似的系统, 这时,

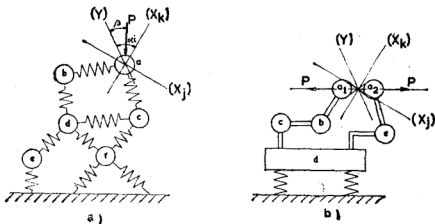


图 34 多自由度系统图

系统的弹簧是由梁来代表。假如把这些梁看成无质量的，那么，图 34b 所表示的和图 34a 所表示的实际上是等效的，只有一点差别，即此时力作用在系统的 a_1 、 a_2 两点之间，而要测量的是 a_1 相对于 a_2 的相对振动。假设 (X_i) 方向理解为各个振型中 a_1 和 a_2 两点之间相对振动的方向，同时采用相应的 α_i 和 u_i 数值，并且假设 k_i 理解为各个振型相对振动的刚度，那么两点的相对振动 Y 仍以方程式 (26) 和 (28) 来表示。

如果图 34b 的梁不认为是无质量的，图 34b 代表一个实际机床结构，它的质量和柔度并非分开的，而是连续地分布于整个结构。但是质量和柔度分布是不均匀的。因此，可以把结构的某些部分近似地看作是集中质量，而把另一些部分看作是集中弹簧。

机床结构是一个具有无限多自由度的振动系统。必须记住，具有无限多自由度的系统就必然存在具有相应于其固有频率的无限多个振型。可是频率是不同的，从 $\Omega=0$ 直到 $\Omega=\infty$ 的范围内表现为分开的各个值。对于强迫振动，如果力作用在系统的一个特定点上或作用在两个特定点之间，同时，振动也是在一个特定点上或两个特定点之间测量，那么，对应于无限多振型的每一个也有一个特定的刚度 k_i 。振型的固有频率愈高，刚度值也越大。经验还表明，在比较高的振型中，阻尼值一般也比较高。因此，振型愈高，它在合成振动中起的作用就越小。由此可见，对于某一个要求一定精度的计算，系统的所有振型除了几个较低的以外，都可以忽略。因而，机床实际的结构可认为是一个少数自由度（一般少于 10）的系统，方程式 (26) 和 (28) 都可以应用。

2.2 金属切削中自激振动的基本理论

对金属切削中的自激振动作了前面的阐述以后，现在只需要把图5闭环系统用数学方法表示出来。前面已经得出它的两部分的传递函数。方程式（5）表示有关切削过程的那部分，方程式（28）表示有关机床的那部分，包括两部分的相互方位。

作为现在要建立的基本理论，它包含若干的简化^①。通过专门的试验和实际经验的证明，采用这些简化理论来分析机床稳定性对实际应用不会有很大程度的影响。简化使稳定性分析的过程能以合理的工作量完成。第三章中描述的分析方法和第四章所有实际例子都是以此简化理论为基础的。因此，从它实际应用的意义来说，将被认为是基本理论。

假设的简化是：

- (a) 机床的振动系统是线性的。
- (b) 切削力变化部分的方向是不变的。
- (c) 切削力变化部分只决定于切削表面法向的振动。
- (d) 切削力变化部分的数值随振动位移 y 的变化瞬时地并成正比地变化。

(e) 振动频率和前后相继的重叠走刀中，波纹之间的相移不受波长对走刀长度的关系的影响。这个假定相当于每次切削无限长度，或者，实际上相当于刨削时的情况。

可以理解，上述假设（d）可以令方程式（5）中的 r 值是实数来表示。因此，只有“再生颤振”和“振型耦合”原

① 这理论已由特鲁斯泰与波腊雪克发表在文献1~4，其中文献3内有对于这一理论相当精确的证明。——作者

理将包括在这一理论中，而“速度分量”原理将被忽略。

有的简化对某些情况是不适用的。在这些情况时，此理论的某些问题将在第二章第三节中说明。

由特鲁斯泰和波腊雪克提出的这个基本理论和稳定性分析方法，与其他一些作者如库田诺夫(Kudinov)^[7]、托贝斯(Tobias)^[8,9]和彼得斯(Peters)^[10,13]提出的不同，差别在于稳定性极限的图解不是在机床动态柔度曲线的复合平面内进行，而是在实数平面内进行的。这样就可以理解稳定性极限如何依赖于结构的各个振型，并对机床结构的合理变化作出建议。

在做了上述说明之后，就可着手考虑描写自激振动闭环的方程式，其安排方式可根据图 35 加以概述。刀具和工件属于机床的振动系统。切削力作用在它们之间。切削表面法向方向(Y)内的相对振动在工件表面上造成波纹 Y_0 。在后续切削中发生了振动，如果投影到(Y)方向，幅度为 Y 。机床的振动系统 M 有若干个自由度，分别对应于刀具及工

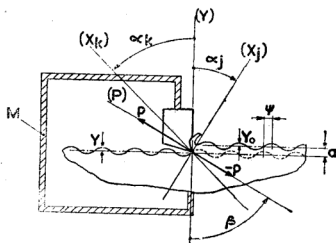


图 35 自激振动过程原理图

件间相对振动的方向 (X_i)。图 35 中包括两个振型方向 (X_j) 和 (X_k)。(Y) 和 (P) 之间的夹角是 β , (Y) 和 (X_i) 之间的夹角是 α_i 。图 35 可以作为在 (Y 、 P) 平面内三度空间情况的一个例子。一般来说, (X_i) 方向不在此平面内, 因此 α_i 角将理解为 (Y) 和 (X_i) 之间的夹角, 而不是它们在 (Y 、 P) 平面上的投影。

对于图 85 的情况, 方程 (5) 和 (28) 不需任何改变就可以应用:

$$P = -b \cdot r \cdot (Y - Y_0) \quad (5)$$

$$Y = P \cdot \Phi(\omega) \quad (28)$$

$$\text{式中} \quad \Phi(\omega) = G(\omega) + jH(\omega) = \sum_{i=1}^{i=n} u_i G_i + j u_i H_i \quad (29)$$

是振动系统的绝对交叉动态柔度, G 和 H 分别为它的实部和虚部, G_i 和 H_i 是各个振型的实数和虚数直接动态柔度, 以及

$$u_i = \cos \alpha_i \cos(\alpha_i - \beta)$$

是各个振型的方向系数。

交叉动态柔度 Φ 、 G 、 H 在这里和以下叙述中, 都理解为交叉动态柔度这样的特殊情况, 在这些情况下, 系统受沿切削力方向 (P) 作用在工件和刀具之间的力的激振, 并且振动是沿切削表面的法向 (Y) 相对地在工件和刀具之间测量的。(Y) 和 (P) 正向都是向着刀具的方向。(Y) 和 (P) 之间的夹角为 β 。系统各个振型的方向决定于角度 α_i 。 α_i 角度是从 (Y) 开始到 (X) \ominus 。方程式 (5) 和 (28) 合成为:

\ominus 原书为 (P), 有误, 应改为 (X)。——译者

$$\frac{Y}{\Phi} = b \cdot r (Y_0 - Y)$$

整理后得:

$$\frac{Y_0}{Y} = \frac{1/br + \Phi}{\Phi} \quad (30)$$

方程 (30) 描述了自激振动的闭环系统。稳定性的极限条件可表示为:

$$|q| = \left| \frac{Y_0}{Y} \right| = \left| \frac{1/br + \Phi}{\Phi} \right| = 1 \quad (31)$$

此式说明某一次走刀中振动的振幅 Y 等于上一次走刀中振动的振幅 Y_0 。方程 (31) 可根据 (29) 改写为:

$$|q| = \left| \frac{1/br + G + jH}{G + jH} \right| = 1 \quad (32)$$

由于切削宽度 b 值是正实数, 并且根据简化假设 (d), r 是正实数, $1/br$ 的值也是正实数。因此, 公式 (32) 中 q 的分子和分母中的向量都具有相同的虚部 jH 。

方程式 (32) 要求 q 的分子和分母中向量的模要相等。因为它们的虚部相等。条件 (29) 用下式代替:

$$|q'| = \left| \frac{1/br + G}{G} \right| = 1 \quad (33)$$

此式表示这两个向量的实部的绝对值也是相等的。要满足条件 (33), 只有:

$$\frac{1}{br} + G = -G$$

或

$$\frac{1}{2br} = -G \quad (34)$$

方程式 (34) 是稳定性极限条件的最简单形式。可是, 很明显, 因为对于 G 值不存在其他条件, 仅有的决定振动的频

率和相位的其他可能关系已被简化的假设 (e) 所排除, 所以, 稳定性的最低极限将决定于能否满足条件 (34) 的切屑宽度的最小值 b_{lim} 。于是, 基本理论中最低的或临界稳定性极限条件的最终形式可表示为:

$$\frac{1}{2b_{lim}r} = -G_{min} \quad (35)$$

方程式 (35) 说明, 达到稳定性极限的最小切屑宽度 b_{lim} 值, 或者在所给条件下, 切削能够稳定地进行的最大切屑宽度 b_{lim} , 决定于振动系统的实动态柔度 G 的最小值。此最小值一定在 G 的负数范围内, 因为 b 和 r 都是正值。

这一结果的意义可首先通过如图 36 所示的单自由度系统的理想情况加以说明。为了决定稳定性极限状态, 必须把系统的实数动态柔度 [这种情况相当于系统在它的自由度方向 (X) 内被激振, 并且振动在同一方向内测量, 或者如果 (X) 方向和 (P) 方向都和 (Y) 方向重合, 即 $\alpha=0$, $\beta=0$] 乘以方向系数 $u = \cos\alpha \times \cos(\alpha -$

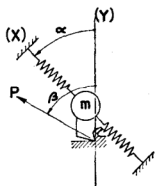


图36 单自由度系统图

$\beta)$, 同时还必须求出一定方位的交叉动态柔度 ($u \cdot G$) 点的座标。

切削力对 (Y) 的倾斜角 β 的数值只决定于切削条件, 不决定于系统的性质。假设 $\beta=60^\circ$, 则方向系数 u 的数值只决定于振型的方向 (X) 对 (Y) 方向的角度。图 37 给出 u 作为 α 的函数在 $0 < \alpha < 180^\circ$ 时的数值。可以看到, 有两个可能的方向使 $u=0$, 从而使全部频率的交叉动态柔度 ($u \cdot G$) $=0$, 因而系统在任何切屑宽度 b 值时都是稳定的。

这两种特殊情况是 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ 和 $\alpha = \frac{\pi}{2} + \beta$ 。第一种情况下振型垂直于法向 (Y), 因此它的振动无 Y 分量, 所以不影响切屑

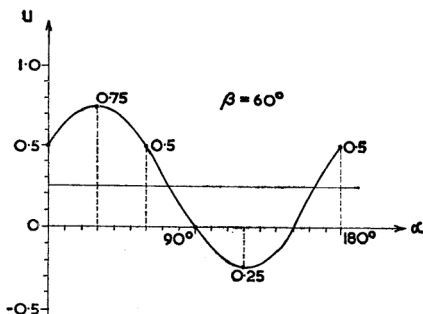


图 37 作为 α 函数的方向系数 u

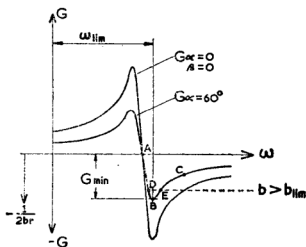


图 38 实动态柔度及其最小值

厚度。第二种情况振型垂直于激振力, 因此在振型方向无分量, 所以不能激起系统的任何振动。这两种情况, 如果对照基本闭环原理图(图 5)可以这样解释, 即或者传递函数 1 被

消除, 或者传递函数 2 被消除, 闭环系统被断开。没有自激振动能够产生。

现在, 假设 $\alpha=60^\circ=\beta$, 相应的值 $u=0.5$ 。并假设系统的实数直接动态柔度已由图 38 中的曲线 $G_{\alpha=0, \beta=0}$ 所确定。那么, 实数交叉动态柔度对于所选情况来说, 将由曲线 $G_{\alpha=60^\circ} = u_{\alpha=60^\circ} \cdot G_{\alpha=0, \beta=0}$ 给出。根据方程式 (32), 曲线的最低点 B 是和临界稳定极限的情况对应的。它的横座标决定临界极限情况下自激振动的频率 ω_{lim} , 它的纵座标 G_{lim} 决定极限切屑宽度 b_{lim} 值, 即:

$$b_{\text{lim}} = -\frac{1}{2rG_{\text{lim}}} \quad (36)$$

B 点决定稳定性极限达到最小切屑宽度 b_{lim} 的临界情况。根据方程式 (31),

G 曲线的整个负数部分, 从点 A 经过 B 、 C 到无穷大代表极限情况。例如, 稳定性极限也可以在相当于点 D 或 E 的频率时达到, 但这只能在切屑宽度 $b > b_{\text{lim}}$ 时才行。而在同一宽度 b 情况下, 在 ω_D 和 ω_E 之间的任何频率, 振

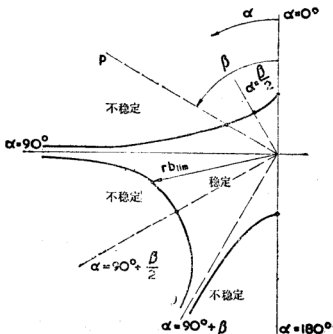


图 39 单自由度系统的 $r b_{\text{lim}}$ 随方位不同而变化 (极座标图)

动却都可能发生。在那种情况下, 振动不是处于稳定性的极限, 而是在极限之上, 其幅度将随着时间而增加。幅度的增加不会是无限制的, 因为机床的实际振动系统不是线性的。还因为当振动幅度大于平均切屑厚度时, 刀具在部分循环中会离开切削, 即使这样, 还是会发生很强烈的振动。

假如象第二章第三节将要说明的那样, 振动的频率存在另外一种情况, 那么, 稳定性极限将决定于 G 曲线上另外的点而不是 B 点。

单自由度振动系统方位的意义如图 39 所示, 这是极座标图, α 角作为角度座标, b_{lim} 作为径向座标。此图适用于一个具有特定值 Ω 、 δ 、 k 和可变倾角 α 的特定振动系统。选择 $\beta=60^\circ$ 和一特定值 r 来代表特定的切削条件。随着 α 值变化, u 值也变化, 这样, 把图 38 中 $G_{\alpha=0, \beta=0}$ 曲线的所有点的纵座标乘上按图 37 得到的不同 u 值, 就可得到图 38 里每个 α 角的曲线 G 。已经指出过, 对于由 $\alpha=\frac{\pi}{2}$ 和 $\alpha=\frac{\pi}{2}+\beta$ 给出的两个方向, b_{lim} 是无穷大的。最小稳定性相当于 $\alpha=\frac{\beta}{2}$, 或者相当于平分 Y 和 P 之间夹角的振型方向的那个方位上。相应的 b_{lim} 值由下式给定:

$$b_{\text{lim min}} = \frac{4kd(1+d)}{2 \times 0.75r}$$

或近似为:
$$b_{\text{lim min}} = \frac{8}{3} \frac{kd}{r} \quad (37)$$

第二(较大)最小值在垂直于前一方位的地方得到。相应的 b_{lim} 值是由 (37) 所给出值的 3 倍。

在某些情况下, 如果机床的一个振型比其他振型的柔度

大很多，那么这台实际机床就可以粗略近似为一单自由度系统。自然，由于其他振型的影响，稳定性为无穷大是永远得不到的。在图 39 中，除了在 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ 和 $\alpha = \frac{\pi}{2} + \beta$ 附近以外，系统其他部分大致是按照图中曲线工作的。

在大多数实际机器的情况中，有两种振型在所有振型中占优势地位。因此，现在可以对两个自由度系统的几种情况进行分析。首先，选择这样一个系统，它的刚度 $k_1 = 5.6 \times 10^4$ 磅/英寸和 $k_2 = 2.8 \times 10^4$ 磅/英寸，两种振型的相对阻尼相等，其值为 $d_1 = d_2 = 0.04$ ，振型方向决定于 $\alpha_1 = 30^\circ$ ， $\alpha_2 = 120^\circ$ ，相应的方向系数 $u_1 = 0.75$ ， $u_2 = -0.25$ 。频率 Ω_1 和 Ω_2 是变化的。图 40 列举了四种情况，从 a 开始 $\Omega_2 = 2\Omega_1$ ，以后两种频率互相靠近， $\Omega_2 = 1.1\Omega_1$ ，再变为相等 $\Omega_2 = \Omega_1$ ，又重新分开成为 $\Omega_2 = 0.5\Omega_1$ 。在每种情况中，把相应的 G_1 和 G_2 曲线，根据 (26) 先乘上相应的 u_1 和 u_2 值，然后加在一起成为合成曲线 G (虚线)，其最小值决定稳定性极限。可以看到，若两种振型的频率相距较远，稳定性的极限点几乎只决定于两者之中表现更明显的那一个振型 (具有较大 $u_i G_{ilim}$ 值的振型)，对于这种情况，决定稳定性极限的是振型 1，虽然它的刚度是 2 倍，而 u 值却是 3 倍。

在情况 b 中，稳定性极限决定于两种振型的合成影响。它们的负最小值处于使它们相互支持的位置 \ominus 。在情况 c 中则相反，负的最小值在某种程度上被正的最大值所抵消，从而 G_{lim} 值 (高的 b_{lim} 值) 低，因此，若两个振型的频率相

\ominus 意思就是两种振型的 G 曲线的负最小值在同一横坐标处出现——频率相同或相近。——译者

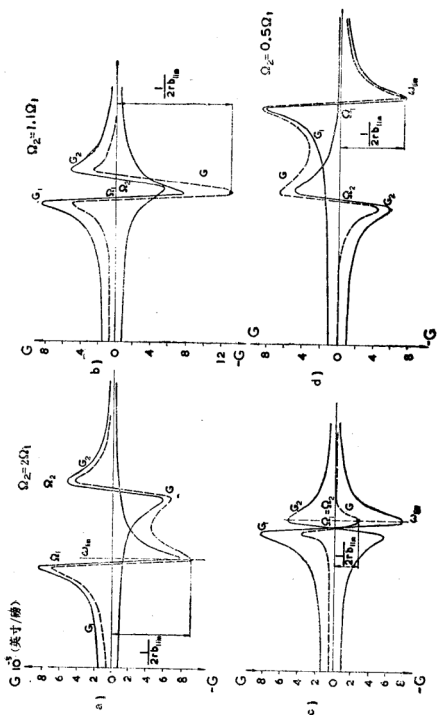


图 40 两个自由度系统— G 函数各种比率 Ω_2/Ω_1 , $u_1 > 0$, $u_2 < 0$

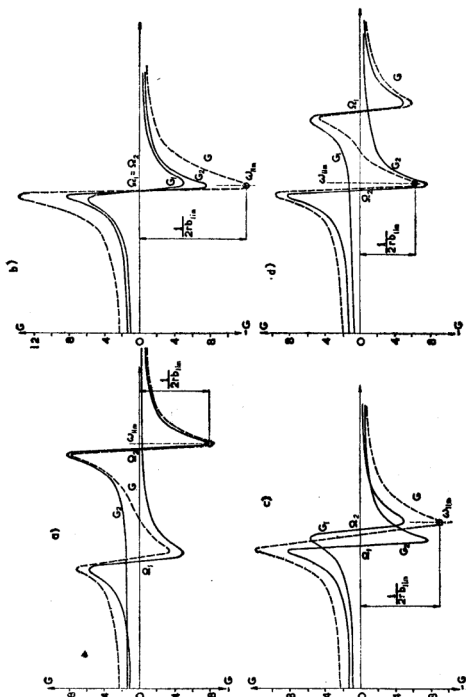


图 41 和图 40 类似, 但 u_1 和 u_2 两者都大于 0

差不多，或者它们是相等的，则稳定性极限将决定于两种振型的综合影响。

图 41 和上述情况类似，但表示另外一种方位，其中两个方向系数都是正值。两个振型的刚度和它们的阻尼都和图 40 情况一样，但振型的方向角不同， $\alpha_1=75^\circ$ 和 $\alpha_2=165^\circ$ ，因此， $u_1=u_2=0.25$ 。又可看到在情况 a 和 d 中，当 Ω_2 和 Ω_1 相距较远时，稳定性极限几乎只决定于振型 2，它的刚度较低，这是决定性的，因为两个方向系数相等。在情况 b 中， $\Omega_2=\Omega_1$ ，两种振型加在一起，使 G_{lim} 值很大，因此，稳定性 (b_{lim} 值) 很低。这也是 c ⊖ 中的情况，但程度较小。

上面两种情况指出，一个两自由度系统，当两种振型频率相差不多时，具有特殊意义。因此，对于两种振型的频率相等 $\Omega_2=\Omega_1$ 的系统将作进一步分析。还是选择相同的阻尼值 $d_1=d_2=0.04$ 。如果假设两种振型互相垂直，将对两种振型不同刚度的影响以及方位变化的影响进行观察。

第一种振型的刚度取 $k_1=5.6 \times 10^4$ 磅/英寸，而使 k_2 变化。方位也在改变，因此使 α_1 包括 $0 < \alpha_1 < \pi$ 全部范围。然后把由 $(r \cdot b_{lim})$ 所表示的综合刚度画在极坐标向径上 (图 42、图 43、图 44) 和把 α_1 角选为角度座标。图 42 所示 a 和 b 两种情况中 $k_2 > k_1$ ，和情况 c 比较，在 c 中 $k_1=k_2$ 。在 a 中， $k_2=2k_1$ ，在 b 中， $k_2=1.5k_1$ 。情况 c 可以用一个质量联结到一圆形截面的梁所组成的系统来代替。垂直于梁的轴线所有方向的刚度都是一样的，因此，方位问题就没有意义了，稳定性极限只有一个值：

⊖ 原文为 d，有误。——译者

$$r \cdot b_{lim} = \frac{1}{2G_{lim}} = \frac{4kd(1+d)}{4 \times 0.25} \approx 4kd$$

$$= 0.9 \times 10^4 \text{ 磅/英寸}$$

它在 c 图中用一条粗圆线表示。在前面 a 和 b 两情况中，稳定性极限值随 α 的变化而变化，使得 α 在 $0 < \alpha < \pi$ 范围内变化时，它达到一个最大值和一个最小值。为了便于比较，把情况 c 的极限圆在 a、b 两图中也都画出。可以看到，对

应于方位 $\alpha_1 = \frac{\beta}{2}$ 刚度较低，振型的方向等分（Y 和 P 间夹

角）的最小值比情况 c 的稳定性低。其最大值比情况 c 的稳定性高。情况 a 的最大值（两个刚度差别较大）比情况 b 的最大值要大些。

图 43 表示 d、e 和 f 三种情况，其中 $k_2 < k_1$ 。在 d 中，

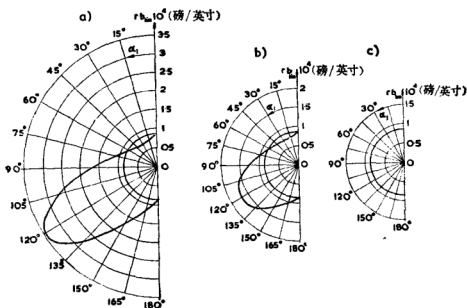
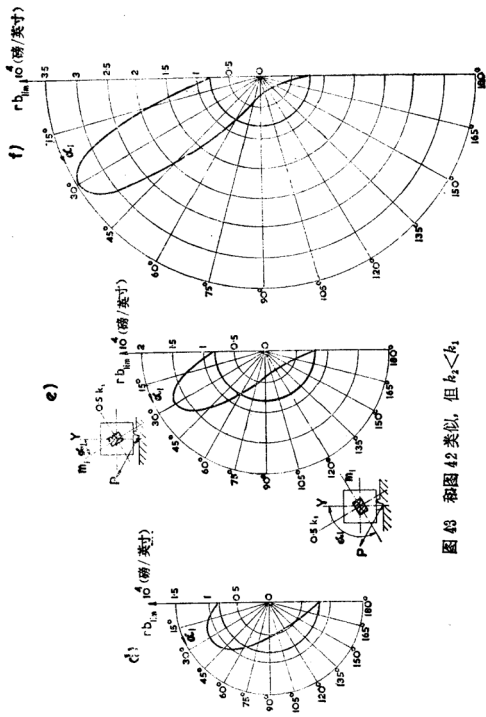


图 42 两自由度系统极坐标图 $k_2 > k_1$

图 43 和图 42 类似, 但 $k_2 < k_1$

$k_2 = \frac{2}{3} k_1$, 在 e 中, $k_2 = 0.5 k_1$ 。在 f 中, $k_2 = 0.4 k_1$ 。随着角 α_1 在 $0 < \alpha < \pi$ 范围内变化, 稳定性总也会有一最小值和一最大值。最小值相当于刚度较低 (现在是 k_2) 振型的方位, 此方位平分 Y 和 P 之间的夹角。此时, $\alpha_1 = \frac{\pi}{2} + \frac{\beta}{2}$, $\alpha_2 = \frac{\beta}{2}$ 。最小值比情况 c 的稳定性也要低些, 而最大值要高些。应当看到, 在所有三种情况中, k_1 的刚度与情况 c 中相同, 但另一个刚度低于情况 c 的刚度。最佳方位处的稳定性仍比情况 c 的稳定性好些。两种刚度差别越大, 或者 k_2 值越低, 最大稳

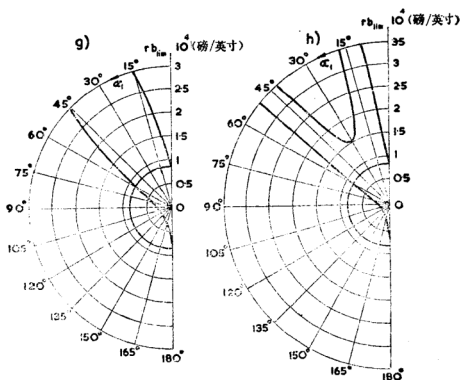


图44 和图43类似, $k_2 < \frac{k_1}{3}$

定性也越大。但是,稳定性比情况 c 中好的方位范围随 k_2 减少而减少。稳定性比情况 c 中更坏的方位范围仍然在加宽。

图 44 表示两种情况 g 和 h, 其中稳定性最大值增加到无穷大。情况 g 中 $k_2 = \frac{1}{3}k_1$, 是极限情况。对于 $k_2 < \frac{1}{3}k_1$ 的所有情况, b_{lim} 值在某些方位达到无穷大。

只有在整个 ω 值范围内 G_1 和 G_2 函数的总和为零时, 稳定性才能达到无穷大。两条曲线对 ω 轴必须完全对称, 如图 45 所示。已经假设 $\Omega_1 = \Omega_2$ 和 $d_1 = d_2$ 。于是还必须满足下述条件:

$$\frac{u_1}{k_1} = -\frac{u_2}{k_2} \quad (38)$$

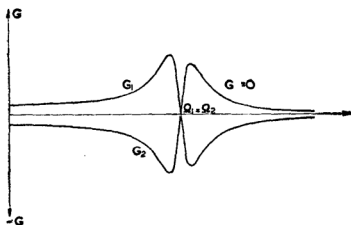


图 45 无穷大稳定性的理想情况

正如图 37 中所示, 振型之一的方向系数, 例如 u_2 , 只有在 $\frac{\pi}{2} < \alpha_2 < \frac{\pi}{2} + \beta$ 范围内才是负值, 至于 u_1 则应在 $0 < \alpha_1 < \beta$ 范围内 \ominus 。对于由这两个范围规定的各方位,

\ominus 原文误为 α_2 在 $0 < \alpha_2 < \beta$ 范围内。——译者

它们的 u_1 和 u_2 值是相当不同的, 例如 $u_1 > 0.5$ 和 $|u_2| < 0.25$ 。 $\left| \frac{u_1}{u_2} \right| = 3$ 这一最小值相当于 $\alpha_1 = \frac{\beta}{2}$ 和 $\alpha_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{\beta}{2}$ 。

因此, 若使 (38) 的条件得到满足, 则刚度比必须是:

$$\frac{k_1}{k_2} > 3$$

在图 44g 所示极限情况中, 此处 $k_1 = 3k_2$, 无穷大稳定性只发生在 $\alpha_1 = \frac{\beta}{2}$ 一个方位上。情况 h 是 $k_1 > 3k_2$ 时的一种情况。这时, 无穷大稳定性相当于在两个方位上, 并且在 $0 < \alpha_1 < \pi$ 范围内也有两个最小值。在 $\beta < \alpha_1 < \pi$ 的整个范围内, 稳定性比情况 c 要坏些。

对应于 $\Omega_2 = \Omega_1$ 和 $k_2 \neq k_1$ 使系统具体化, 在实际上是很困难的。不可能用一个质量和一个矩形截面的梁相连来形成这样的系统。因为刚度不同而频率相同, 只有在质量不同时才能办到。可以设想一个单自由度系统与刀具相连和另外一个单自由度系统与工件相连, 两者频率相同, 但质量不同, 相应的刚度也不同。相当于情况 g 和 h 类型的系统, 在实际上是不可能的, 因为不但频率 Ω_1 和 Ω_2 , 而且阻尼 d_1 和 d_2 都应当完全相等, 再加前面已经提到的困难, 另外还因为具有严格的两个自由度系统只是一个理想情况。因此, 无穷大的稳定性实际上是不可能的。即使这样, 图 42、图 43、图 44 情况说明了理论上的可能性, 指出了方位关系的重要意义, 而在实践中经常也会遇到这样的情况, 它们很接近于所描述过的理想情况。

为完成具有两个互相垂直振型的两个自由度系统的讨论研究, 可以举出两个例子, 它们符合于实际可能实现的情

况，即一个质量和一个矩形横截面梁相连。频率 Ω_1 和 Ω_2 的比值对应于刚度的比值，即按照下述关系：

$$\frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}$$

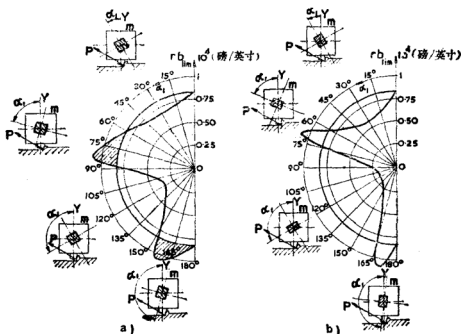


图 46 对应于 $\Omega_2:\Omega_1 = \sqrt{k_2:k_1}$ 两个自由度系统极座标图

图 46 表示两种情况，其中仍取刚度 $k_1 = 5.6 \times 10^4$ 磅/英寸。在情况 a 时，刚度 $k_2 = 0.855k_1$ ，在情况 b 时， $k_2 = 0.4k_1$ ，它随着 α_1 在 $0 < \alpha_1 < \pi$ 范围内变化，可以找到稳定性的两个最小值和两个最大值。较低的最小值仍对应于平分 Y 和 P 之间夹角的有较低刚度 k_2 的振型方位，因此 $\alpha_2 = \frac{\beta}{2}$ ，

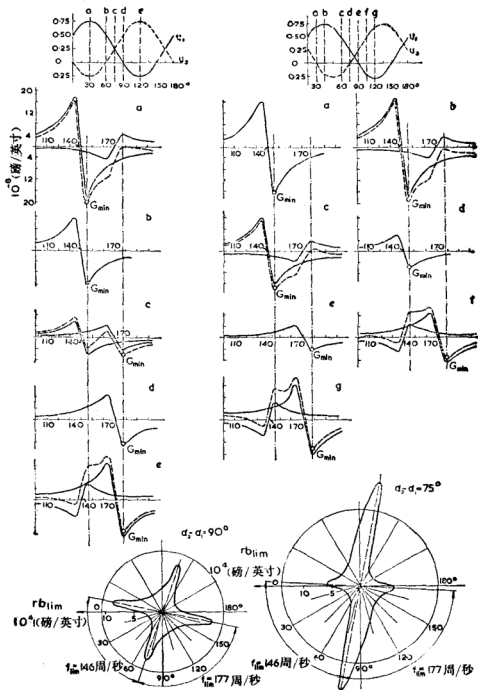
$\alpha_1 = \frac{\pi}{2} + \frac{\beta}{2}$ 。最大值比 $k_2 = k_1$ 情况的稳定性要大些，或者

比横截面是正方形、刚度等于上述情况中较大刚度值的梁的稳定性要大些。这就是说，如果只限于在窄的方位范围内，稳定性是可以通过降低某一定方位的刚度而加以提高的。

方位关系意义的说明可借图 47 加以概括。图左边表示一矩形截面梁的情况，质量固定在一端，此处 $k_1 = 2.8 \times 10^5$ 磅/英寸， $k_2 = 3.7 \times 10^5$ 磅/英寸，固有频率 $f_1 = 140$ 周/秒和 $f_2 = 170$ 周/秒。两个振型互相垂直，在图的下部是 rb_{lim} 合成的极坐标图。它是把该图的 a、b、c、d 和 e 各图中两个 G_i 曲线乘上该图上面部分相应不同的 u_i 而得到的。由此发生的有趣事实是，对应于两个互相垂直振型系统的极坐标图形都和 $\alpha_1 = \frac{\beta}{2}$ 和 $\alpha_1 = \frac{\pi}{2} + \frac{\beta}{2}$ 两个座标轴对称。上面的图形

中 u_1 和 u_2 两值都是对称于两条偏离的 a 和 e 线。另外一个有趣的事实变得清楚了。在 a 到 e 各图中，颤振极限情况的频率 f_{lim} ，或者等于 G_{1min} 的频率 $f = 146$ 周/秒，或者等于 G_{2min} 的频率 $f = 177$ 周/秒。因此，对所有方位的所有情况来说，只有两个对应的 f_{lim} 值，随着 α 值的变化，当达到对应于 rb_{lim} 最大值的 α 时，频率 f_{lim} 便突然发生变化。

图 47 右边部分，表示一个和上述情况类似的系统，它的 k_1 、 k_2 、 d_1 、 d_2 都和前一系统相等，但是两个振型的方向不再互相垂直，而是 $\alpha_2 - \alpha_1 = 75^\circ$ 。从最上面 u_1 、 u_2 的图形可以看出， rb_{lim} 的极坐标图形对任何向径都不对称。 rb_{lim} 图形现在只是对中心对称。对应于 G_{1min} 和 G_{2min} 的频率，仍有两个可能的频率 f_{lim} 值。在 rb_{lim} 极坐标图形的两个最大值之间，对于所有方位仍有一个恒定的值 f_{lim} 。和上述情况主要不同之点，在于 rb_{lim} 极坐标图形有两个不同的最大值。这特性在图 48 中进一步表现出来，其中 rb_{lim} 极坐标

图 47 两自由度系统的 G 值曲线图和极坐标图

$$\alpha_2 - \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 - \alpha_1 = 75^\circ$$

图代表四种情况, $\alpha_2 - \alpha_1$ 分别为: (a) 75° , (b) 90° , (c) 97.5° , (d) $105^\circ \ominus$ 。

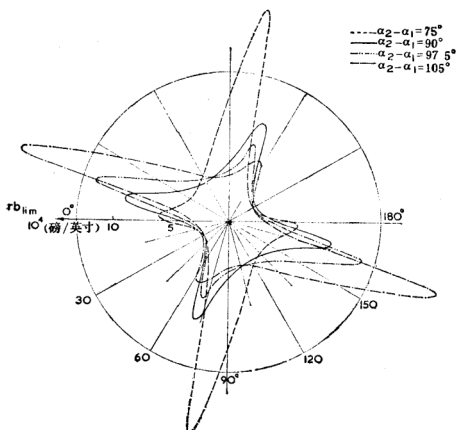


图 48 两种振型各种相互角度时的极座标图

在实际情况下, 必须对超过两个自由度的系统进行分析。分析是和刚才说明的简单理论情况类似的。稳定性极限仍按方程式 (36) 由系统的合成实数交叉动态柔度 G 的最小 (负) 值决定, 给系统的激振力是沿切削力 (P) 方向。振动在垂直切削表面的 (Y) 方向在刀具和工件之间进行测量, 如公式 (29) 所示。合成交叉动态柔度 G 仍可分解为

\ominus 原书为 (a) 90° , (b) 82.5° , (c) 75° , (d) 105° , 有误。——译者

对应于系统各个振型的部分 $u_i G_i$ ，这样，就能分析各个振型对合成稳定性极限的影响。在第四章中包括了很多例子，其中之一可用来说明方程式 (36) 的意义。

在一台升降台卧式铣床上测得四种自由振动振型，它们的实数动态柔度如图 49 所示。相应的 Ω_i 、 k_i 和 d_i 值已在图中注明。振型 a 和 b 是水平方向(平行于工作台中心线)，振型 c 和 d 是垂直方向。图 50 表示用圆柱铣刀铣削时两种情况 A 和 C 的稳定性分析。情况 A 表示逆铣，情况 C 表示顺铣，两者切削深度都小。两种情况中切削表面法向 (Y) 的平均方向对垂直线倾斜约为 15° ，情况 A 中切削力对 Y 轴向左边倾斜 60° ，情况 C 中切削力对 Y 轴向右边倾斜 60° 。垂直振型的方向系数 u_v 和水平振型的方向系数 u_h 的相应值在图中以几何方法求得。步骤是把力的单位长度先投影到振型方向 U 和 V 上(垂直方向和水平方向)，然后再把此结果投影到 (Y)⊙ 的方向。这可以用按方程式 (30) 算得的结果加以校核。垂直振型的 α_a 和 α_b 的值以及水平振型的 α_c 和 α_d 的值是：对情况 A： $\alpha_a = \alpha_b = -15^\circ$ ， $\alpha_c = \alpha_d = 75^\circ$ ；对情况 C： $\alpha_a = \alpha_b = 15^\circ$ ， $\alpha_c = \alpha_d = 75^\circ$ 。情况 A 和 C 中的 β 值分别为 60° 和 -60° 。

因此，情况 A 中：

$$u_a = u_b = \cos(-15^\circ) \cdot \cos(-75^\circ) = 0.25$$

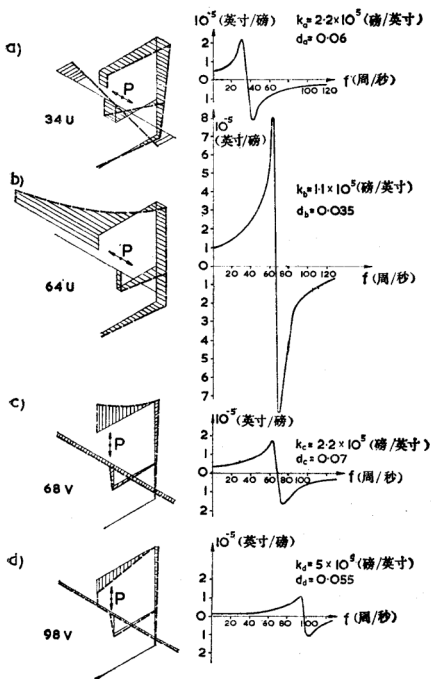
$$u_c = u_d = \cos 75^\circ \cdot \cos 15^\circ = 0.25$$

情况 C 中：

$$u_a = u_b = \cos(-15^\circ) \cdot \cos 45^\circ = 0.68$$

$$u_c = u_d = \cos 75^\circ \cdot \cos 135^\circ = -0.18$$

⊙ 原文为(P)，有误，应改为(Y)。——译者

图 49 卧式铣床的振型和 G_f 函数

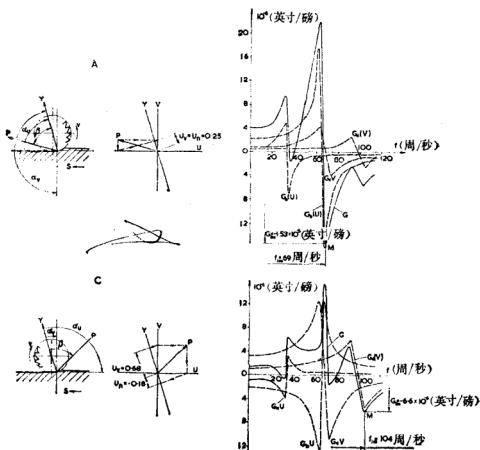


图 50 图 49 所示机床两种情况的稳定性分析

在图 50 右边部分，情况 A 的稳定性图解分析中，把图 49 所示振型 a 和 b 的动态柔度，还有振型 c 和 d 的动态柔度，全部乘以 0.25，就得到曲线 G_a , G_b , G_c , G_d 。用图解法得出的它们的算术和用实线 G_{\ominus} 表示。这曲线的最低点决定稳定性极限情况，它的频率是：

$$f_{\text{lim}} = 69 \text{ 周/秒}$$

○ 原文为虚线 G ，图 50 中是实线，故改为实线。——译者

它的切屑宽度:

$$b_{lim} = \frac{3.26}{r} \times 10^4 \text{ 英寸} \ominus$$

情况 C 的图解中, 振型 a 和 b 的动态柔度乘以 $u_b = -0.18$ 得到曲线 G_a 和 G_b ; 振型 c 和 d 的动态柔度乘以 $u_v = 0.68$ 得到曲线 G_c 和 G_d 。

由实线所代表的合成实数动态柔度 G 现在和前一情况颇为不同。其最小值决定稳定性极限值 频率 $f_{lim} = 104$ 周/秒, 切屑宽度极限值 $b_{lim} = \frac{7.58}{r} \times 10^4 \text{ 英寸} \ominus$ 。

情况 A 中稳定性极限差不多只受振型 b 的影响, 振型 c 的频率 (68 周/秒) 很接近振型 b 的频率 (64 周/秒), 它加强了振型 b 的影响, 但是还不够明显, 它的刚度和阻尼要比振型 b 大的多。在情况 C 中, 振型 b 受小的 u_b 值所抑制, 而振型 c 的作用则被大的 u_v 值所提高。但是, 它们的 G 曲线的相互位置使它们几乎彼此抵消, u_b 现在是负值。频率相差不多的两种振型的相互影响在上述两个自由度系统中已作了解释。现在几乎只有振型 d 影响稳定性极限。如果此振型

⊖ 原文 $b_{lim} = \frac{3.7}{r} \times 10^4 \text{ 英寸}$ 。按图 50 计算,

$$G_{lim} = -1.53 \times 10^{-5} \text{ 英寸/磅}$$

$$b_{lim} = -\frac{1}{2r G_{lim}} = \frac{1}{2 \times 1.53 \times 10^{-5}} \cdot \frac{1}{r} = \frac{10^5}{3.06} \cdot \frac{1}{r} = \frac{3.26}{r} 10^4$$

英寸, 故改为 $b_{lim} = \frac{3.26}{r} \times 10^4 \text{ 英寸}$ 。——译者

⊖ 按图 50 计算为 $7.58/r \times 10^4 \text{ 英寸}$ 。原书为 $\frac{7.15}{r} \times 10^4$, 有误。——译者

并不存在,而机床的系统只由振型 b 和 c 代表,则情况 C 的稳定性会很高。目前情况 C 的稳定性是情况 A 的二倍。

至此,稳定性分析的基本方法的说明便告结束。其他一些应用实例,将在第四章中给出。

2.3 颤振理论的其他见解

在第二章第二节开始就已指出,以上所阐述的基本理论是对颤振过程作过了一些简化,主要的内容已在该节 (a) 至 (e) 各点中作了说明。

在最近 20 年内,主要是最近 10 年内,有几个作者曾经讨论了金属切削的颤振理论^[1,3,6,8,9,11,13],他们部分地采用了第二章第二节所做的大多数简化和某些另外的简化。早期主要是对机床振动系统简化,假设它只有一个自由度或者其振动方向和切削过程 X 及 Z 方向重合的两个自由度。另一方面,某些研究工作者全不采用特鲁斯泰-波腊雪克理论中的所有简化,特别是 (d) 和 (e) 两点简化。因此,他们接受了在切屑厚度变化与切削力变化之间可能存在着相移的看法,这意味着切削过程传递函数中的耦合系数不是一个实数,而是一个复数,并且这也意味着“速度原理”可能起作用。这种相移假说在颤振理论中一开始就存在着,这是和简化振动系统与忽略了“振型耦合”原理有联系的。颤振领域内,当代杰出的研究工作者,如托贝斯和彼脱斯也采用了相同的假说。在托贝斯的研究工作中,假设 (e) 也没有被采用。他曾经透彻研究了后续走刀的波纹干扰对稳定性的影响。

简化 (e) 的忽略,揭露了切削速度的变化对极限切削深度的影响,这对机床使用者(主要是铣削加工)有时可能

具有实际意义。但是,由于机床使用时采用不同速度、不同工件、不同刀具齿距或不同刀具直径,其中每个都和切削速度变化有同样作用,所以对机床的最后设计来说,必须考虑到这些参数的最坏组合,这又导致回到基本理论并接受(e)点的简化的情况。

还有,在托贝斯和彼脱斯的解释中,采用复耦合系数,因而导致在复平面(相平面)内求 r_{lim} 的解,不可能把 r_{lim} 进一步分解为各个振型,因此也不可能分析机床各部分在颤振过程中的作用。这样就丧失了特鲁斯泰-波腊雪克方法的最重要特点。这里将说明,当 r 是复数时,是能够把 r_{lim} 的解分解为各振型的优点保留下来的(见文献14)。但是整个演算将非常麻烦,而实际好处不大。

最后两点说明是为了论证第二章第二节所阐述的基本方法。为了使读者能正确理解理论的其他两个方面,现在要解释过去忽略不考虑的两个假设(d)和(e)。

首先,切削过程传递函数中的耦合系数将采取下述复数形式:

$$r = Re^{-j\rho} \ominus \quad (39)$$

于是,传递函数(5)变为:

$$P = -bR(Y - Y_0) \quad (40)$$

⊖ 原文 $r = Re^{j\rho}$ 有误。因根据(42)式:

$$\frac{Y}{P} + \frac{1}{br} e^{-j\rho} = \frac{Y_0}{P}$$

$$Y + \frac{P}{br} e^{-j\rho} = Y_0$$

$$(Y - Y_0)bre^{j\rho} = P$$

$$R = re^{j\rho}$$

$$r = Re^{-j\rho} \text{。——译者}$$

为了便于以后讨论其他方面，稳定极限条件 (31) 可写成另外一种形式：

$$Y = Y_0 \cdot e^{i\psi} \quad (41)$$

方程 (41) 和 (31) 具有相同含义，即前后相继的走刀之振幅 Y 和 Y_0 具有相等的绝对值。波纹 Y_0 和振动 Y 之间的相移用 ψ 表示。

利用交叉动态柔度式 (28)：

$$\frac{Y}{P} = \Phi(\omega)$$

合并式 (39)、(40) 和 (41)，得到稳定性极限公式为：

$$-\frac{Y}{P} + \frac{1}{br} e^{-i\rho} = \frac{Y_0}{P} \quad (42)$$

方程 (42) 可以利用交叉动态柔度在复平面上的图形来表示，画成如图 51 所示曲线，这主要就是托贝斯和彼脱斯^(9,10)的方法。如果取 P 为实数和取 φ 是 Y 和 P 之间的相移角，那么交叉动态柔度曲线 Φ 上的每一点将对应一个频率 ω ，并代表向量 Y/P 。如果已知耦合系数的相移 ρ 作为 (ω) 的函数，那么对交叉动态柔度曲线 Φ 的任一点(对任一 ω 值)，都可以从向量 Y/P 的端点画一条和实数轴成 $(-\rho)$ 角的向

量，这一向量的大小将等于 $\frac{1}{br}$ 。如果这一向量的端点，根

据式 (42) 决定着向量 $\frac{Y_0}{P}$ 的数值，而 $\frac{Y_0}{P}$ 根据式 (41) 必

定和 $\frac{Y}{P}$ 是同样大小。所以，以座标原点为中心画一圆，使

之通过 $\frac{Y}{P}$ 的端点, 这个圆和向量 $\frac{1}{br} \cdot e^{-j\rho}$ 的交点决定 $\frac{Y_0}{P}$ 。对于 Φ 的每一点 (ω 不同时, ρ 值也不同) 都可这样画。每次得出的介于 $\frac{Y}{P}$ 和 $\frac{Y_0}{P}$ 之间的角度, 决定前后相继纹波之间的相移 ψ 。如果 ψ 没有别的情况, 那么对应于 b_{lim} 最小值的临界极限状态是在向量 $\frac{1}{br} e^{-j\rho}$ 的长度最大时的状态。如果所有频率时相移 $\rho = \text{常数}$, 那么临界状态将决定于 Φ 的 $\frac{Y}{P}$ 点, 在这一点, Φ 的切线将和负虚轴成 $(-\rho)$ 角。很明显, 对于实数耦合系数简化了的情况, 对所有 ω 值都是 $\rho = 0$, 图 51 的画法变成图 52 所示画法。在图 52 里, 向量 $\frac{Y}{P}$ 和 $\frac{Y_0}{P}$ 永远对称于虚轴, 而对应于最长 $\frac{1}{br}$ 的临界极限状态就能容易地求得。这一状态发生在 Φ 的切线平行于虚轴的地方, 或者, 在 Φ 的最大负实数部分。这正如格恩尼 (Guerney) 指出的那样, 就是基本理论方程 (35) 的 G_{min} 的情况^[11]。

采用图 51 和 52 所示程序, 不能把图形分解成对应于各个振型的曲线, 也不能了解它们各自对极限 b_{lim} 起的作用这也是显然的。图形是复数图形, 合成交叉动态柔度不再是各个振型交叉动态柔度的简单算术和。特鲁斯泰^[14]曾指出, 可以提出另外一种程序, 既保留采用复耦合系数 R , 又保留把图形分解成各个振型曲线的优点。这可以说明如下:

由方程式 (29), 振动系统的传递函数为:

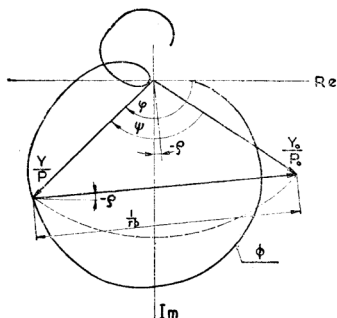


图 51 在复平面内动态柔度曲线。切屑厚度变化和切削力之间有相移 ρ 时的稳定极限

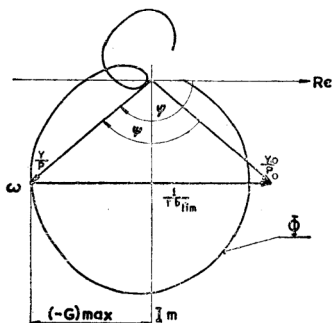


图 52 和图 51 相同, $\rho=0$ 时

$$Y = P\Phi(\omega) = P \{G(\omega) + H(\omega)\} = P \sum_{i=1}^{i=n} u_i G_i + j u_i H_i$$

式中 G 是动态柔度的实部, H 是它的虚部, 稳定极限条件的方程 (31) 是:

$$\left| \frac{Y_0}{Y} \right| = 1$$

切削过程传递函数的方程 (39) 和 (40) 是:

$$P = -bre^{-i\rho} [Y - Y_0] \ominus$$

可把此式合并到稳定极限条件的方程中得:

$$\left| \frac{Y_0}{Y} \right|^\ominus = \left| \frac{(1/br)e^{-i\rho} + G + jH}{G + jH} \right| = 1 \quad (43)$$

此式可展开如下:

$$\left| \frac{1}{br} \cdot e^{-i\rho} + G + jH \right| = |G + jH|$$

$$\left| \frac{1}{br} \cos \rho - j \frac{1}{br} \sin \rho + G + jH \right| = |G + jH|$$

方程两边的向量绝对值平方得:

$$\left(-\frac{1}{br} \cos \rho + G \right)^2 + \left(H - \frac{1}{br} \sin \rho \right)^2 = G^2 + H^2$$

$$\frac{1}{br} \cdot 2G \cos \rho + \frac{1}{b^2 r^2} (\cos^2 \rho + \sin^2 \rho) - \frac{1}{br}$$

$$2H \sin \rho = 0$$

⊖ 原书中 $P = -bre^{-i\rho} [Y - Y_0]$, 有误。——译者

⊖ 原书为 $\frac{Y}{Y_0} = \left| \frac{(1/br)e^{-i\rho} + G + jH}{G + jH} \right|$, 有误。——译者

它的一个解 $\frac{1}{br}=0$ 是无意义的, 进一步演算得:

$$2G \cos \rho + \frac{1}{br} - 2H \sin \rho = 0$$

$$\text{最后 } -\frac{1}{2br} = G \cos \rho - H \sin \rho \quad (44)$$

式中 G 和 H , 应当记得等于:

$$G = \sum u_i G_i \text{ 和 } H = \sum u_i H_i$$

可以看出, 代表耦合系数 br 在极限情况下数值的式子 (44) 是交叉动态柔度实部 $G(\omega)$ 、虚部 $H(\omega)$ 及切削过程中相移 ρ 的三角函数 $\sin \rho(\omega)$ 和 $\cos \rho(\omega)$ 的代数组组合。如果取符号 Φ' 来代表修正后的交叉动态柔度:

$$\Phi' = G \cos \rho - H \sin \rho \quad (45)$$

很明显, 具有耦合系数最小值 $(br)_{\text{lim}}$ (指由 r 的特定值所表示给定切削条件下的最小切屑宽度 b_{lim}) 的颤振临界极限状态将决定于 Φ' 的最小值 (最大负值):

$$\frac{1}{2rb_{\text{lim}}} = (-\Phi)_{\text{max}} \quad (46)$$

利用方程 (44) 求特定情况 $(br)_{\text{lim}}$ 值的图解步骤如下:

首先决定交叉动态柔度的实部和虚部 G 与 H , 并用图表示为 ω 的函数 Θ 。为了保证能分析结构各部分的作用, 把 G 和 H 曲线按算术方式分解为对应于各振型的分量 $u_i G_i$ 和 $u_i H_i$ 。同时, 画出相移 ρ 作为 ω 的函数并画出曲线 $\cos \rho$ 和 $\sin \rho$ 。其次把乘积 $G \cos \rho$ 和 $H \sin \rho$ 都用图形表示为 ω 的函数。

⊙ 关于如何对 G 还有 H 进行测量, 并分解成对应于各个振型 G_i 和 H_i 的函数的详细说明, 见参考文献 1 第 12 章。——作者

这样就能容易得到它们的算术差, 并给出函数 Φ' 。它的最低点的纵坐标就是所需 $\frac{1}{2rb_{lim}}$ 的值。从这些图形就可分析各个振型对 (rb_{lim}) 值的影响。

作为例子, 取一个具有两个自由度的系统, 如图 53 所示。

这里, 首先在图 a 的曲线 $\rho(\omega)$ 已知, 这一曲线是和托贝斯与斯密思⁽¹⁰⁾ 已经得出的曲线一样的。在图 a 内还画出 $\cos \rho$ 和 $\sin \rho$ 的相应曲线。在图 b 内画出 G_1 与 G_2 曲线及两者之和 G , 作为所选振动系统的交叉动态柔度的实部。这

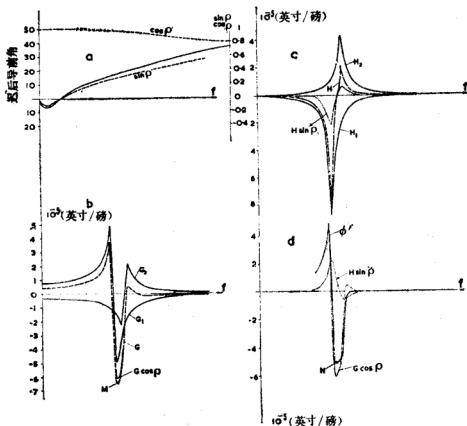


图 53 在各实平面和虚平面内的稳定性解的极限, $\rho \neq 0$

里标出 M 点决定着当 $\rho=0$ 时的数值:

$$(br)_{\lim} = -\frac{1}{2G_{\min}} = 1.74 \times 10^5 \text{ 磅/英寸}$$

还有曲线 $G \cos \rho$, 作为图 a 和 b 内相应曲线的乘积, 也在图 b 内画出。

在图 c 内, 给出了曲线 H_1 与 H_2 及 它们两者的和 H , H 是系统交叉动态柔度的虚部。曲线 $H \sin \rho$ 是图 a 和 c 内相应曲线的乘积, 也在图 c 内给出。

最后, 在图 d 内得到 $G \cos \rho$ 和 $H \sin \rho$ 的差值, 曲线 Φ' 。它的最低点 N 决定着以下数值:

$$(br)_{\lim} = -\frac{1}{2\Phi'_{\min}} = 2.18 \times 10^5 \text{ 磅/英寸}$$

这里相移 ρ 使稳定性增加约 25%。就两个振型的作用来说, 对修改振动系统的建议几乎只要根据图 b 就能给出。 M 点 (由于 $H \sin \rho$ 项的微弱影响) 还有 N 点的纵坐标值主要决定于:

(a) 曲线 G 的最小值和

(b) 在 Φ_{\min} 还有 Φ'_{\min} 出现的范围内曲线 G_1 和 G_2 两者相加这一事实。为了分析机床的稳定性以便作出修改结构的建议, 找出各个振型的作用, 这是比准确地确定 b_{\lim} 的数值更为重要。上述例子表明, 根据这一观点, 考虑到切削过程相移 ρ 的分析, 实际上并不比只采用基本方法提供更多东西。因为 ρ 的值随切削条件而变。在分析里引入这些, 值得怀疑。但是, 稳定性分析的结果应当对机床使用时的大多数情况都适用。因此, 上面所述并通过例子 (图 53) 说明的方法将局限于特殊情况, 并且它主要是为了详细研究切削过程而不是为了研究机床。

还有另外一方面，即关于相继切削走刀中波纹干扰对稳定性的作用，或称之为“相继波纹的相移 ψ 的几何状态”对稳定性的作用。在基本理论中，作为简化 (e)，曾经假定相继波纹间的相移 ψ 能够自由地自我调节到一个值，这时再生颤振能量最大。这只有在刨削工序中才是完全正确的。在车削及铣削加工中，相继走刀之间具有一定切削长度，这段切削长度和从颤振频率及切削速度造成的波纹的一定波长一起赋予相移 ψ 以某种几何条件。

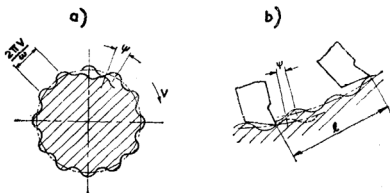


图 54 车削及铣削加工中波纹相移 ψ 的几何状态

图 54 表示这一情况，其中 l 对车削及镗削是工件的圆周长度，对铣削是铣刀齿的节距，相移 ψ 的几何条件可以表示为：

$$\psi = \frac{2\pi fl}{v} \quad (47)$$

式中 f 是颤振频率， v 是切削速度。切削表面上波纹的波长 w 是：

$$w = \frac{v}{f}$$

因此得
$$\psi = 2\pi \frac{l}{w} \quad (47a)$$

托贝斯^[9,12]曾对几何条件的作用进行过研究,并且指出,如果使切削速度 v 无级变动, b_{lim} 值会在广泛范围内变动。他用 b_{lim} 和 v 为座标画“稳定性图”,图中出现“耳垂状”特性切削速度 v 区,其中 b_{lim} 很高,甚至是无穷大。这一作用对切削试验是很重要的,特别是对铣削加工,因为相对于波纹的波长来说 l 值比较小,这个作用是很大的。几何条件的稳定作用可以在设计不同齿距的铣刀中实际利用,这种铣刀能提高铣削的稳定性。

从以上理由,颤振理论中要考虑相移几何条件的这一方面,现在将利用斯莱维赛克(slavicek)发表的文章^[16]加以说明。

首先考虑等齿距铣刀铣削。铣削过程略加简化,如图55所示。假定:

1. 刀齿运动是直线的,并且切削宽度和切削深度是恒定的;

2. 各切刀同时振动,并且振幅相等。

本章前面得到的主要方程有:

$$P = -bR(Y - Y_0) \quad (40)$$

$$Y = Y_0 e^{j\varphi} \quad (41)$$

$$Y = P\Phi(\omega) = P \cdot F \cdot e^{-j\varphi} = P(G + jH) \quad (29)$$

$$R = r e^{j\rho} \quad (39)$$

几个相移的意义是:

φ 指机床振动系统传递函数中力和振动之间的相移;

ρ 指切削过程中切屑厚度变化和切削力变化之间的相移;

ψ 指相继走刀波纹之间的相移。

作用在各个切刀上的力 P_i 可表示为:

$$P_1 = -bR_0(Y - Ye^{i\psi})$$

$$P_2 = -bR_0(Y - Ye^{i\psi})$$

$$P_3 = -bR_0(Y - Ye^{i\psi}) \text{ 等}$$

P_i 同相, 所以总力 P 是:

$$P = \sum_1^n P_i = -nbR_0(Y - Ye^{i\psi}) = -bRY(1 - e^{i\psi}) \quad (48)$$

式中 n 是同时切削的齿数:

$$R = nR_0 \quad (49)$$

合并方程 (29)、(39) 和 (48) 得:

$$e^{i\psi} - 1 = \frac{1}{brF} e^{i(\varphi - \rho)} \quad (50)$$

$$\text{和} \quad 2 \sin \frac{\psi}{2} e^{i\left(\frac{\psi}{2} + \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{1}{brF} e^{i(\varphi - \rho)} \ominus \quad (51)$$

方程 (51) 可以分别分解为辐角和模之间的方程:

$$\frac{\psi}{2} + \frac{\pi}{2} = \varphi - \rho \quad (52)$$

$$br = \frac{1}{2F \sin \frac{\psi}{2}} = -\frac{1}{2(G \cos \rho - H \sin \rho)} = -\frac{1}{2\Phi'} \quad (53)$$

当 $\rho = 0$ 的情况下, 方程 (53) 成为:

$$br = -\frac{1}{2G}$$

⊖ 原书 (51) 式右边 $\frac{1}{brF} e^{i(\rho - \varphi)}$, 有误。——译者

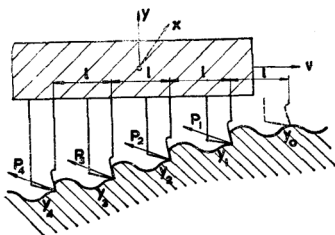


图 55 等齿距的几把切刀同时进行切削的简图

始终没有被人注意到，直至斯莱维赛克以这里所引用的形式把它推导出来。

如果 φ 对应于所述情况的给定交叉动态柔度，而 ρ 对应于给定的切削过程，那么方程 (52) 将决定 ψ 。但是， ψ 又独立地由几何条件方程 (47) 给出。所以，使方程 (52) 和 (47) 同时都得到满足的条件决定颤振频率，即它决定着方程 (44) [和方程 (53) 一致的] 所有极限情况中那些和几何条件相适合的情况。现在它们代替了没有几何条件时存在的 Φ'_{\min} 的“临界”情况，而现在这种情况是不能自由出现的。

在基本方法中，所以未采用几何条件的理由是着眼于设计机床。机床上进行的各种工序，几何条件中的值是变化的，因而总可以碰到“临界”情况。但是，这里所研究的问题是，探索如何在特定情况下利用方程 (44) 中的特定数值来使稳定性得到改进。

方程 (53) 和方程 (44) 是一致的。方程 (52) 很重要，它的所有各项都是颤振频率 ω 的函数。它也可以从图 51 导出，在该图内可清楚看出 ψ 、 ρ 、和 φ 之间的关系。奇怪的是这一重要关系始

方程 (44) 和 (49) 的解可以最好利用作图法同时得出 (见图 56)。应当认识到, 如果选定了速度 v 和齿距 l 的特定值, 则方程 (47) 将表示 ψ 是 ω 的线性函数, 并在 $0 \leq \psi \leq 2\pi$ 区间内呈周期性。于是 (49) 的左边是一个在 $\frac{\pi}{2} \leq \frac{\psi}{2} +$

$\frac{\pi}{2} \leq \frac{3}{2}\pi$ 区间内周期性的线性函数, 如图 56 中的 c 所示。

在 a 内, 描绘了 $\varphi(\omega)$ 数值的曲线, 这些数值是在一特定机床上测到的。在 b 内, 给出了根据参考文献 16 的 $\rho(\omega)$ 值。 $\varphi - \rho$ 的差值曲线也在 c 内绘出。c 中两条曲线的交点代表特定情况下方程 (47) 和 (52) 的共同解。

在图 56d 内, 复制了这台机床修正后的交叉动态柔度曲线 Φ' , 以便通过图 c 里的解和 Φ' 的相互关系, 把 br 的各相应值 (表示相应的极限切屑宽度 b) 求出来。其中最低的一个就是稳定性的实际极限。

按照上述方式, 就可容易得出各不同速度 v 的解, 并可画出托贝斯创立的那样形式的稳定性图。对于不同速度 v , 各个 $\left(\frac{\psi}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$ 直线的斜率也将不同。

从方程 (44) 和 (44a) 可以相当普遍地看到, 如果相继走刀长度和波纹波长之比 $\left(\frac{l}{w}\right)$ 较小时, 则几何条件具有很大的影响。在车削中, 工件圆周上的波纹数目总是大的, 适合几何条件的颤振频率和不存在几何条件影响的临界极限情况的频率 f_{lim} 相差不多。所以, 切屑的真正极限宽度永远不会和切屑的临界极限宽度 b_{lim} 相差很多。

例如, 车削时若选取下列参数: 切削速度 $v = 80$ 英尺/分,

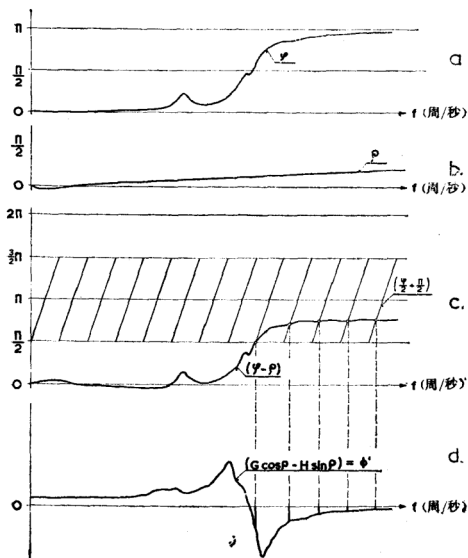


图 56 几把刀同时切削时稳定性的图解法

工件圆周长度 $\pi d = 12$ 英寸，颤振频率 $f_{lim} = 100$ 周/秒，则已加工表面的波纹的波长将是：

$$w = \frac{80 \times 12}{60 \times 100} = 0.16 \text{ 英寸}$$

工件圆周上将有 75 个波纹。为了把波纹数改变一个, ψ 就改变 2π , 若改变 v 或 d 或 f , 只需改变 1.3% 就够了。因此, 如果对某个 v 和 d 的值正好是临界状态, 那么稍微改变一点 v 值, 切屑的极限宽度就会增加。如果 v 改变达到 1.3%, 它将再一次变成 b_{lim} 。实际上, 在两个临界数值之间, b 的增加是很小的。

铣削时几何条件更加重要。在铣削中, 相继走刀之间的长度就是铣刀的齿距, 齿距与波纹波长比较是小的, 特别是对产生较长波度的高速切削来说, 更是这样。

将分析一个实际例子来作为说明。以铣平面为例, 圆柱铣刀直径为 4 英寸^①, 有 10 个齿, 主轴转速为 67 转/分, 所得切削速度为 70 英尺/分。假定振动系统是单自由度, 固有频率 $f_n = 124$ 周/秒, 相对阻尼 $d = 0.05$ 。系统的刚度和方向系数将分别统一用 k 和 u 来表示。

在图 57 内, 系统的动态柔度的实部 G 是用 $\frac{u}{k}$ 为单位绘制的。临界状态时, 各值为:

$$\begin{aligned} f_{lim} &= 1.0488 f_n \\ &= 130 \text{ 周/秒} \end{aligned}$$

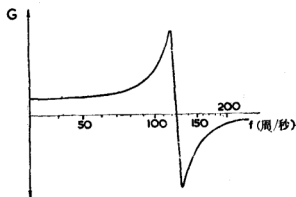


图 57 特定系统的 G —函数

$$\frac{1}{b_{lim} r} = 10.5 \frac{u}{k}$$

① 原文为 1 英寸, 按下文应改为 4 英寸。——译者

因此

$$b_{\text{lim}} = 0.095 \frac{k}{u \cdot r}$$

现在可对所给振动系统及频率 $f_{\text{lim}} = 130$ 周/秒、 $\psi_{\text{lim}} = 94^\circ$ 状态的相移 ψ 进行计算。 ψ 是指对应临界状态时相邻铣刀齿之间波纹的相移。如果只取 ψ 在 $0 < \psi < 2\pi$ 的限度内，那么从方程 (47) 可得出：

$$\psi + 2\pi n = 2\pi \cdot \frac{\pi d}{z} \cdot \frac{f}{v} \quad (54)$$

式中 d 是铣刀直径， z 是铣刀齿数。把 $\psi = \frac{94}{360} \cdot 2\pi$ 代入

方程 (54) 内，可以发现临界状态出现在转速 $n = 15、14、13、12、11、10、9 \dots$ ，切削速度 $v = 53.6、57.3、61.7、66.7、72.6、79.6、88.4、\dots$ 英尺/分。在其他速度，切屑的极限宽度 b 将大些，对相应的各 $\frac{b}{b_{\text{lim}}}$ 值进行了计算，并在图

58 内绘成曲线。可以看出，在给定的速度范围内， b 值在最有利情况下达到 b_{lim} 的 136%。

从设计机床的观点出发，必须考虑 b_{lim} 最不利情况。但是图 58 的图形中的“耳垂状” (lobes) 对估价切削试验是有重要意义的。

可以利用几何条件的影响，通过采用铣刀的不规则齿距，使之在一定程度上破坏颤振的再生。斯莱维赛克推导过不规则齿距的最佳条件⁽¹⁶⁾。由于推导过程相当复杂，并且此问题与设计稳定性高的机床没有直接关系，所以将不对它详细引述。这里只介绍表示最佳不规则齿距 t 的最后公式：

$$t = \frac{l_1 - l_2}{2}$$

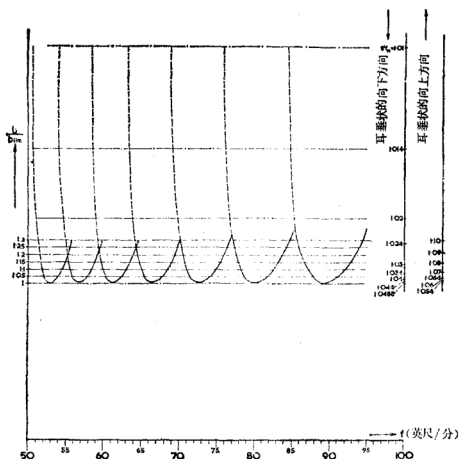


图 58 图 57 系统平铣的稳定极限的“耳垂”图

$$t_{\text{opt}} = \frac{v \cdot n}{4f_{G\min}} \quad (55)$$

建议这样设计铣刀，使长齿距 l_1 和短齿距 l_2 互相交替。在方程(55)内， v 是切削速度， n 是一个奇整数， $f_{G\min}$ 是给定情况的实数交叉动态柔度具有最小负值时的频率。这样， $f_{G\min}$ 就是不存在几何条件影响时出现临界极限颤振状态的频率。

斯莱维赛克描写了在立式铣床上用直径为12.5英寸、16齿硬质合金镶片端面铣刀铣削一个柔性空心铸铁箱体的例子。工件的柔性大大超过了机床的柔性。首先，用等齿距铣

刀和不同速度进行了铣削。在各种速度下，切削深度变动不大，大约都是 0.12 英寸。颤振频率也变动不大，大致是 240 周/秒。因此，假定 $f_{Gmin}=240$ 周/秒，利用方程(55)⊖，对三种不同速度的最佳不规则齿距进行了计算：

$$(a) \quad v=184 \text{ 英尺/分} \quad t_{opt}=0.038 \text{ 英寸}$$

$$(b) \quad v=300 \text{ 英尺/分} \quad t_{opt}=0.062 \text{ 英寸}$$

$$(c) \quad v=370 \text{ 英尺/分} \quad t_{opt}=0.076 \text{ 英寸}$$

用三种铣刀(a)、(b)、(c)在不同切削速度下进行了铣削，所得结果如图59所示。可以看到，对各个不规则齿距的三种铣刀(a)、(b)、(c)在各对应的切削速度下，能使稳定性得到显著的提高。在对应切削速度以外的其他速度，稳定性的提高比较小，而在和对应速度相差很大的速度，这些铣刀的结果并不比用等齿距铣刀的结果有任何好处。这个例子说明，不规则齿距的铣刀可以很成功地用于为它们所专门设计的特定情况。

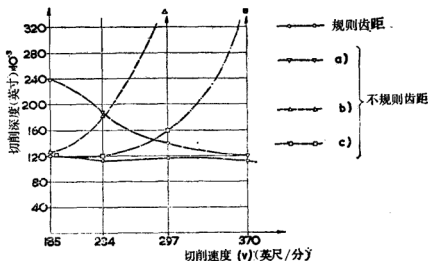


图59 利用不规则齿距的铣刀进行切削试验的结果

⊖ 原书误作(52)，应为(55)。——译者

第三章 研究机床稳定性的工作程序

(J. 特鲁斯泰和 M. 波腊雪克)

3.1 工作程序的各个步骤——方向系数

前章业已说明, 如果振动系统的下列参数, 即系统所有主要振型的 Ω_i 、 k_i 、 d_i 、 ξu_i 、 ξv_i 、 ξw_i 的数值都已知道, 并且如果由方向(P)和(Y)所决定的方位也已给定时, 那么对任一特定切削状态的稳定性就能够进行计算。角度 ξu_i 、 ξv_i 、 ξw_i 是指第 i 个振型的振动方向对机床振动系统选定的座标轴 U、V 和 W 而言。它们与方向(P)和(Y)一起, 定义这一特定加工状态的各个振型的 α_i 角的数值。对于方向系数 u_i 的推导, 下面将给以比较详细说明。

这一学科发展的现状, 还不能允许对机床振动系统的参数在机床图纸的基础上以所要求的精度进行计算。虽然近年来由于利用计算机(见参考文献 85 和 86)使机床结构的刚度、固有频率和振型的计算方法有重大进展, 但计算结果的精度还不够高, 阻尼还不能计算。而且振型方向也不总是能以充分的、可靠的加以确定。不过, 已经建立的关于机床结构固有振动参数的计算方法, 在改变机床结构的计算中, 是可以很好利用的。

由于这些原因, 所以机床稳定性的研究必须建立在对实际机床进行试验和测量的基础上, 而且通常是在机床原型样机上进行的。对某一特定机床稳定性研究, 首先的任务是, 根据对原有同类型机床的研究和根据一般法则已经设计并制

造好的这一特定机床,来确定它的稳定性。这个任务最好是通过切削试验来完成。

通常还有另外一个任务,即研究如何改善机床的稳定性。下面对这两方面任务的研究程序加以说明。

谈到一台机床的稳定性,这一说法并不完全确切。如果它是一台通用机床,使用这台机床就会有振动系统性质不同的各种加工布置方式。不同加工布置方式的稳定性是不同的。经验说明,某些布置方式从引起颤振的观点来看更加危险,而其他一些布置方式则总是安全的。例如,在一台卧式升降台式铣床上,用圆柱铣刀进行平面滚铣时,总要遇到颤振的问题。但在端铣时,机床的功率可以有效地被利用而不致于产生颤振。虽然如此,总还是需要对某些加工布置方式的机床稳定性进行研究。

在每种布置方式中,切削过程与机床相互之间有各种不同的加工方位形式,这些形式具有不同程度的稳定性。因此,对某一给定机床来说,不同布置方式与不同方位形式相结合,可以出现许多种需要对其稳定性进行研究的情况。现对几种机床的基本加工情况,通过图形说明如下。

图 60 中的 A、B 和 C 代表一台万能车床的三种布置方式。布置方式 A 和 B 都代表工件夹在卡盘与尾架顶尖之间的加工情况,两者区别在于工件尺寸不同。在 A 中工件很粗(几乎是最大可能加工的直径),B 中较细。在万能车床上,工件代表振动系统的最重要部分。方式 A 和 B 可以通过改变顶尖型式加以变动,因死顶尖或活顶尖,每种又可能有不同设计。方式 C 代表工件只用卡盘夹持、另一端悬伸的加工情况。可能有另一种方式,把工件夹持在两个顶尖之间。在万能车床上,通常只有一种加工方位形式出现。如图中 1a 所示。刀具固

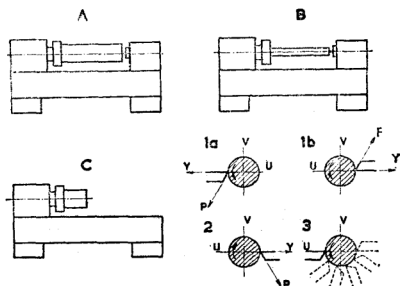


图 60 车床的各种加工布置方式

定在横溜板的后边,主轴仍按图 1a 相同方向旋转。如图 1b 所示的方位几乎和图 1a 相等。方向 P 和 Y 在图 1a 和 1b 中是相同的,两者不同之处只是在刀具和工件之间接触点的位置稍有不同。通常很少采用的方式 2,其方位形式和图 1a 不同。为了对机床进行较深入的分析,有时把刀具的位置按图中方式 3 来安装,使方位形式可以人为地在较宽的范围内变化。

图 61 代表一台卧式升降台铣床的三种加工布置方式。A 和 C 的区别在于铣刀距立柱的距离不同。B 与 A 和 B 与 C 不同之处在于用支架把横梁和升降台连接在一起,形成一个完全封闭的结构。可能有两组基本上不同的方位,一组代表逆铣,一组代表顺铣。当切削深度改变时,两组加工方位形式将进一步发生变化。

在图 62 中,升降台立式铣床的振动系统的变化,在机床的基本布置方式中,只有铣刀在主轴上的固定方式有变化,如图

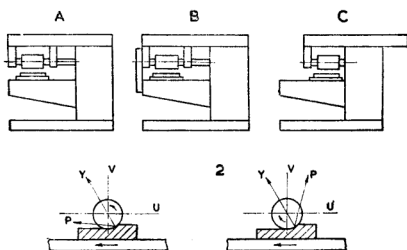


图 61 卧式铣床的各种加工布置方式

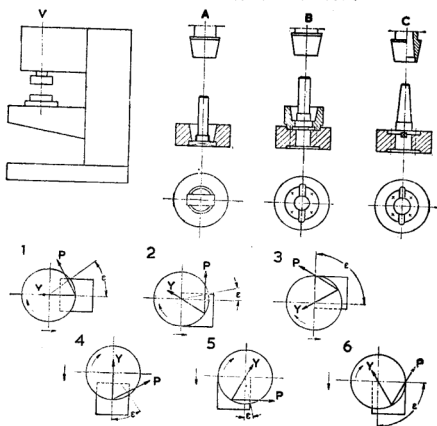


图 62 立式铣床的各种加工布置方式

中 A、B、C 所示。经验表明，铣刀的固定方式常常是这类机床振动系统的最重要弹簧之一。因此它的任何变化将强烈影响振动系统的综合特性。这里可能有几种不同的加工方位形式，如图中

1、2、3、4、5 和 6 所示。P 和 Y 的方向是随着进

给的方向而改变，并且也随着刀具与工件间的相对位置而变化。

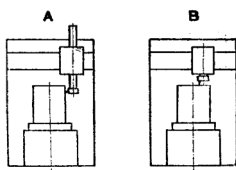


图 63 单柱镗床（立车）的加工布置方式

在单柱立车上产生振动的工序，主要发生在车削工件比较高的时候。（见图 63）。因此，必须对平面车削加工和外国车削加工加以区别：前者滑枕几乎完全缩入，而后者却不断伸长。

图 64 代表一台卧式镗铣床的几种加工布置方式。方式 A 和 B 表示床头箱在立柱上两个极端位置时的铣削加工情况，方式 C 表示镗孔时的情况。在铣削加工时， ϵ 角不同的数值所表示的方位形式的变化是经常遇到的。

在图 60、61、62、63 和 64 中，图形表示了机床切削过程各种方位形式的 P 和 Y 方向。

切削过程和机床振动系统间的相互方位关系，必须最后用振动系统各个振型的相对应的方向系数 u_i 来表示。在前一章里，已经对各振型的方向 (X_i) 位于 (Y) 和 (P) 方向的同一平面内的方向系数 u 值的推导作了说明。必须领会方向系数 u 的基本含义。 u 是一个系数，表示只有 P 对 (X_i) 的投影，再投影到 (Y) 方向才影响自激振动的过程。所以

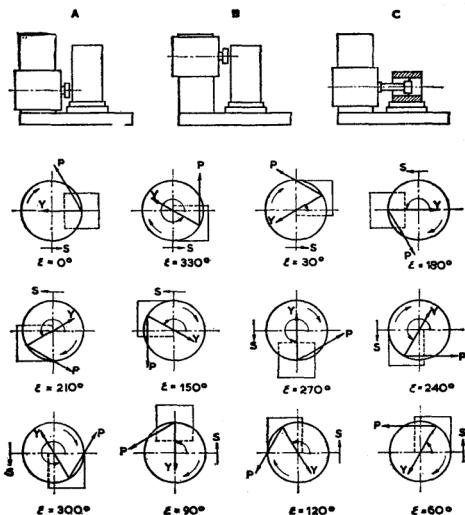


图 64 卧式镗铣床的各种加工布置方式

u 的数值可以用图解法把一个 (P) 方向的单位长度连续投影两次来确定。图 65 给出两种车削状态的二维例子作为说明。图中对两种 (Y)、(P) 方向情况下推导了某一特定 (X_i) 方向的 u 值：一种情况相当于刀具装在通常的位置，另一种情况相当于刀具装在溜板的后面，主轴反转。把一单位向量 P 投影到 (X_i) 方向，然后再投影到 (Y) 方向。如

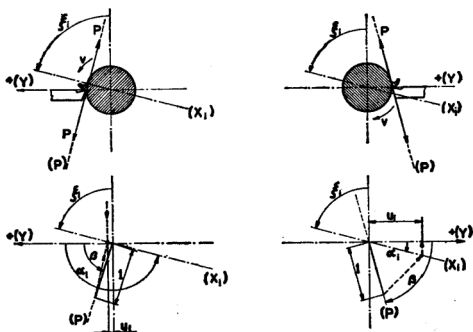


图 65 车床上两种不同加工方位形式的图解

图所示, u 的最后数值, 两种情况都是正的, 是很不相同的。这两种情况适用于切入进给刀具。

方向 (X_i) 并不经常在 (P, Y) 平面内。如果采用一种和机床本身联系的座标轴系统 U, V 和 W , 那么 (P) 、 (Y) 、 (X_i) 就可以相当广义地在这系统之内选定。于是 (X_i) 与各座标轴间的角度可写成 ξ_u, ξ_v, ξ_w ; (P) 与各轴间的角度写成 ψ_u, ψ_v, ψ_w ; (Y) 与各轴间的角度写成 η_u, η_v, η_w 。从 (P) 向 (X_i) 的投影可表示为 (P) 与 (X_i) 之间各角度余弦的乘积 ($=a$), 即:

$$a = \cos \psi_u \cos \xi_u + \cos \psi_v \cos \xi_v + \cos \psi_w \cos \xi_w, \quad (56)$$

从 (X_i) 向 (Y) 的投影可表示为 (X_i) 与 (Y) 之间各角度余弦的乘积 ($=b$), 即:

$$b = \cos \xi_u \cos \eta_u + \cos \xi_v \cos \eta_v + \cos \xi_w \cos \eta_w \quad (57)$$

最后得:

$$u_i = a \cdot b \quad (58)$$

这一计算过程可用类似于图 65 中的 (扩大到三座标) 图解法代替。

以上说明了需要研究的各个加工情况是什么含意。现在可对工作程序的步骤陈述如下:

(a) 切削试验

机床稳定性研究的第一步是进行一系列的切削试验, 目的是为了确定由所有重要“状态”的稳定性所表示的机床稳定性, 这些重要状态是布置方式 A、B、C 和方位形式 1、2、3 的重要组合。切削试验通常在标准切削条件下进行, 并且是每一种状态 b_{lim} 和 f_{lim} 的结果值。表示机床稳定性一般概念是这一结果与其他工厂制造的类似机床的稳定性, 或新型号代替的旧型号的稳定性进行比较。对于所得结果, 还要从稳定性极限如何影响机床的使用可能性的观点进行估价。

切削试验的方法将在第三章第二节内叙述。

(b) 动态柔度的测量

这些测量的目的是为分析稳定性提供数据。动态柔度是这样测量的, 即用一激振器使机床产生振动, 然后测量刀具与工件之间的相对振动。

这种测量可能有两种不同方式。第一种是直接测量交叉动态柔度, 在 (P) 方向施加激振力, 在 (Y) 方向测量振动。对每一情况, A_1 、 A_2 ……, B_1 、 B_2 ……, C_1 、 C_2 ……, 均需要测量一次。因此, 这一方法适用于布置形式及方位状态少的机床, 最好是只有一种情况的机床, 即专用机床。这种方法对分析机床各部分的作用和对改进机床提出建议都是

困难的。

因此，通常采用另一种方法。对每一布置方式 A、B、C、……，只进行如下方式的测量。依次在所选各座标轴 U、V、W 的方向内加激振力，振动总是在加力方向上测量。测量结果是直接动态柔度，在这基础上，所有方位的交叉动态柔度可以利用方向系数进行计算。

(c) 振型形状的测量

这一测量的目的是为了确定各个振型的主要“弹簧”和主要“质量”，并对在稳定性分析中出现的振动系统的各个参数与机床设计的关系提供一些概念。这一概念可以使之更为精确，如果同时能根据机床图纸对振型进行计算，并用测量结果对计算结果加以验证。这样计算的方法将在第五章第三节内加以说明。

振型是这样测量的，即当机床由一激振器激振时，测量机床结构上很多的绝对振动量。步骤 (b) 和 (c) 的测量技巧将在第三章第三节内叙述。

(d) 稳定性分析

稳定性分析这一步骤是根据第二章所述颤振的理论来进行的。它的内容是把振动系统内几个主要振型中的每一振型动态柔度测量结果换算成为参数值 Ω_i 、 k_i 、 d_i 、 ξ_u 、 ξ_v 、 ξ_w ， $i=1, 2, \dots, n$ ，并对机床每一状态的各临界极限点用图解法求出相应的 rb_{lim} 及 f_{lim} 数值。图解法的结果必须首先和切削试验的结果进行比较，并且只有当它们相互之间是符合时，才可作进一步的说明。对 b_{lim} 值的绝对比较是不可能的，因为 b_{lim} 的计算值用 $\frac{1}{r}$ 的倍数来表示。而 r 的确切数值并不知道。因此，采取某一加工状态的 $b_{lim\Delta 1}$ 值作为参

考基准, 然后把所有其他加工状态的 b_{lim} 都和这一数值作比较。得出的比值形式为 b_{limA_i}/b_{limA_1} , 式中 $A_1=A_2, A_3, \dots, B_1, B_2, \dots$, 把从切削试验得到的 b_{lim} 值作成类似的比值。然后比较计算所得的和试验所得的相应的稳定性比值。计算所得的和切削试验所得的 f_{lim} 数值是能够直接进行比较的。

在图解稳定性结果和切削试验所得结果一致后, 就可以用各个振型的各个参数从稳定性极限影响的观点出发对它们进行分析。利用振型测量结果, 就可精确地提出改进机床设计的某些建议。这些改进最好利用第三篇中第四和第五章所述刚度和自由振动的计算方法来得出。有关稳定性分析方法的某些方面, 将在第三章第四节讨论。但最好是利用第四章所给实例加以说明。

(e) 机床设计改进结果的校核

如果对机床设计提出的某些改进建议已经实行, 整个工作程序 (a)、(b)、(c) 和 (d) 各步骤可以重新进行一次。但这种校核主要地只限于对某些切削试验进行。

上述全部程序工作量是相当大的。通常只有在重要的机床试制样机原型或稳定性严重不足的情况下才进行。

对某一类机床稳定性研究, 则常可以按更简单的方式进行。其根据总是切削试验。试验应在尽可能广泛的范围内进行。另外至少还需要确定机床结构在发生颤振时的振型。研究结果可以作出提高机床某些部分刚度的建议, 这些部分就是机床结构在振动时查出它们在振型中起着弹簧作用的那些部位。试验可能有两种不同做法。

(i) 机床颤振时, 在机床结构的很多点测量振动。测量时至少同时在结构的两点进行, 一个是基准点, 另一个是位

置可以变动的点。

(ii) 在切削试验时仅测定颤振频率，然后在切削试验后，再另外测量与颤振频率最接近的某一固有频率的振型。有时在不同地点敲击机床结构，测量其固有频率就够了。当然，这种方法是不准确的，需要很好的技术和经验，才能取得有用的结果。

3.2 切 削 试 验

切削试验应当包括对给定的机床型式最有代表性的一些切削工序，并把重点放在根据经验来看容易产生颤振的那些工序。在选择切削条件时，还有其他一些观点需要加以考虑，这些是从切削条件对颤振影响的认识得到的。

例如，为了适应最通常使用机床的观点，试验应当采用镶片硬质合金刀具来进行。但是，因为要取得数据是 b_{lim} 的比较值，并且考虑到在从约 60 英尺/分开始的范围内，切削速度对颤振的影响是这样的随着速度的增加切屑极限宽度缓慢增加（见图 18），所以建议采用对高速钢有代表性的约 75 英寸/分的切削速度。这样，功率消耗将小些，从而在几乎所有情况下都可以达到稳定性的极限。当采用 300 到 600 英寸/分的切削速度时，切屑厚度有时受机床最大功率的限制不会产生颤振。另外，铣削试验时采用较低的切削速度有这样的益处，即 (b_{lim}, v) 关系中的“耳垂”（见第二章第三节及图 58）距离更近些，而且 b_{lim} 随速度的变化也改变较小。

同理，建议采用较小的进给量。在第一章内曾指出，见图 13 及 14，极限切屑宽度是随进给或切屑厚度的增加而增加的。采用较大进给量，有时也不可能得出 b_{lim} 的数值。

根据上述道理，并且由于大多数试验是为稳定性分析提供一个比较的基础，所以标准切削条件把切削速度定为 75 英尺/分，平均切屑厚度值取 $a=0.002$ 至 0.004 英寸。为了对机床的实际稳定性有较好的描述，可以用硬质合金刀具和相应的较高的切削速度做一些补充试验。

确定 b_{lim} 值时，几乎没有任何困难。稳定切削和不稳定切削之间的界限通常是能够很清楚地检查出来的。自激振动通过特有的噪音、切削表面上特有的振痕和切屑上特有的振痕表现出来，不应当在工件的已完工的表面上去观察振痕，而应当在切削表面上去观察。说明这种区别的更好例子是滚齿加工时的情况。在本书第 145 页的图 4 中表示一个齿轮的加工表面。齿廓已完工部分上的振痕没有像工作台最后一转切出表面上的振痕那么清楚，如图中箭头所指。图 66 代表车削、圆周铣削和端面铣削时的情况。

颤振频率 f_{lim} 可以根据振痕间隔距离 w (英寸) 和切削速度 v (英尺/分) 来确定：

$$f = \frac{v}{5w} \text{ 周/秒}$$

但是，时常有这种情况，即前后两次切削的振痕都看得见并且相互干扰，因此，比较可靠的办法是在机床的某处测量振动，然后根据振动记录来确定频率。为了得到更加可靠的结果，

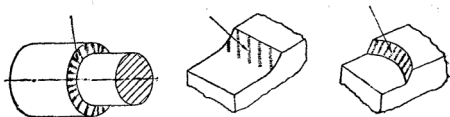


图 66 切削表面上振纹的图形

并使切削试验在较大范围内进行，通常除了改变切屑厚度外，还改变另外一个切削参数。这样，所得结果对每一种状态不仅是 b_{lim} 一个数值，而且还有以切屑宽度为一个座标的图中的一条极限曲线。对于车削和镗削加工，通常选择进给量 s 作为另一变量，而对于平面铣削，则选择切削深度 h 。

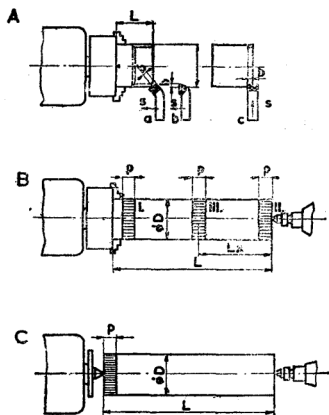


图 67 标准车床标准切削试验的布置方式

作为工作程序的实际例子，在第四章里叙述了几种型式机床切削试验的结果。为了更详细的说明，这里给出普通车床和卧式铣床标准切削试验条件如下：

在车床上，试验是按照图 67 所示 A、B、C 三种布置方式进行的。

A——工件的一端卡在卡盘内，切削在工件另外一端进行。

B——工件的一端夹在卡盘内，另一端由尾顶尖支持。

切削在工件两端(位置 I 和 II) 及位置 III 进行。
位置 III 是通过试验沿工件轴线找到的具有稳定性最小的一个位置。

C——工件夹在两个顶尖上, 切削试验仅在工件的左端进行。

试验工件的尺寸

试件直径等于 $\frac{D}{4}$, D 是在车床床面上最大的加工直径。工件长度是这样确定的: 布置方式 A 是 $L=D$, 方式 B 和 C 除 $l=8D$ 这种长床身之外, 取 $L=0.7l$, l 是最大顶尖距离。

试件的材料

低碳钢, 抗拉强度 80000 磅/英寸²。

刀具

采用三种型式的高速钢刀具, 如图 67A 所示: 弯刀、偏刀和切断刀。刀具的几何形状如图 68 所示。开始试验以前要先把刀具磨好, 然后进行大约 10 分钟的切削, 使切削刃略带磨损。

切削速度和进给量

采用切削速度 $v=90$ 英尺/分, 进给量 $s=0.004, 0.0008, 0.016, 0.032$ 英寸/转。

每次试验, 逐渐增加切屑宽度 b 进行切削, 直到产生颤振时的 b_{lim} 为止。

把试验结果用座标 (b_{lim}, s) 作出的曲线图记录下来, 并注明所得颤振频率 f_{lim} 。对大多数试验, 仅用粗切弯刀进行切削, 只有少数试验用其他刀具进行。

在卧式铣床上, 选择对产生颤振最有代表性和最危险的工序进行稳定性切削试验, 这就是平面铣削。机床的布置可

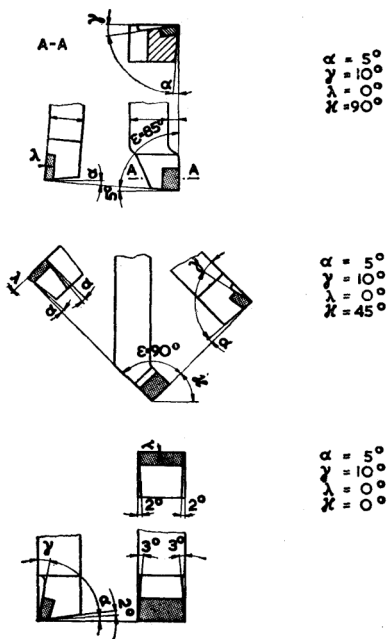


图 68 标准切削试验的刀具几何形状

以通过改变工件与机床床身间的距离，或者在横梁与升降台之间是否采用支架而加以改变。对于标准切削试验，工件与机

床床身之间用平均距离和不用支架的布置方式。

切削过程的方位形式〔平均(P)和(Y)的方向〕随切削深度的变化在某一范围内改变,并且当铣削加工从逆铣转变为顺铣时,它也改变(见图61)。

试验采用一楔形工件,如图69所示。这样,随着工作台的移动,切削宽度 B 将无级地变化,因而切屑宽度 b 也变化。切削宽度 B 与切屑宽度 b 之间的关系将在第三章第四节内说明。开始时,切削是稳定的,随着 B 的增加,在一定位置时颤振开始发生。取不同的切削深度 h 值,这一过程重复进行。

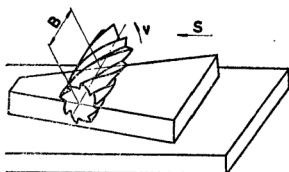


图69 铣削楔形工件

试验结果可以画出座标为 (B_{lim}, h) 的曲线图。

工件材料是低碳钢,抗拉强度为80000磅/英寸²。

所用刀具是高速钢螺旋圆柱形铣刀,螺旋角是 20° 。它的直径根据机床尺寸选取。铣刀齿数和铣刀直径成比例。例如,对4英寸直径的铣刀,所取齿数 $z=10$ 。采用切削速度 $v=65$ 英尺/分,铣刀每齿进给量 $S_t=0.004$ 英寸。

和普通车床与卧式铣床相似,对其他型式的机床也规定了标准切削试验的条件。其中有些可以参阅第四章所给出的实际例子。

3.3 用激振试验测量动态数据

在第三章第一节内已经提到,用激振器使机床激振的试

验有两个目的：(i) 测量动态柔度 (ii) 测量振型。

如在第三章第一节中已经指出，可能有两种不同办法测量动态柔度。第一种办法是直接测量给定状态时的交叉动态柔度。激振器位于这样的位置，使它在刀具与工件之间产生一个力，它的方向是沿着它所代表的切削力的方向 (P)，然后沿垂直于假想切削表面的方向 (Y) 测量刀具与工件之间的相对振动。这种办法所得结果仅仅适用于给定情况。另一种办法是测量在三个相互垂直方向上的直接动态柔度。激振力依次沿三个方向中各个方向加在刀具与工件之间，而刀具工件间的相对振动总是在加力的方向内测量。利用这一办法，能够求得所测机床的任何一种加工方位形式的交叉动态柔度。测量动态数据时将采用后面的一种方法。在两种测量方法中，激振力的频率是在所需范围内无级变化的。

测量动态柔度，必须满足几个条件：

1. 机床—刀具—工件振动系统和实际切削试验时振动系统的差别必须尽可能地小。激振器的质量不应显著改变振动系统质量的分配状况。激振力应当作用在刀具与工件之间，它们的相对位置应和切削过程中的情况尽可能地接近，振动也必须在与激振力作用点相同的那个点进行测量。

2. 机床的振动系统并不是理想线性的。为了便于分析，必须假定它是线性化的。激振试验的条件应当保证使线性化了的系统尽可能地接近于切削试验的系统。对线性的偏离，主要发生在像导轨和轴承的接触表面之间。非线性的另一来源是机床结构固有的实际阻尼作用。但是经验表明，在机床振动系统内，对线性的偏离是微小的。为了使偏离最小，需要遵守某些规则：在动态测量中，力的大小和方向必须和在切削过程中稳定极限时的大小和方向大致相同。对起

非线性弹簧作用的结构部分应有预加载荷。因此，通常总是把一个预加载荷的静力和交变激振力同时加在所测系统上。

如果在切削时，有部分结构相对运动在激振试验中处于静止状态，这样振动系统的特性可能出现差别。例如，如果主轴没有转动或进给没有接通。但是，在大多数情况下，不可能在接通进给时进行动态测量。如果使系统的某一部分发生变化，而这一部分对产生颤振并不是决定性的，那么，在稳定极限所在的频率范围内并不影响分析的结果。

3. 测量必须使各重要振型的所有参数都得到确定，这些参数是固有频率 Ω_i 、阻尼比 d_i 、固有刚度 k_i 和刀具与工件间各个自由振动的方向。因此，需要在两个相互垂直的方向上测量（对三维振动系统）。必须同时测量振幅的大小、激振力的大小（如果不是自动保持定值）以及激振力和振幅之间的相位关系。测量的频率范围要充分够宽。

为了避免激振力高次谐波分量对系统引起的共振，需要使激振力波形尽可能地接近纯简谐状态，必须采用足够灵敏的振动传感器。采用的仪器必须不致使所测的力或所测的振动的相位发生变动。以动态柔度分析中所确定的各个固有频率相等的频率来激振机床而逐个测量振型。并不一定要把力加在刀具与工件之间。相反，激振力是加在能最好地激发起所求振型的那些地方。

在振型的测量中，机床结构上各个点的振幅用绝对式拾振器测量，各点振动的相位是测量各个点和装有另一绝对式拾振器的某一选定点之间的相互关系。振型的测量需要使激振力的幅度和频率在较长时间内保持定值。

动态柔度和振型的测量都需要专门设备。动态测量的设备近来有相当发展，而且还在继续发展。但是，到目前为

止，还没有一种单个设备能满足所有的要求。因此，仪器要根据使用条件来选择。对现有的各种设备结合其优缺点综述如下，以便选用。

激振器

有机械式、电动式、电磁式或电液式等几种激振器可供选用。

(a) 机械式激振器是利用偏心质量旋转时产生的离心力作为激振力。这种结构的激振器很难得到较高频率。

另一缺点是，激振力的

幅值与频率成平方关系。它不能作为在刀具与工件之间加激振力用的相对激振器用。

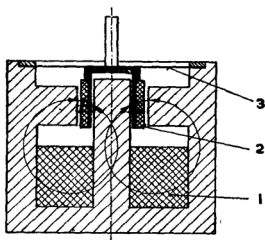


图 70 电动激振器原理图

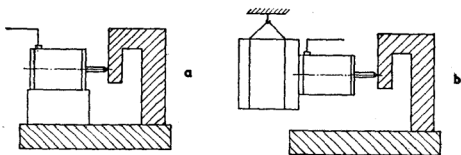


图 71 相对和绝对激振器

(b) 电动激振器的工作原理是根据磁场对流入交流电的线圈的作用（见图 70）。挂在薄膜 3 上的线圈 2 在一个强磁性的电磁铁 1 的磁场内振动。这种激振器可以按相对方式工作（图 71a），如果把电磁铁本体连接到被激系统的某一点

上,把线圈连接到系统的另一点。它也可以作为绝对激振器工作,如图 71b 所示。激振器的本体作为一个质量悬挂在一根很软的弹簧上,或作为一个摆悬挂在一根绳子上,以便使它能代表一个频率很低的地震仪系统。激振器的线圈联结到被激振的结构上。

电动激振器内产生的力和线圈里的电流成正比。如果线圈不动,则电流决定于电源的电压和绕组的电阻和电抗。如果线圈振动,则在线圈内产生一个相对于原来输入电流有相移的反电流。于是激振力将决定于两个电流的向量和。

电动激振器的优点是:激振力是纯谐的,频率范围较宽,以及激振力可以通过测量线圈的电流作简便测量。它的缺点是,相对于它产生的激振力的幅值来说,质量和体积都太大。

图 72 中的表格列举了几种电动激振器的数据。

(c) 电磁激振器是带有两个绕组的电磁铁(见图 73),一个绕组通直流电流,另一个通交流电流。它通常还有一个衔铁(*keeper*)。这种衔铁有时可以省掉,使电磁铁直接作用在被激振部件上。在作相对激振器用时,电磁铁连接到构件上的某一点,如铣床的工作台,衔铁则连接到另外一点,例如连到铣刀上。

采用预加励磁直流电流的理由,从图 74 可以清楚理解。图中曲线表示电磁铁的力 P 与励磁电流 I_{mag} 之间的二次关系。如果不通直流电流 I_0 ,交流电流 I 仅产生频率等于两倍电流频率的 P_1 力,其幅值是小。如果输入合适的预励磁直流电流 I_0 ,则交流电流 I 将产生一个大得多的力 P_2 ,其频率等于交流电的频率。另外,采用后一种方法时,力的高次谐波分量也较小。

电-动直线式激振器

最大交变力	短期运行(磅)	140	2	24~50
	长期运行(磅)	70		
最大静态力	短期运行(磅)	50	2	
	长期运行(磅)	26		
频率范围 (周/秒)		5~5000	1000	5000
重 量 (磅)		60	2	31
尺 寸 (英寸)		$\phi 8 \times 6.5$	$2\frac{3}{4} \times 2\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{4}$	$6\frac{1}{2} \times 6\frac{1}{2} \times 6\frac{3}{4}$
研制单位		捷克, 布拉格, 机床研究所 (VÚOSO)	英国, Pye-Ling有限公司	

电-动扭矩激振器

最大交变扭矩 (磅-英尺)	3	6
频率范围 (周/秒)	5~5000	5~5000
尺 寸 (英寸)	$\phi 7 \times 6$	$\phi 10 \times 6$
研制单位	西德, 阿亨(TH)工业大学	阿亨(TH)工业大学

图 72 动态激振器的数据

测量力时, 可以利用一测力仪把衔铁连接到被激振的构件上, 或者把一个特殊线圈放在电磁铁与衔铁之间的磁场内, 线圈感应电流与磁通密度

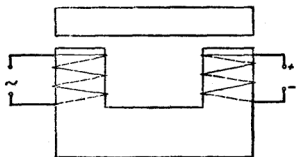


图 73 电磁激振器的工作原理

成正比。当利用衔铁下的测力仪时, 量得的是作用在机床结构上的力。

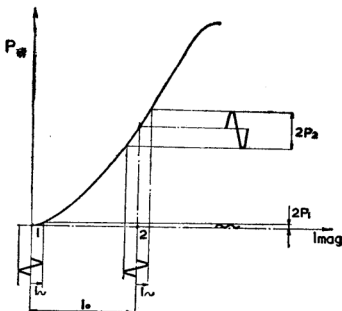


图 74 预加励磁的理由说明图

但是，因为被测量的力是同样作用在系统两边的，即磁铁与衔铁之间的空隙内的力，所以应对测得的力进行修正，用向量法减去衔铁的惯性力。磁铁在一边，衔铁与测力仪在

另一边，构成了这一振动系统。当然，上述修正仅在系统共振时才显得重要，这时衔铁的振幅以及惯性力都较大。

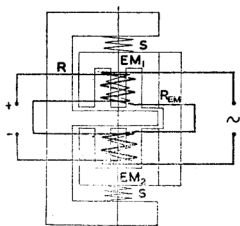


图 75 绝对电磁激振器

电磁铁的力还由于另一原因在共振附近受到影响。在通过共振区时，衔铁的振动相位，相对于电磁力变动很大，结果使预加载荷（静

态)的力和交变力之和也发生变动。交变力的变动自然能由测力仪记录下来。因为电磁力包括一些高次谐波分量,在这些分量会使得测力仪等效为弹簧,衔铁等效为质量的振动系统的固有频率之间发生共振。为了避免发生这一情况,可以在衔铁上装一个小的调谐消振器,

所有这些测量上的偏差,可在整理测量结果时加以考虑,并予以消除。

图 75 代表一绝对电磁激振器的设计原理。激振力利用连杆 R 由衔铁传至被激振的构件上。电磁铁和交流绕组以及直流绕组一起通过两个很软的弹簧 S 与衔铁相联结。激振器的工作范围在低频端要高于由两个弹簧和电磁铁质量组成的系统的固有频率。

若激振力相同,电磁激振器比电动激振器在重量和体积上小的多。不过电磁激振器的频率范围要窄些,但在机床上应用是足够的。如果采用适当的预励磁直流电源,激振力的波形失真是在允许范围内。

因为激振力是非接触传递的,电磁激振器可以用于激振正在运动或旋转着的零件。在这种情况下不需要用衔铁。例如,在车床上可以把电磁铁固定在刀架上,激振力直接作用在转动的工件上。于是电磁铁与工件相对的极面将是凹弧形的。半径等于工件的半径。因为不能用测力仪,所以需要用一个放在磁铁与工件之间磁场内的辅助线圈,由线圈中的感应电流来测量激振力的大小。

图 76 表示电磁激振器的电路图。直流电路里的扼流圈用来保护直流电源,防止感应交流电流的干扰。

能产生几千磅力的电磁激振器,现在已被研制出来并成功地得到应用。从图 77 所示表格中可以查得几种电磁激振

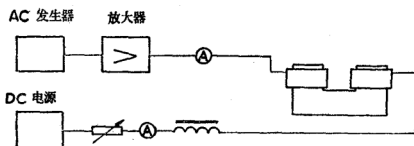


图 76 电磁激振器电路图

激振器型式	相 对	相 对	相 对	绝 对	相 对	相 对
重 量 (磅)	10	60	500	12	6	
铁心截面 (英寸 ²)	5	12	70	2	3.6	0.8
激振力最大幅值 (磅)	100	300	2000	8	12~80	26
最大静力 (磅)	150	400	2500	—	80~100	100
频率范围 (周/秒)	~500	~300	~130	20~500	~250	~500
研制者	布拉格, 机床研究所(VÚOSO)				彼得教授 Louvain	托贝斯教授, 伯明翰大学

图 77 电磁激振器数据

器的有关数据。

(d) 电液激振器是最近才出现的。图 78 代表这种装置的原理图。电液阀 3 控制着到活塞 2 两侧的油流。压力油 4 产生一个预加载荷的静力。激振器的频率范围主要受阀 3 性能的限制。

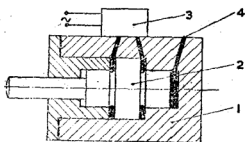


图 78 电液激振器原理图

图 79 表示电液激振器在激振一个静刚度为 2×10^6 磅/英寸的系统时的特性。在频率为 100~200 周/秒时, 激振力开始降低。图 80 表示电液激振器的方块图。利用从

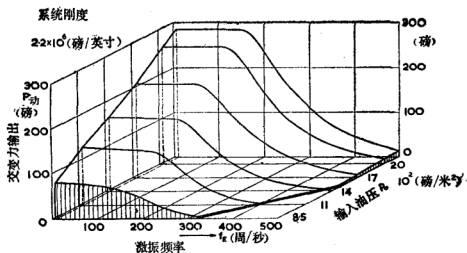


图 79 电液激振器的特性，引自奥匹兹 (Opitz)

测力仪来的反馈信号，使激振力保持定值。

电液激振器的优点在于它能产生的激振力大，而且重量和体积都小。由于力量大，它们适用于重型机床。这样，它们的频率范围是足够的。图 81 列举了现有几种型式电液激振器的性能数据。现在出现一种电液激振器，它有一个由无级变速电机驱动的旋转控制阀。利用这一方法，可以得到较高频率的激振力。

力传感器

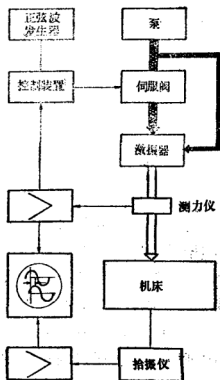


图 80 电液激振器方块图，引自奥匹兹

激振器型式	直 线 式	扭 转 式	直 线 式	扭 转 式
尺 寸 (英寸)	13×5.5×5.5	3×2.5×2.5	7×4×4.5	φ2.5×5.5
激振力最大幅度(磅)	2000	300	60磅	50
最大静力 (磅)	10000	800	—	200
频率范围(周/秒)	300	500	400	400
研 制 者	阿亨工业大学奥匹兹教授			辛辛那提Merchant博士

图 81 电液激振器性能数据

当采用电磁激振器时, 应变仪式测力仪是能满足工作要求的。为了使测力仪-衔铁系统的固有频率充分高于所测频率范围, 要求测力仪有高的刚度。半导体应变仪的高度灵敏性能满足这一要求。

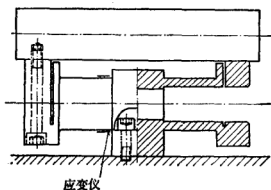


图 82 应变仪式测力仪

测力仪的合理型式之一见图 82。它采用一个中间固定和两端加力的管子作为基本元件, 管子受到弯曲应变, 应变仪同时测量管子的压缩和拉伸应变。

振动传感器

为了测量刀具与工件之间的相对振动, 可以采用各种形式的振动传感器。对这种传感器的要求是高灵敏性、无相位失真、重量轻和尺寸小。一个重的传感器加上夹紧部分的弹性, 可能构成一个固有频率在所测频率范围以内的振动系统, 结果可能导致测试的明显失真。简单应变仪式传感器在实践中证明效果是很好的。如图 83 所示, 这种传感器制成一根小杆的形式, 杆的一端固定在一个部件上, 自由端则靠在另外一个部件上。虽然为了灵敏性, 杆的刚度应该比较高,

实际上它比所测系统的刚度低几个数量级，使后者的性质不致显著地受到影响。为了不使传感器的灵敏性产生不必要的降低，必须保证它的紧固方式有较高刚度。动态测量装置

在测量动态柔度时，激振力加在刀具与工件之间，然后测量在激振力两个着力点之间的相对振动。它需求测量激振力的幅值、相对振动的振幅和振动相对于激振

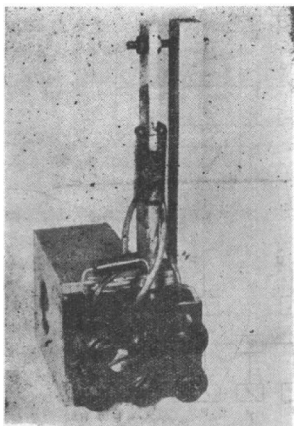


图 83 应变仪式振动传感器

力的相位。图84表示这一方法的原理。图84a相当于采用电动式激振器，利用激振器线圈的电流来测量激振力。激振器由振荡器经过放大器供电，拾振器 V 应当装在距激振器尽可能近的位置。图84b表示用电磁式激振器，与激振器串联的测力仪 D 测量激振力。类似方法也用于液压式激振器中。激振力和振动的信号按图85所示方式进行处理。在图85a表示的振动 U 、激振力 P 和它们之间的相位关系 φ 是分别测量的。图85b表示一相位灵敏电压表（*phase sensitive voltmeter*）直接测量振动的实部和虚部。取与激振力无相移而又成正比关系的振荡器信号作为参考标准。为了使激振

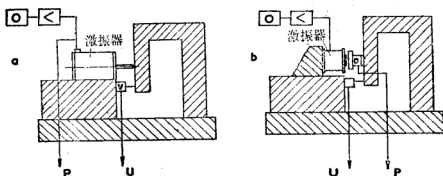


图 84 动态柔度测量原理图

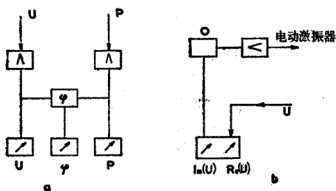


图 85 从测力仪与拾振器得到的要处理的信号

器线圈内由振动引起的感应电流的影响最小，在线圈电路内连接了一个电阻。

有些仪器能够连续改变激振力的频率，并且能连续记录 R_e

(U) 和 $I_m(U)$ 的数值。别的仪器只能分级改变激振力的频率。分级的大小应根据所测数值的变化率加以调整。

测量振型时，被测系统依次由一个力激振，力的频率每次等于测量动态柔度时确定的某一振型的共振频率。只激发单纯一个振型的振动是不可能的。如果几个振型的频率相差较大而阻尼又小，那么可把各个振型很好加以分开。因此，机床基本上是由作用在刀具与工件之间的和测量动态柔度时一样的力所激振，然后对多个点沿三个基本方向测量绝对振动，并与结构上一参考基准点的绝对振动进行比较。

如果所研究的振型不够明显，特别是两个振型的频率如果接近时，就难于把它们的振型分开。这时，可以改变激振力的方向或改变作用点，使得一种振型的振动突出出来。有时可以把绝对激振器安放在结构的不同点，或在不同的方向，以便把所需振型适当地分离出来。例如，可在另一振型的节点激振或沿垂直于另一振型的方向激振来实现这一点。

应当看到，当测量振型时，各个点的振幅的绝对值并无意义。

3.4 试验数据整理

3.4.1 切削试验数据整理

切削试验是在标准切削条件下采取切屑宽度和另一个参数的变量，并按照机床不同布置方式和不同加工方位形式组合而形成一系列的“状态”进行的。

对于研究的所有状态，从切削试验得到的主要数据是：切屑极限宽度 b_{lim} 、稳定性极限时的颤振频率 f_{lim} 和在稳定性极限时主电机消耗的功率 N_{lim} 。所有参数都汇集在表格里。把 b_{lim} 和 f_{lim} 的数值画成一些曲线，从这些曲线中可以看出 b_{lim} 和其他参数之间的关系，如第三章第二节说明的那样。

这些试验结果可以用来评价所测机床样机的稳定性，也可用来校核稳定性分析的计算结果。通过切削试验确定的切屑极限宽度 b_{lim} 和计算得出的极限耦合系数 (rb_{lim}) 之间的比例关系，对于象车工和镗工所用单刃刀具来说是很明显的。

端面铣削时，有许多刀片同时进行切削，每一刀片有不同的加工方位。为了把铣削试验得到的结果和计算联系起来

来, 把作用在各刀片上的切削力用一“合力”来代替。进行

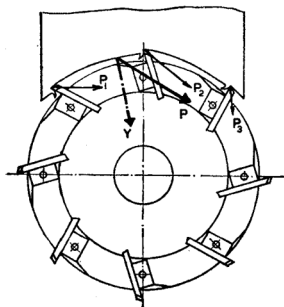


图 86 端面铣削时的“平均”方向 Y 和 P

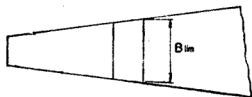
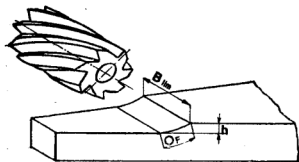


图 87 滚铣平面时的切屑宽度

切削的各个刀片的位置在铣刀旋转时是变动的, 结果合力的方向也在两个极端位置之间变动。为了简化起见, 假定合力的方向是不变的, 虽然这将引起一些误差。与合成力(P)方向一起, 还有一个“切削表面法向 Y 的合成方向”, 见图 86。计算稳定性极限时要考虑这两个合成方向 (P) 和 (Y)。计算出来的

极限耦合系数 (rb_{lim}) 和所有同时切削的刀片的切屑宽度之和进行比较。

a

用螺旋齿圆柱铣刀滚铣平面时, 情况变得更为复杂。如图 69 所示, 试验是用一楔形工件进行的, 要测量的是

b

在稳定性极限时工件的宽度 B_{lim} (图 87)。有几个齿将同时进行切削, 每齿的切屑宽度决定于切削弧线的长度 (它本身取决于工件宽度 B 和切削深度 h), 还决定于各齿在弧线上的瞬时位置。实际的切屑宽度 b 等于所有同时进行切削的各齿的切屑宽度 b 之和。为了确定 b 值, 可以采用图 88 所示的图解方法。把切削表面展开成一梯形, 用透明纸蒙在它上面, 然后把铣刀的

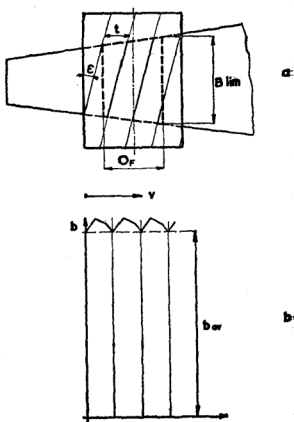


图 88 滚铣平面时, 从铣削宽度 B 得出切屑宽度 b

展开圆周表面画在透明纸上, 而各个刀齿画成带螺旋角 ε 的斜线。图 88 a 中表示了在切削弧线 O_F 范围内的各段实线代表某一时刻各切屑的宽度。把这些宽度之和移画在图 88 b 内。沿切削方向并在铣刀一个齿距 t 范围内移动透明纸。最后把这样求得的切屑宽度和, 相对于铣刀齿的圆周运动画成曲线。图 88 b 中的折线代表铣刀旋转, 相当于一个齿距圆心角的实际合成切屑宽度 b 。然后取平均值 b_{av} 作为切削试验的特征结果, 并以 (b_{lim}, h) 为座标画成稳定性极限曲线图。

3.4.2 动态柔度测量结果的分析

(a) 激振力作用在切削力的方向(P), 振动沿垂直于切削表面的方向(Y) 测量, 测量结果直接给出交叉动态柔度。

把函数 $\Phi(\omega)$ 、激振力与振动之间的相位角 $\varphi(\omega)$ 和交叉动态柔度的实部 $G(\omega)$ 画成以频率 $f = \frac{\omega}{2\pi}$ 为水平座标的图。可以把 (G, f) 曲线分解为各个振型的交叉动态柔度, 以便确定它们对给定状态的稳定性所起的作用。分解的步骤将结合方法(b) 进一步将加以说明。

测量结果还可以画成以 $Re(\Phi)$ 和 $Im(\Phi)$ 为座标的 $\Phi(\omega)$ 的复平面曲线形式, 并在曲线 Φ 的各点标明 f 的数值。

(b) 沿振动系统三个座标轴 (U)、(V)、(W) 的方向依次测量直接动态柔度。测量时依次把激振力沿三个方向加在刀具与工件之间, 然后沿激振力方向测量振动。整理测量结果的各个步骤为:

(1) 把振幅化为单位激振力的振幅, 然后把它画成相对于激振力频率 f 的曲线。得到 $\frac{U}{P}$ 、 $\frac{V}{P}$ 、和 $\frac{W}{P}$ 三条曲线, 如图 89 a。把测得的相位角 φ 或 $\cos \varphi$ 画成 f 的函数曲线; 于是又得到分别对应于 (U)、(V)、(W) 三个方向的三条曲线, 如图 89b。把对应的数值相乘 $\frac{U}{P} \cos \varphi_u$ 、 $\frac{V}{P} \cos \varphi_v$ 和 $\frac{W}{P} \cos \varphi_w$, 就得到直接动态柔度的实数部分 G_u 、 G_v 、 G_w (图 89c)。

(2) 下一步, 把 G 曲线分解成对应于各振型的 G_i 曲

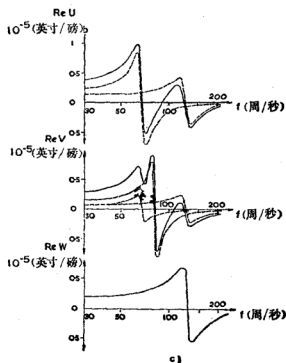
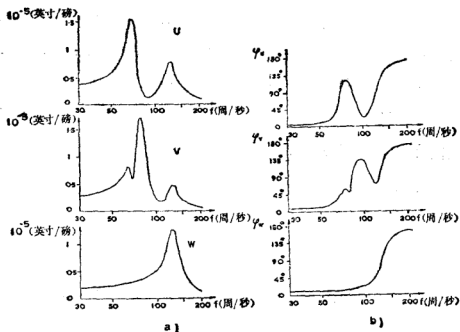


图 39 从 $F(\omega)$ 和 $\varphi(\omega)$, 得出 G -函数

线。曾经指出, 具有几个自由度的系统, 其动态柔度的综合实部, 等于对应于各个振型的单自由度系统的实部的算术和。举例来说, 如果沿方向 (U) 有 j 个振型被激励, 那么:

$$G_u = \sum_{i=1}^j \frac{1}{k_{ui}} \frac{\Omega_i^2 (\Omega_i^2 - \omega^2)}{(\Omega_i^2 - \omega^2)^2 + 4 d_i^2 \Omega_i^2 \omega^2} \quad (59) \ominus$$

式内 k_{ui} 是沿 (U) 方向各振型的视在刚度。

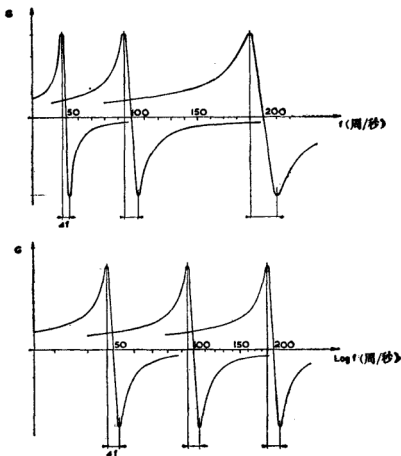


图 90 以线性及对数 ω 为横座标的 G —曲线之和

⊖ 原书公式中分子为 $\Omega_i^2 (\Omega_i - \omega^2)$, 有误, 应改为 $\Omega_i^2 (\Omega_i^2 - \omega^2)$ 。

——译者

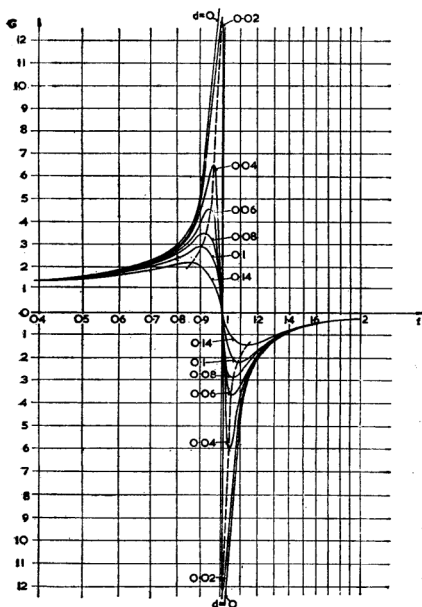


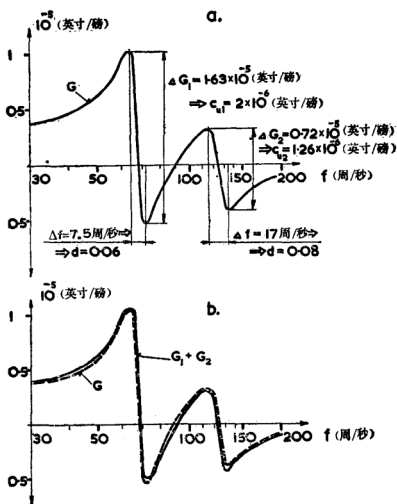
图 91 横座标为 $\log f\Theta$, G 的单位曲线图

⊖ 图中横座标应改为 $\frac{\omega}{\Omega}$, 纵座标改为 G/h 。——译者

根据方程式 (59), 数学上可以把函数 G_u 分解为各个 G_{ui} 函数。在 G_u 曲线上, 可以选择 $3j$ 个点, 得到 $3j$ 对 G_u 和 ω 值。把它们代入方程式 (59), 将得到 $3j$ 个方程式, 由此可以计算 j 阶振型的 Ω_i 、 d_i 和 k_{ui} 的值。按照类似方式, 可以确定沿 (V) 和 (W) 方向各明显的振型的有关参数。不过上述方法实际上并不常用。因为, 各对 G 和 f 数值在测量时有某些误差, 这在随后的数学处理中可能对结果有相当影响, 特别是对不太重要的各个振型。

所以, 通常都根据图 28 所示 G_i 曲线已知形状, 用图解“凑试”法来求。为了工作方便, 最好采用横坐标是对数 ω (或 f) 的曲线图, 其优点已在图 90 中说明。图中所画三条曲线, 其刚度 k_i 和阻尼 d_i 都相等, 但固有频率 Ω_1 、 Ω_2 和 Ω_3 不同。在图中的上部横坐标用的是 ω (或 f) 的线性值, 在下部, 横坐标用的是 ω (或 f) 的对数值。如果用图 91 代替图 28, 图 91 中所示曲线代表单位刚度、单位固有频率和不同阻尼 d 的 G 函数, 那么就能挑选出具有恰当阻尼的曲线, 缩小其振幅的标尺, 并沿频率轴移动其位置, 以便识别它是那一个实际 G_i 曲线。如果曲线图是按线性标尺 ω 画的, 那么还需要根据不同的固有频率改变单位曲线图的水平标尺。

G 函数曲线 (图 92) 的分解是从确定各振型的固有频率 Ω_i 开始的。它们的值位于 G 曲线上每对最大与最小峰值的中间, 两个峰值之间的水平距离只决定于相应振型的阻尼。所以可以仅仅和图 91 中的曲线比较峰值水平距离, 并用这方法确定每个振型的阻尼 d_i 。另外, 还要把每对峰值的垂直距离与单位曲线图 91 中具有恰当阻尼的曲线的相应距离进行比较, 得出的比值就是 k_i 的数值。

图 92 分解 G 曲线

当所有 Ω_i 、 d_i 和 k_i 的数值都已确定之后，就可借助图 91 把各个 G_i 曲线画出来，并用图解法得到它们的代数 和。代数 和曲线应当和原来的 G 函数曲线重合。根据原来的 G 曲线与从 Ω_i 、 d_i 、 k_i 确定的数值得出的曲线之间的差异，可以对这些数值提出修正。重复这一过程，直至得到满意的重合为止。

作为进一步的校核，可以把各柔度 $\frac{1}{k_i}$ 的计算值之和与静柔度 $\frac{1}{k}$ 进行比较。静柔度 $\frac{1}{k}$ 可以从所测量的 $\omega=0$ 的 G 函数曲线上读出，或者在机床上加一静力，然后测量它所产生的静变形来分开测定静柔度。

(3) 下一步是确定各个振型中刀具与工件之间的振动方向。如果测量结果发现某一特殊频率的共振峰仅在 (U)、(V)、(W) 三个座标方向之一出现，那么很明显，有关振型的方向必然和该座标重合。例如，在图 89 内，频率 $f_2 = 82$ 周/秒的振型，其方向为 (V)。它的实际固有刚度 $k_2 = k_{v_2}$ 。

固有频率 $f_1 = 68$ 周/秒的振型在 (W) 座标方向并无分量。很明显，它的方向在 (U、V) 平面内。它的实际固有刚度 k_1 可从下式算出：

$$\frac{1}{k_1} = \frac{1}{k_{u_1}} + \frac{1}{k_{v_1}}$$

固有频率 $f_3 = 127$ 周/秒的振型是普遍的方向，因为它在所有三个曲线 G_u 、 G_v 、 G_w 上都有分量。它的刚度由下式决定：

$$\frac{1}{k_3} = \frac{1}{k_{u_3}} + \frac{1}{k_{v_3}} + \frac{1}{k_{w_3}} \quad (60)$$

至于各振型的方向决定于和三个座标成 ξ_u 、 ξ_v 、 ξ_w 三个角的方向余弦：

$$\cos \xi_{u_i} = \sqrt{\frac{k_i}{k_{u_i}}}, \quad \cos \xi_{v_i} = \sqrt{\frac{k_i}{k_{v_i}}}, \quad \cos \xi_{w_i} = \sqrt{\frac{k_i}{k_{w_i}}} \quad (61)$$

方程式 (61) 不能确定根的符号，所以振型方向所在的象

限也未确定。这必须在测量振型形状时补充确定之。

分析的结果是一个包括激振系统所有参数的表格。作为例子，图 93 给出对应于图 92 中各曲线的这种表格。

下一章所列举的几种机床分析的实例，将充分说明本章所述全部内容。

f (周/秒)	d_i	c_{x1}	c_{x2}	c_{y1}	c_{y2}	k_i	ξ_{u1}	ξ_{u2}	ξ_{w1}
		10^{-4} (英寸/磅)							
68	0.03	2	0.54	0	2.54	3.94	28°	62°	90°
82	0.04	6	1.44	0	1.44	6.95	90°	0°	90°
127	0.08	1.26	0.72	2.16	4.34	2.42	56°	65°	44°

图93 从图 92 的 G 曲线得到的数据

第四章 机床稳定性分析实例

(J. 特鲁斯泰)

4.1 卧式升降台铣床

这里将叙述三种卧式升降台式铣床的试验和分析结果。另一种铣床的部分试验结果也将包括在内。以下用号码 1、2、3、4 表示有关各种铣床。它们在尺寸、重量和功率上是不同的，见图 94 所给的主要数据。

机 床 号	1	2	3	4
工作台宽度 (英寸)	16	20	10	16
重 量 (磅)	10000	18000	3600	13400
功 率 (马力)	14	37.5	4/5	22.5

图 94 试验用卧式铣床的主要参数

它们在某些结构设计上也有不同之处，其中应当特别指出的显著特征之一是：铣床 1、2 和 4 都有铸铁的箱式悬臂；最小的铣床 3 的悬臂由两个圆形钢梁构成。

铣床 1 (见图 95) 是一比较大的轻型机床。铣床 2 (见图 96) 是普通升降台式铣床中尺寸最大的，重量和功率也较大。铣床 4 只有切削试验结果。它是仿照铣床 2 发展出来的。铣床 4 (见图 98) 比铣床 2 尺寸小一号，它仍属于加重铣床之列。虽然在重量上它比铣床 2 节省得多，但它的稳定性正如切削试验结果所示，比铣床 2 要优越。设计铣床 4

⊙ 原书上为图 97，有误。应改为图 98。——译者。

时，利用了下面所叙述的铣床 1 和 2 的稳定性试验结果。铣床 3 是一轻型小铣床，如图 97⊖所示。

原则上，对所有铣床都采用同一试验研究方法。虽然试验研究是在不同时间（第一次和最后一次试验相隔十年）和不同地点（铣床 1、2 和 4 是在捷克布拉格，铣床 3 是在英国曼彻斯特）进行的，但结果相当满意，可以互相对比。因此，在试验程序的每一步骤里，将同时叙述所有铣床的试验研究结果。

就这种型式铣床的基架布置而言，可以有两种基本方式：一种是封闭式，在升降台与悬臂之间用支架联结起来，另一种是敞开式，不用支架。现在只考虑后一形式，因为它

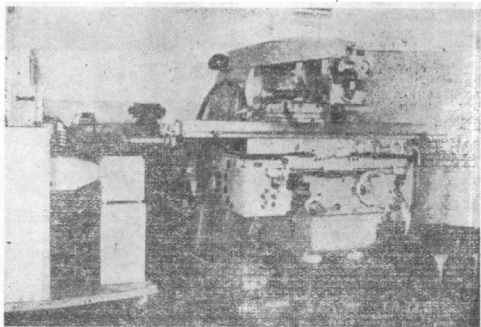


图 95 铣床 1 的照片

⊖ 原书上为图 98，有误，应改为图 97。——译者

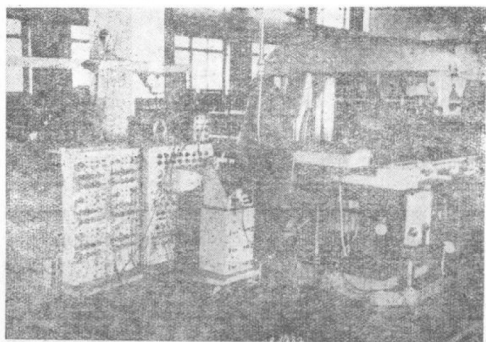


图 96 铣床 2 的照片

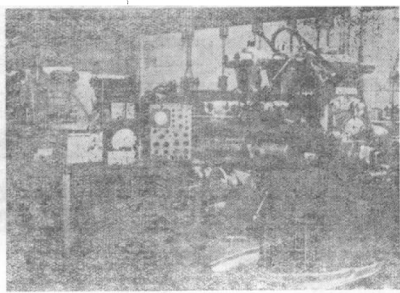


图 97 铣床 3 的照片

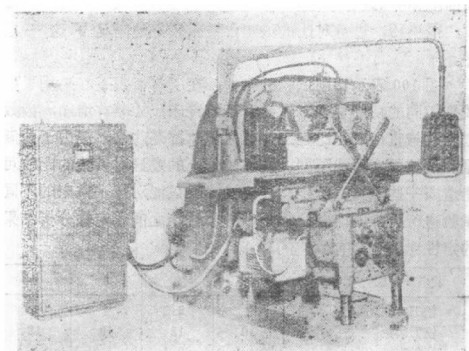


图 98 铣床 4 的照片

在实践里更经常采用，并且更容易引起颤振。另外，刀具和床身间的距离对稳定性很重要。如图 99 所示，稳定性按 a、b、c 三种情况顺序递增。本书引述的试验结果，对铣床 1 和 2 相当于布置方式 a，对铣床 3 相当于布置方式 b。

从颤振观点看，最重要的工序是平面铣削（滚铣）。所以，所有试验都采用这一工序。切削试验时，均采用“楔形工件”方法，如结合图 69 已经说明过的那样。在不同的切削深度下对极限切削宽度 B_{lim} 值进行了试验研究。如果采

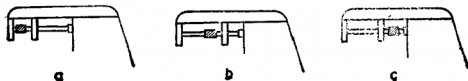


图 99 刀具不同位置

用齿距相等的铣刀，那么这些数值是切屑极限宽度的一种量度。很凑巧，进行对比的这四台铣床较好地满足了这一条件。

图 100 表示切削试验的条件。在所有情况下，采用了大致是相同的切削速度。铣刀直径随铣床尺寸略有增加，齿数则大致与直径成正比。工件材料虽然都是软钢，但由于含碳量和抗拉强度可能不同，它们质量上的差异对试验的比较可能造成一些干扰。所以，稳定性极限只能对每一铣床的不同试验进行可靠的比较。但是，各个铣床之间稳定性分析结果的定性比较也是有价值的。

机 床 号	1	2	3	4
铣刀直径 (英寸)	4	5.2	4	5
铣刀齿数	10	12	10	12
心轴直径 (英寸)	1.6	2.4	1.25	2
主轴转数 (转/分)	71	45	67	56
切削速度 (英尺/分)	72	66	69	72
进给量 (英寸/分)	2.5	1.6	2.4	2.5
铣刀中心线到柱面的距离 (英寸)	16	22	10.5	20
工件材料的抗拉强度 (磅/英寸 ²)	67000	80000	93000	93000

图100 切削试验的条件

切削试验的主要结果如图 101 所示。图中稳定性极限曲线所采用的座标轴为：切削极限宽度 B_{lim} 和切削深度 h 。把圆圈用实线连接表示逆铣结果，把叉子用虚线连接表示顺铣结果。铣床 4 没有得到顺铣试验结果。测得的颤振频率分别标注在各个曲线上。

可以看出，对于逆铣，铣床 1 最差；铣床 2 和 3 几乎相等，都具有大致两倍于铣床 1 的稳定性。铣床 4 相对于其他

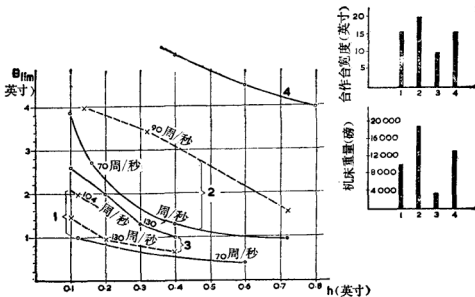


图 101 切削试验结果

几个是其中最优越的，具有几乎 4 倍于铣床 2 的稳定性。把这些试验结果和铣床大小（见图 101 右上方所示工作台宽度和机床重量的插图）进行比较，可以看出铣床 3 具有和铣床 2 几乎相同的稳定性。但它比铣床 2 尺寸小的多也轻的多。铣床 4 具有很高的稳定性，它只比铣床 1 稍微重些。但比铣床 2 轻的多。比较的结果表明，铣床 3 和 4 的设计都是很成功的。

对于顺铣，铣床 1 和 2 的稳定性大致等于逆铣的两倍。但铣床 3 的稳定性，顺铣时低于逆铣时，是所有四个中最坏的。对于铣床 1 和 2，顺铣时和逆铣时的颤振频率不同。对于铣床 3，顺铣和逆铣的颤振频率相等。

在所有情况下，切削的极限宽度是随着切削深度的增加而减小。对 B_{lim} 是随着 h 的增加而减小和对逆铣与顺铣时

稳定性不同所作的解释，是稳定性分析的一个校核。只有发现这一校核是正确时，才能认为稳定性分析可以用来确定各个振型在颤振过程中的作用。

分析的第一步是测量沿 (U) 和 (V) 两个基本坐标轴上的直接动态柔度。在图 102 内画出了所有铣床 1、2 和 3 的直接动态柔度的绝对值。所有图均采用相同的比例尺。很明显，铣床 1 比铣床 2 和 3 有着更大的动态柔度。而铣床 2 和 3 的柔度，平均来说，是大致相等的。在所有情况下，在

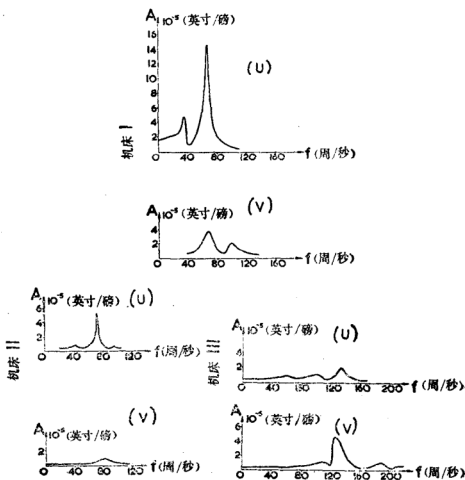


图 102 三种铣床的绝对动态柔度

每一方向上，出现不多于二或三个共振。具有悬臂铸铁的铣床 1 和 2，沿水平 (U) 方向比沿垂直 (V) 方向呈现更大的动态柔度。悬臂是两根圆柱钢梁的铣床 3 则情况正好相反。所有情况下，沿 (U) 和 (V) 两个方向的最显著的共振，都在相差不大的频率下发生。但是，绝对动态柔度并不能对机床稳定性提供许多情报。因此，注意力将放在它们的实部。

图 103、图 104 和图 105 分别表示铣床 1、2 和 3 的直

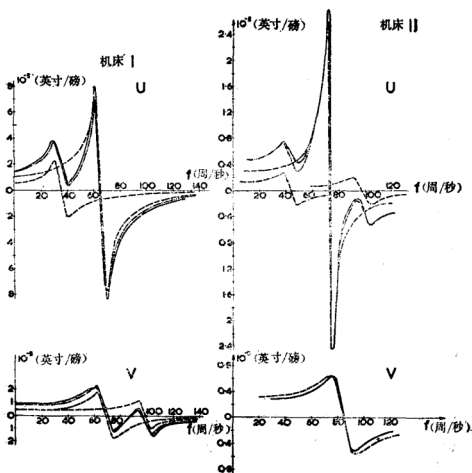


图 103 铣床 1 的实动态柔度及其分解

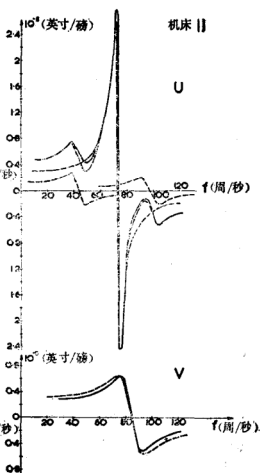


图 104 铣床 2 的实动态柔度及其分解

接动态柔度的实部。因为铣床 1 具有相当大的柔度，所以图 103 在 G 座标的比例取为图 104 和图 105 的 $\frac{1}{5}$ 。在所有三图中，(U) 和 (V) 方向上的实直接动态柔度 (实线) 都被分解成为各个振型的实直接动态柔度 (虚线)，并且通过把各个部分曲线相加之和 (双点虚线) 与测得曲线 (实线) 相比

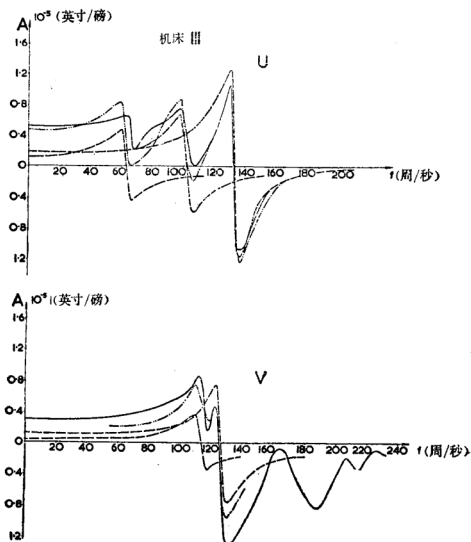


图 105 铣床 3 的实动态柔度及其分解

较,以校对分解结果。在图 103a,b 图 104a,b 和图 105a 中 \ominus , 分解结果校对很好。在图 105b 中, 分解结果只在频率范围的中部是符合的, 在高频范围则偏差很大。

测量铣床 1 和 2 时, 用电磁激振器。对铣床 1 施加一个幅值为 50 磅的激振力, 对铣床 2 施加一个幅值为 100 磅的激振力。激振器的尺寸较小, 因而铣刀心轴与工件之间的距离也较小。采用轻型应变仪式拾振器, 所以容易遵循在力作用点同一位置测量振动的基本规则。测量铣床 3 时, 采用一种电动激振器, 虽然尺寸较大, 产生一个幅值为 9 磅的力。对于水平测量, 并没有引起多大困难。对于垂直测量, 就需要移动升降台连同工作台远离铣刀心轴, 方能在需要的位置安装激振器。一个相当重的电动拾振器装在固定于工作台上的一个过桥上。这样, 力是通过激振器壳体加到工作台与心轴之间的, 振动则在心轴与过桥之间测得。它的固有频率已经在测量范围之内发生了测量失真现象, 这是造成图 105b, 中不一致的原因。但是, 图中的高频部分对反映本铣床这种状态下的不稳定图形作用并不大, 这在以后将加以说明。

这里引用图 103、图 104 和图 105, 主要是作为资料介绍的, 它们的描述将从略。它们将在后面加以利用, 那时再附加必要的注释。从其中可以得出的最重要之点是, 所有在 (U) 方向内出现的振型都不在 (V) 方向内出现, 反之亦然。因此可以看出, 所有振型的方向或者和 (U) 方向重合, 或者和 (V) 方向重合, 而没有倾斜的振型会同时在 (U) 和 (V) 两个方向内出现, 所以不要求方向余弦数值 $\cos \xi_u$ 和 $\cos \xi_v$, 它们在各自的情况下或者等于 0, 或者等于 1。

\ominus 原图中未注明 a, b, a 对应于 u, b 对应于 v。——译者

依次以等于各个振型固有频率的频率激振机床来测量振型形状。图 106 表示铣床 1、2 和 3 的最重要的振型的形状：图中振型 34U、64U、68V、98V 是铣床 1 的；振型 43U、72U、97U、84 \ominus V 是铣床 2 的；振型 102U、113U、115V、128V 是铣床 3 的。变形的比例尺只对每一铣床各自的所有振型形状才是相同的，因此不能根据这些图形对各台铣床之间的柔度进行比较。这种比较可以根据各振型的实直接动态柔度曲线来进行。图 106 中从图 103、图 104 和图 105 对应于各个振型复制了这些曲线。图 106 中所有实直接动态柔度曲线的比例尺都是一样的。图 106 中也给出了从分析测量结果得出的 k_i 、 d_i 和 f_{ni} 值。因此，图 106 集中了所有有关铣床进行激振试验得到的全部重要数据。所有这些数据对分析在这三台铣床上进行的各种铣削工序的稳定性都是必要的。

现在可以对从图 106 中得出的主要见解加以扼要重述。首先是对最重要振型形状的简要描述。对铣床 1 来说，频率为 64 周/秒的水平 (U) 振型和频率为 68 周/秒的垂直 (V) 振型显然是两个最重要振型，因为它们的柔度最大，并且频率很接近。频率为 34 周/秒的较低水平振型基本上是立柱与悬臂相对于升降台与工作台相反的振动，在 64U 振型中是悬臂对床身加升降台反相振动。在 68V 垂直振型中，悬臂和床身同相振动。在 98V 振型中，悬臂和床身反相振动。在这两个重要振型 64U 和 68V 里，悬臂是主要弹簧。

铣床 2 中的 72U 水平振型和 84V 垂直振型分别具有与铣床 1 的 64U 和 68V 两个振型基本上相似的特点。64U 振型是柔度最大的一个。铣床 3 中柔度最大的两个振型是水平

\ominus 原文为 81V，有误。——译者

133U 和垂直 128V。这两个振型的固有频率也很接近。较低水平振型 102U 性质上相当于铣床 1 的 64U 和铣床 2 的

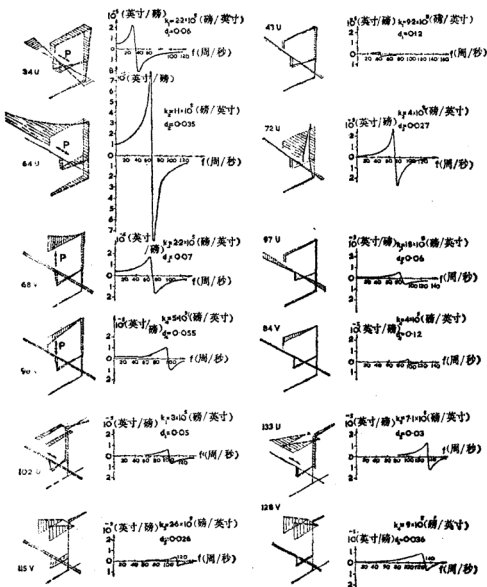


图 106 所有三台铣床的振型形状和 (实) 动态刚度

72U 两振型。133U 振型的特点是床身的后部和悬臂端部同相振动，而床身前部连同两个圆钢柱悬臂的根部对悬臂端部反相振动，在这个意义上，它是一个频率较高的振型。

在所有三个铣床中，主要水平振型都比主要垂直振型柔度要大。这两种柔度的差别最大的是铣床 2。主要水平振型的柔度从铣床 1 到铣床 2 到铣床 3 递减。所有三台铣床的主要水平振型，即 64U、72U、和 133U 其相对阻尼在所有振型中是最低的，大致 $d=0.03$ 。所有其他水平振型具有两倍于这一阻尼。铣床 1 和 2 的各个垂直振型比各水平振型具有较大的阻尼。铣床 3 则不是这样，它的垂直振型的相对阻尼也只有大致为 $d=0.03$ 。各个铣床有关的一对振型（总是具有最大柔度而且频率接近的一个水平振型和一个垂直振型）的刚度值，从铣床 1 的 $k_2=1.1 \times 10^5$ 磅/英寸和 $k_3=2.2 \times 10^5$ 磅/英寸增加到铣床 2 的 $k_2=4 \times 10^5$ 磅/英寸和 $k_4=4 \times 10^5$ 磅/英寸，再增加到铣床 3 的 $k_2=7.1 \times 10^5$ 磅/英寸和 $k_4=8 \times 10^5$ 磅/英寸。

最后，应当注意到，都具有箱形截面铸铁悬臂的铣床 1 和 2，其主要垂直振型的固有频率比主要水平振型的固有频率要高，如铣床 1 的 $f_{n_3}=68$ 周/秒 $> f_{n_2}=64$ 周/秒，铣床 2 的 $f_{n_4}=84$ 周/秒 $> f_{n_2}=72$ 周/秒。对于具有两根圆钢悬臂的铣床 3，情况正相反：主要水平振型的固有频率 $f_{n_2}=133$ 周/秒高于主要垂直振型的固有频率 $f_{n_4}=128$ 周/秒。

图 106 表示从激振试验得到的数据刚刚描述过。它将用来作图求解有关铣床各种加工布置方式的稳定性极限。对于每种布置方式，将同时考虑相对于机床振动系统切削过程的不同方位形式。将考虑图 107 所示四个基本情况。A 和 B 代表逆铣，C 和 D 代表顺铣。A 和 C 对应于较小切削深度，B 和 D 对应于较大的切削深度。结果切削表面的法线方向(Y)，

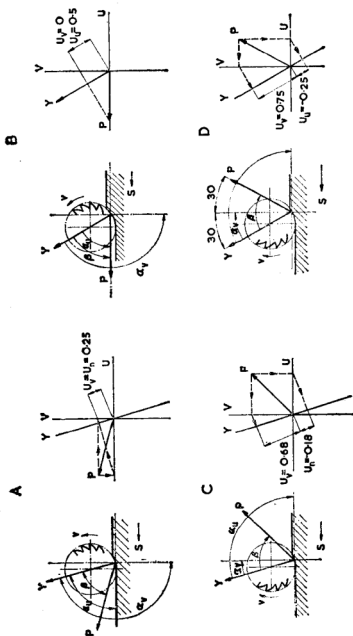


图 107 方位形式和方向系数

在 A 和 C 中一样,都对已加工表面的法线〔与机床座标系统的 (V) 方向重合〕大致倾斜 15° 。情况 B 和 D 中,方向 (Y) 也相同,都对方向 (V) 倾斜 30° 。切削力方向 (P),在切削速度的方向内,画在 (Y) 方向前 60° 。这样,情况 A 和 C 的差别在于切削力的方向 (P) 是在方向 (Y) 的不同两侧。情况 B 和 D 的差别也如此。在所有情况下,方向 (Y) 和 (P) 都是指所有同时进行切削的铣刀齿的“平均”综合方向。实际上,对各个齿来说,其方向 (Y)_i 和 (P)_i 在切削时是变化的。因此,应当把 (Y) 和 (P) 理解为也是相对于时间的平均值。(P) 与 (U) 和 (V) 方向之间的夹角 α_u 和 α_v 分别在图中标明。在图中还给出各个情况的方向系数值:

$$u_u = \cos \alpha_u \cdot \cos \beta$$

和

$$u_v = \cos \alpha_v \cdot \cos \beta$$

对于所讨论的三台铣床在 A、B、C 和 D 四种情况下,为进行稳定性分析所需要的全部数据,都已在图 106 和图 107 中给出。

对于铣床 1,在图 108 中只分析了 A、B 和 C 三种情况。没有考虑情况 D,因为它没有在切削试验中加以核对(见图 103)。把图 106 中所示这台铣床各个振型的实动态柔度乘以相应的 u_u 和 u_v 系数,用虚线在图 108 的分图 A、B 和 C 内绘出。各条曲线用符号 G_i 标明, $i=1,2,3,\dots$ 对应于图 106。为了便于理解,曲线上注明了带括弧的字母

(U) 和 (V),以便区别水平和垂直振型。应当记住(参阅图 107),A 图内各 G_i (U) 曲线和各 G_i (V) 曲线二者均已乘以 $u_u = u_v = 0.25$; B 图内各 G_i (U) 曲线已乘以 $u_u = 0.25$, G_i (V) 曲线已被取消,因为 $u_v = 0$; C 图内各 G_i (U) 曲线已乘以负系数 $u_u = -0.25$,各 G_i (V) 曲线已

乘以 $u_v = 0.75$ 。

rb_{lim} 数值可从 G_{lim} 数值算出:

$$rb_{lim} = -\frac{1}{2G_{lim}}$$

这样

$$rb_{lim A} = 3.25 \times 10^4 \text{ 磅/英寸}$$

$$rb_{lim B} = 1.43 \times 10^4 \text{ 磅/英寸}$$

$$rb_{lim C} = 7.5 \times 10^4 \text{ 磅/英寸}$$

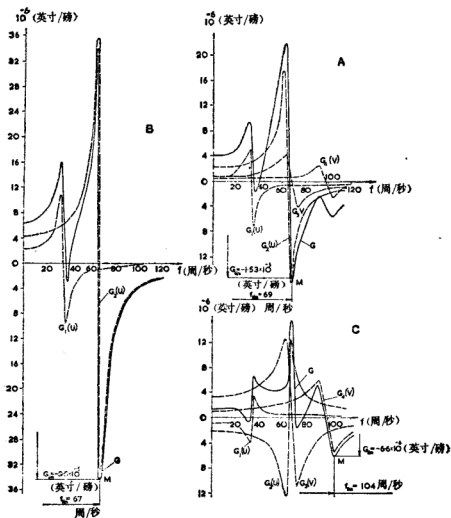


图 108 铣床 1 的稳定性分析

各给定的稳定性极限时的颤振频率 f_{lim} 已在图中给出。

按照上述类似方式，在图 109 内给出对铣床 2 的 A、B、C 和 D 四种情况求得的稳定性极限的结果。

得出的频率 f_{lim} 也在图中标明。从 G_{lim} 数值可以得到 rb_{lim} 数值：

$$rb_{limA} = 1.14 \times 10^5 \text{ 磅/英寸}$$

$$rb_{limB} = 4.5 \times 10^4 \text{ 磅/英寸}$$

$$rb_{limC} = 1.7 \times 10^5 \text{ 磅/英寸}$$

$$rb_{limD} = 1.5 \times 10^5 \text{ 磅/英寸}$$

铣床 3 的 A、B、C 和 D 四种情况的稳定性分析在图 110 中给出。从求得的 G_{lim} 数值得出以下 rb_{lim} 数值：

$$rb_{limA} = 1.2 \times 10^5 \text{ 磅/英寸}$$

$$rb_{limB} = 1.14 \times 10^5 \text{ 磅/英寸}$$

$$rb_{limC} = 5.2 \times 10^4 \text{ 磅/英寸}$$

$$rb_{limD} = 5 \times 10^4 \text{ 磅/英寸}$$

在分析图 108、图 109 和图 110 以便对改进有关铣床的稳定性作出建议以前，对从图解法求得的 rb_{lim} 和 f_{lim} 的数值必须与切削试验的结果进行对比来加以校核。为了能作到这一点，必须把图 103 所示用极限切削宽度 B_{lim} 表示的试验结果转换成用切屑极限宽度 b_{lim} 表示。这可以按图 111 来求出。图中把一个铣刀齿周期里变化的 b_{lim} 值联系到楔形工件上画出阴影线的面积，这些面积与图 101 中各点所代表的情况相对应。各情况中的平均 b_{lim} 值是按照第三章图 88 说明的方法进行计算的。

对于每一铣床，逆铣和顺铣是分开表示的。

把图 111 中得到的 b_{lim} 平均值，画成对切削深度 h 的

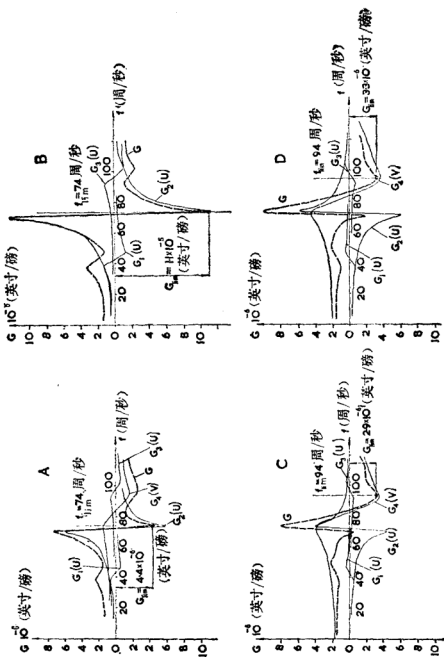


图 109 铣床 2 的稳定性分析

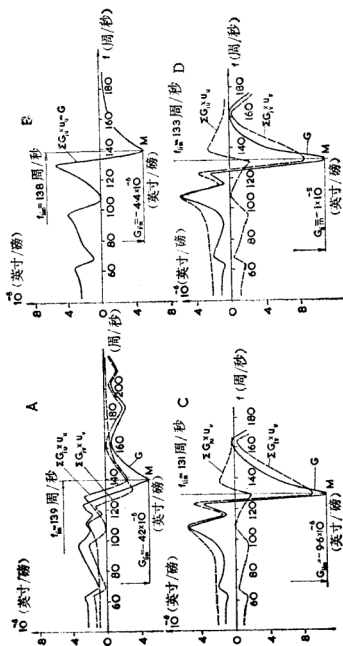


图 110 铣床 3 的稳定分析

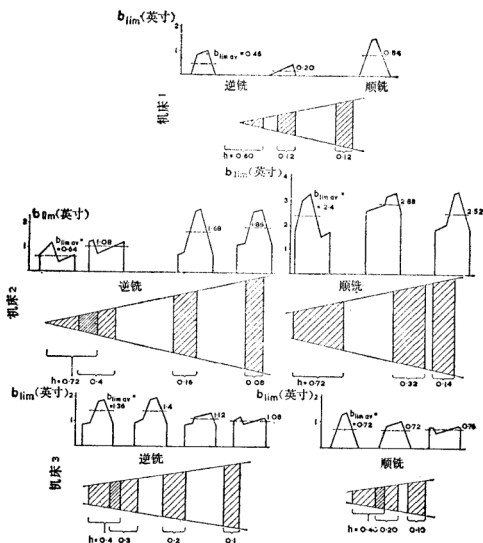


图 111 从切削试验得到的 B_{lim} 中求 b_{lim}

关系曲线, 如图 112。和图 101 \ominus 的做法类似, 代表逆铣的各点用实线连接, 代表顺铣的各点则用虚线连接。从稳定性极限的解中得到的 rb_{lim} 数值, 也在图 112 中给出, 以便比

\ominus 原书中为图 103, 有误。——译者

较。它们用圆圈（对逆铣）和叉子（对顺铣）表示并用点线连接。由于铣刀、被加工材料和逆铣与顺铣加工性质的不同， b 和 rb 之间的比例系数，对各个曲线一般都是不一样的。但是在图 112 内对所有情况下的 rb_{lim} 值都采用了同一比例尺，结果很好。相应的比例系数 r 的数值等于 6.25×10^4 磅/英寸²。

解得的 rb_{lim} 结果和切削试验得到的结果在以下几方面符合得很好：

(a) rb_{lim} 和 b_{lim} 随切削深度 h 变化而改变的情况符合很好，只有铣床 3 逆铣时、铣床 2 顺铣时有不太显著的差别。

(b) 各个铣床逆铣与顺铣加工情况之间的关系。

(c) 所有铣床之间稳定性的绝对比较。

另外一个校核是比较由图解法确定的和由切削试验中测得的在稳定性极限时的颤振频率 f_{lim} 。所有有关情况的这两个频率值都在图 113 中列出。两者几乎是完全一致的。

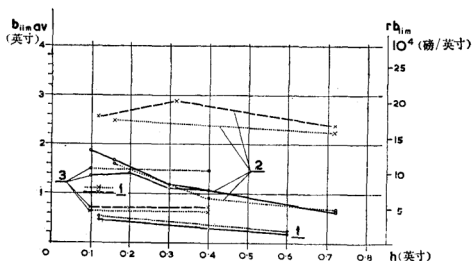


图 112 计算的 rb_{lim} 值与切削试验得出的 b_{lim} 值对比

机 床 号	1			2				3			
情 况	A	B	C	A	B	C	D	A	B	C	D
计算出的 f_{lim} (周/秒)	69	37	104	74	74	94	94	159	138	131	133
测量出的 f_{lim} (周/秒)	70	70	104	74	74	94	94	130	130	130	130

图 113 测得的和算得的颤振频率的比较

计算得到的 rb_{lim} 和 f_{lim} 数值与切削试验得出的 b_{lim} 数值比较的结果是完全满意的。因此,可以对图 108、图 109 和图 110 进行分析,以便识别各个振型对稳定性的影响。

图 108 中情况 A 相当于铣床 1, 曲线 G 的最小值几乎完全是由曲线 $G_2(U)$ 决定的。曲线 $G_1(U)$ 的影响很小, 因为它的最小值在相加时被所有其他三条曲线的正值所抵消。曲线 $G_3(V)$ 和 $G_4(V)$ 具有小的绝对值, 并且 G_4 的最小值远离最突出的曲线 G_2 的最小值。情况 B 中, 因为 $u_v = 0$, 所以不出现垂直振型的动态柔度。同样, 曲线 G 的最小值也几乎完全是由曲线 $G_2(U)$ 决定的。

对于 A 和 B 两种情况, 为了提高铣床的稳定性, 都可以作出减少振型 2 柔度的建议。

情况 C 中不仅 $G_2(U)$, 而且还有 $G_3(U)$ 都出现了最小值的高值[⊖]。但是, 因为系数 u_n 是负值, G_2 曲线现在已改变了符号, 并且因为这两条曲线沿频率坐标上是这样分布的, 即当其中之一为正时, 另一为负。所以两者几乎互相抵消。于是曲线 G_4 的最小值决定着各曲线之和 G 的最小值。

⊖ 意思即最小值(此处为负值)很小, 见图 108c。——译者

G_4 的绝对值比较小, 所以这里的 G_{lim} 数值要比以上 A 和 B 两种情况都小的多。这意味着情况 C 的 r_{blim} 值高, 情况 C 比较稳定。

考虑到顺铣情况下两个柔度大的振型非常巧合地相互补偿, 因而对从分析情况 A 和 B 得出的建议, 必须由同时也减小振型 3 的柔度的建议来加以补充。减小振型 3 的柔度时, 要使固有频率 f_{n3} 仍旧稍高于频率 f_{n2} , 这样就可把顺铣时振型 2 和 3 影响的抵消作用保存下来。

可以利用图 106 各振型图来解释所建议的变动。这样, 它们便意味着悬臂和它与床身连接部分的抗弯刚度在垂直和水平两个方面都应当提高。另外, 因为床身上部的扭转参与了悬臂的水平振动, 所以床身的抗扭刚度也应当提高。

如果对图 109 中对应铣床 2 的曲线进行分析, 就会得出与铣床 1 类似的结果。逆铣情况下, 实际上是水平振型 2 决定着稳定性极限。提高这一振型的刚度——悬臂在水平方向的抗弯刚度, 可以使情况得到改进。对于在顺铣情况下, 又可观察到水平振型 2 和垂直振型 4 之间的抵消作用。曲线 G_2 与 G_4 之间的相互抵消在它们的负数部分并不像铣床 1 那样完全。 G_2 的负数部分, 其方向系数 u_n 较小, 分别等于 -0.25 和 -0.18 , 被 G_4 的正数部分补偿得很好。因为 G_4 的影响由于方向系数 u_n 较大 (分别等于 0.75 和 0.68) 而提高, G_4 的负数部分仅部分地被 G_2 原来比较小的正数部分所补偿。但是, 主要水平振型与主要垂直振型的特定组合, 其频率 $f_{n2}(U) < f_{n4}(V)$, 仍然是使顺铣各情况优越于逆铣各情况的原因。

分析结果得出的建议, 仍然是要提高悬臂的水平和垂直两方向的抗弯刚度。床身上部的扭转刚度也应当提高。

前面已经提到过，从分析 1 和 2 两铣床得出的建议已用于铣床 4 的设计，后者和前两者不同之处在于悬臂尺寸较大，床身抗扭刚度较大，悬臂与床身的连接较好。这些改变的非常令人满意的结果，已由本节开始时介绍的试验结果所证实。

图 110 内代表铣床 3 情况 A、B、C 和 D 的稳定性分析结果的曲线，它们和以前两台铣床的曲线根本不同。形式上它们也是按稍微不同的方法绘制的。图中仅仅画出 ΣG_{iu} 和 ΣG_{iv} 两曲线，而不是各个振型的曲线。这种做法是可能的，因为所有 (U) 振型都有一共同系数 u_u ，所有 (V) 振型都有另一共同系数 u_v 。为了求得 G_{lim} ，这一方法就足够了。逆铣情况 A 和 B 二者在 G_{lim} 数值上并不象铣床 1 和 2 的 A 和 B 中相差的那么多。情况 B 中所有 G_{iv} 曲线又都全部消失， G_{lim} 只决定于 G_{iu} 曲线[⊖]。但情况 A 中，垂直振型几乎以水平振型相同的剧烈程度出现，因为在铣床 3 中，这两个振型的柔度几乎是相等的。 ΣG_{iu} 和 ΣG_{iv} 曲线是这样相互错开的，使它们对 G 曲线在其最低点 G 附近的影响相叠加。

在 C 和 D 两个顺铣情况中，比起铣床 1 和 2 的情况来，差别还要更大些。铣床 1 和 2 中垂直与水平振型的影响是相互抵消的。铣床 3 中它们的影响却是叠加的，并且和铣床 1 和铣床 2 不同，最后得到的稳定性要比逆铣时坏些。造成这种情况的原因是分别以负方向系数 $u_u = -0.18$ 及 $u_v = -0.25$ 出现最重要水平振型的频率，它高于相邻近的重要垂直振型的频率，即 $f_{n2} = 133$ 周/秒 $> f_{n1} = 128$ 周/秒 (见图 106)。

⊖ 原书中为“只决定于 G_{iv} 曲线”，似应更正如上。——译者

为了使两个振型能如意地部分互相抵消，需要把频率的顺序倒转过来，使 $f_{n_2} < f_{n_4}$ 。但是，由于垂直和水平振型的柔度几乎相等，抵消作用不会象铣床1和铣床2中那样大。如果它们各乘以对水平振型数值较小的，而对垂直振型数值较大（0.68及0.75）的方向系数，那么垂直振型的影响将更显著。

为了能正确解释分析的结果，必须考虑绘出了各振型的图106。和以前的情况一样，又是几乎只有悬臂在这两个相关振型中沿水平和垂直方向振动。这两个振型都是较高的振型，这说明为什么水平振型能够具有比垂直振型更高的频率，虽然对悬臂柔度起作用的床身其抗扭刚度并不高。低阻尼高频振型的出现或许是因为悬臂是钢做的缘故。而钢悬臂在另一方面有助于悬臂有较高的刚度，总的说来使机床有好的稳定性。对于有两个圆柱钢梁的现行设计来说，要把垂直与水平频率的顺序倒转过来是困难的，因为圆柱系统的刚度本身在水平方向很自然地要高于垂直方向。答案似乎是采用钢制箱式悬臂比较好。

综合对所有三台铣床进行实验研究取得的经验，可以做出适用于卧式铣床的一般结论。

在这些机床上最容易引起颤振的工序是用圆柱铣刀的平面铣削。在机床部件中，其柔度对稳定性极限作用最大的是悬臂。根据悬臂作为一端固定的梁这一特性，会出现两种固有振动振型，一个是水平的，一个是垂直的，两者的固有频率是很接近的。这两个振型之间的耦合作用对决定稳定性极限起着重要作用。对于箱式悬臂，由于床身上部扭转的影响，悬臂的水平方向的柔度通常要比垂直方向的高。最重要水平振型的频率要比最重要垂直振型的低。这对顺铣很适

合，因这时两振型间的耦合能改进稳定性。对于逆铣，稳定性几乎只决定于悬臂的水平动态柔度。利用第三部分第五章的计算方式来进行铣床设计，应当使悬臂（包括它和床身的连接部分）的刚度最大限度地提高，并保持垂直振型的频率仍稍高于水平振型的频率。作为取得悬臂较高刚度的一种手段，应当考虑用钢作为它的材料。应当分析采用箱式钢制悬臂的可能性。

另外，因为悬臂几乎是整个振动系统的仅有决定性元件，所以有很大可能性采用一个调谐阻尼器。调谐阻尼器已经很成功地用于这种类型的机床。

4.2 立式升降台铣床

立式升降台铣床振动系统的特性，在某种程度上是随升降台的位移和主轴套筒的伸出长度的变化而改变。这里叙述的研究工作是关于主轴套筒完全收进时的情况。套筒伸出很长和升降台位置很低的情况认为是例外的。

工件的质量，比起工作台和升降台的质量来说通常是小的，而且它被紧紧固定在工作台上，所以它不会对铣床的振动系统发生很大影响。另一方面，铣刀和它在主轴上的装卡方法，却代表机床振动系统的最重要部分之一。铣刀和它的装卡方法的改变，强烈地影响着系统的特性。这里叙述的情况，采用的是最重要的铣刀型式，一种特殊装卡方法的镶齿铣刀盘。在本节末尾将对不同型式装卡方法的作用加以说明。

所用铣床的主要规格为：工作台尺寸 12.5 英寸×6.3 英寸，主轴锥度 M40，电动机功率 5.5 千瓦，机床重量 3400 磅。这台铣床连同供动态测量用的装置在图114 中示出。

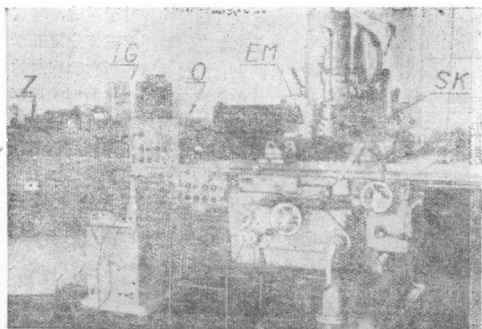


图 114 (被测试) 立式铣床的照片

切削试验

切削试验的条件为：铣刀直径为 6.5 英寸，镶有 8 个硬质合金刀片。切削速度 $v=360$ 英尺/分，进给量为 4.5 英寸/分。工件材料为碳素钢（抗拉强度 8.5×10^4 磅/英寸²），工件宽度为 4 英寸。采用的铣刀角度为：径向前角为 -20° ，后角为 7° ，轴向前角为 $+8^\circ$ 和导角（即主偏角）为 30° 。刀片长度为 0.75 英寸，使用最大可能切削深度为 0.6 英寸。

在各次试验中，切削深度逐步增加，直至发生颤振达到极限切削深度 t_{lim} 为止。有几次，即使在最大切削深度 0.6 英寸也没有出现颤振，那么只能说是 $t_{lim} > 0.6$ 英寸。

对于端面铣削加工，可能有各种加工方位形式随进给方向和铣刀与工件轴线相对位置的变化而不同。图 115 表示研究过的各个情况的方位形式。图中表明了 (U、W) 平面

里 (P) 和 (Y) 的平均方向的投影。各种情况用投影后的 (Y) 方向与 (U) 座标轴间的夹角 η 值来标注。切削试验

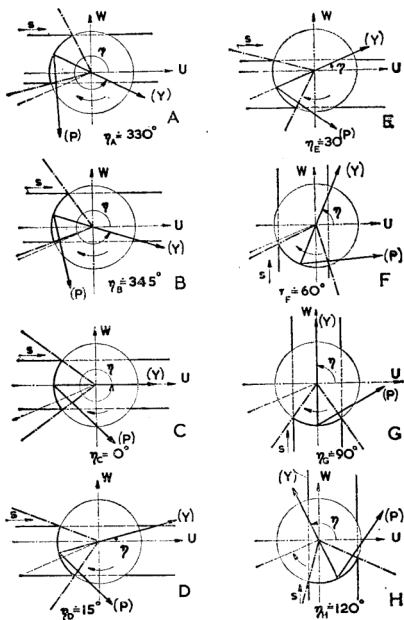


图 115 各个加工情况的方位形式

结果已列表于图 116 内，其中给出了 t_{lim} 和 f_{lim} 的数值。对于没有发生颤振的情况， $t_{lim} > 0.6$ 英寸，没有标出 f_{lim} 。

情 况	η	极限深度 t_{lim} (英寸)	颤振频率 f_{lim} (周/秒)
A	330	0.5	250
B	345	0.5	253
C	0	0.45	250
D	15	0.4	248
E	33	0.34	248
F	60	> 0.6	
G	90	> 0.6	
H	120	> 0.6	

图 116 切削试验结果

动态参数的测量

对于这种机床类型的特定基架形状，可以假定所有重要振型都在水平平面内。还因为铣刀通常导角小，切削力垂直分量也小，垂直方向的振动只引起切屑厚度小的变化，垂直振型可以忽略，因而只需要测量(U)和(W)两方向的动态柔度。机床用电磁激振器激振，激振力幅值为50磅，静态预载荷为110磅。

测得的绝对直接动态柔度见图 117。同时，还测量了激振力、振动位移和它们之间的相位角，从而可能得到各实直接动态柔度，如图 118 虚线所示。这些实直接动态柔度已被分解为各个振型的 G_i 曲线，如图中细实线所示。分解的结果已用把各个部分曲线作图相加而得由粗实线表示的曲线加以校核。可以看出，它们和原来的虚线重合得很好。从分解得出图119所示的各个振型的参数，需要强调的是振型1、

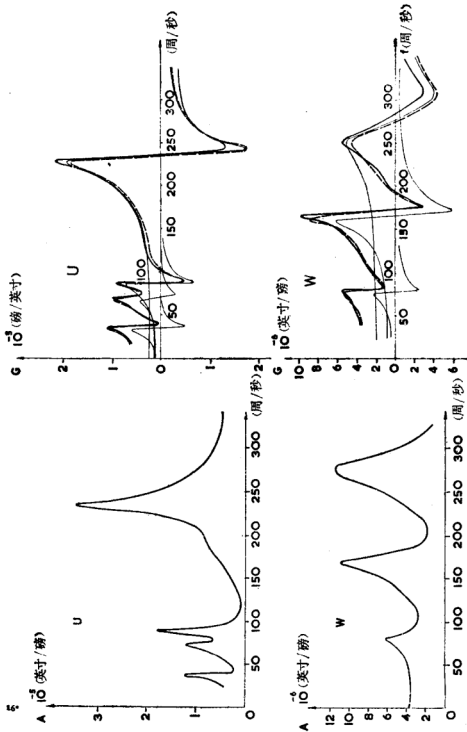


图 117 立式铣床的绝对动态刚度

图 118 立式铣床的相对动态刚度

2、3、和 4 完全在(U)方向内, 而振型 5、6和 7 则在(W)⊖方向内, 没有两个座标轴方向同时都有响应的倾斜振型。

激振方向	固有频率 f_{n_i} (周/秒)	阻尼比 d_i	刚度 $k_i \cdot 10^3$ (磅/英寸)
U	$f_1=37.5$	$d_1=0.04$	$k_1=10.5$
	$f_2=72$	$d_2=0.055$	$k_2=11$
	$f_3=89$	$d_3=0.045$	$k_3=7.2$
	$f_4=236$	$d_4=0.034$	$k_4=4.1$
W	$f_5=80$	$d_5=0.05$	$k_5=18$
	$f_6=168$	$d_6=0.036$	$k_6=10.5$
	$f_7=278$	$d_7=0.104$	$k_7=4.5$

图 119 各个振型的参数

振型形状

对于(U)向振型形状的测量结果见图 120, (W)向振型

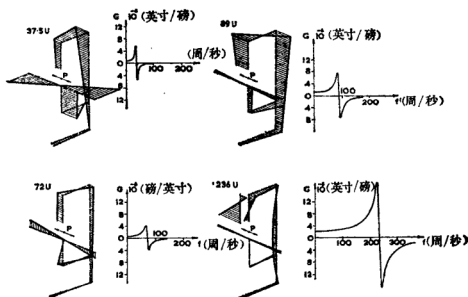


图 120 (U)向振型形状

⊖ 原书中误为(V)。——译者

见图121。图中分别示出相应的部分实直接动态柔度。动态柔度最大的两个振型是振型4(236周/秒)和振型7(278周/秒)。现在可以对各振型的主要特点加以叙述。

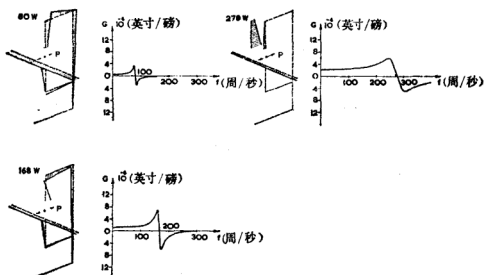


图 121 (W) 向振型形状

固有频率 $f_1 = 37.5$ 周/秒的振型 1，其特征是升降台与工作台相对于床身作反相振动，而床身则作为一个整体进行振动，最大振幅在顶端。振动系统的重要质量是升降台和工作台的质量以及床身和主轴头架的质量。重要弹簧是升降台在床身上的导轨，还有铣床的底座。

振型 2 的固有频率 $f_2 = 72$ 周/秒。升降台与工作台对于主轴头架作反相振动。主要弹簧是升降台在床身上的导轨和床身的扭转。

振型 3 固有频率 $f_3 = 89$ 周/秒，其特征是头架相对于床身作反相振动。主要柔度发生在床身的上部。

频率最高和动态柔度最大的振型 $f_4 = 236$ 周/秒，主要表示铣刀的振动，铣刀代表这振型的主要质量。主要弹簧是主

轴、主轴的支承和主轴端部。

沿(W)向的最低振型频率为 $f_5=80$ 周/秒。它的特征是升降台和头架的反相振动,振型的柔度由床身上部的弯曲和升降台在床身上的导轨的局部变形所组成。第二个(W)向的振型频率 $f_6=168$ 周/秒,其特征主要是床身上部的弯曲振动,特别是头架相对于床身的反相振动。柔性是在头架与床身的连接部分中。

沿(W)方向的最高振型频率为 $f_7=278$ 周/秒。和最高(U)向振型类似,它主要代表铣刀的振动,铣刀是相当于弹簧的主轴及其支承上的质量。

综合以上有关振型形状的论述,可以说两个柔性最大的振型是铣刀代表质量而主轴及其轴承代表弹簧的振型。这两个振型相互垂直,它们的固有频率差别不大。可以预料,这两个振型的耦合,对于系统的不稳定性将起显著作用。但是,为了恰当地确定各个振型的重要性,需要对图115所示各加工方位形式的稳定性极限进行图解。为此,必须首先决定各方向系数的大小。

方向系数

在铣削过程中,切削表面的法线Y的方向和切削力P的方向在一定限度内变动。这里将采用“平均”方向(Y)和(P)这样的简化概念。对于所有选定的加工方位形式,沿(U)方向振型的方向系数 u_u 的值和沿(W)方向振型的方向系数 u_w 的值将按照第三章第三节第一小节所述两次投影法来求得。首先把一个单位向量P投影到(U)或(W),然后再投影到(Y)。

各个加工方位是用(Y)在(U、W)平面内的投影和(U)⊙

⊙ 原书误印为(V),应改为(U)。——译者

之间的夹角 η 来定义 (图 115)。图 122 以 $\eta=30^\circ$ 的情况为例说明了这一方法相应的几何图解, 图中表示投到注有脚注 1 的 (U、W) 平面上的投影。根据给定的导角 30° , (Y) 和 (P) 两方向都在一个对 (U、W) 平面倾斜 30° 的平面内, 如图中注有脚注 2 的投影所示。图 122 中第三个投影 (注有脚注 3) 是对于 (Y、P) 平面的投影, 它表示 (Y) 和 (P) 间的夹角 β 之值。对于给定的铣刀几何关系, 取这个角的数值为 $\beta=45^\circ$ 。单位 P 向量确定为 $O_3A_3\ominus$ 。把它向平面 2 然后再向平面 1 投影回来, 可以找到 A_1 点。过 A_1 点作垂直于 (U) 的平面, 交 (U) 于 C_1 点。过 C 点作垂直于 (Y) 的平面 (如在平面 2 内所示), 这平面在向量 Y 上定出 D_2 点。 O_2D_2 的长度给出方向系数 u_u 的值。

按照上述图解步骤可以得出 u_u 的公式:

按照上述图解步骤可以得出 u_u 的公式:

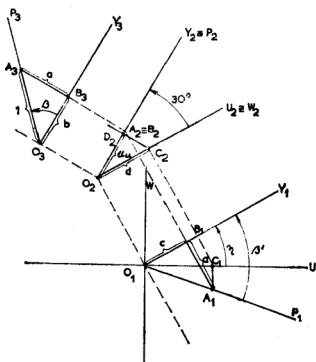


图 122 方向系数的几何图解

$$u_u = d \cos 30^\circ \ominus$$

(62)

⊖ 原书误为 OA_3 , 应改为 O_3A_3 。——译者

⊖ 原书误为 $e \cos 30^\circ$, 应改为 $d \cos 30^\circ$ 。——译者

$$\begin{aligned}
d &= c + (a - c \tan \eta) \cdot \cos \eta \cdot \sin \eta \\
&= c + \sin \eta (a \cos \eta - c \sin \eta) \\
&= c(1 - \sin^2 \eta) + a \cos \eta \sin \eta \ominus \\
&= c \cos^2 \eta + a \sin \eta \cos \eta \ominus \\
&= \cos \eta (a \sin \eta + c \cos \eta)
\end{aligned} \tag{63}$$

$$\text{现在 } a = \sin \beta, \quad c = \cos \beta \cos 30^\circ \tag{64}$$

所以

$$u_u = \cos \eta \cdot \cos 30^\circ (\sin \beta \sin \eta + \cos \beta \cdot \cos \eta \cdot \cos 30^\circ) \tag{65}$$

式 (65) 可写成:

$$u_u = \cos \eta \cdot \cos 30^\circ \cos \beta (\tan \beta \sin \eta + \cos 30^\circ \cos \eta) \tag{66}$$

$$\text{由于 } \tan \beta = \tan \beta' \cdot \cos 30^\circ \tag{67}$$

合并 (66) 和 (67):

$$\begin{aligned}
u_u &= \cos \eta \cdot \cos^2 30^\circ \cdot \cos \beta (\tan \beta' \sin \eta + \cos \eta) \\
&= \cos \eta (\sin \beta' \sin \eta + \cos \beta' \cos \eta) \cos^2 30^\circ \frac{\cos \beta}{\cos \beta'} \\
&= \cos \eta \cos (\beta' - \eta) \cos^2 30^\circ \frac{\cos \beta}{\cos \beta'}
\end{aligned} \tag{68}$$

将 $\beta = 45^\circ$ 及 $\tan \beta' = \frac{\tan \beta}{\cos 30^\circ} = 1.158$; $\beta' = 49^\circ$ 各值代入

式 (68) 内, 最后得:

$$u_u = \cos \eta \cos (49^\circ - \eta) \times 0.807 \tag{69}$$

同法可得 (W) 向振型的方向系数的数值为:

$$u_w = \cos \left(\eta - \frac{\pi}{2} \right) \cos \left(49^\circ + \frac{\pi}{2} - \eta \right) \times 0.807 \tag{70}$$

⊖ 原书为“ $=c(1-\sin^2 \eta)+a \cos \eta$ ”, 有误, 应为“ $=c(1-\sin^2 \eta)+a \cos \eta \sin \eta$ ”。——译者

⊖ 原书漏印 η , 译文已改正。——译者

对应于算式 (69) 和 (70) 的 u_u 和 u_w 数值见图 123。

求稳定性极限

四个情况 M、N、P 和 Q 的稳定性分析结果见图 123。

对应于这些情况的 η 、 u_u 和 u_w 的数值为：

情 况	η	u_u	u_w
M	165°	0.342	0.188
N	120°	-0.132	0.662
P	30°	0.662	-0.132
Q	155°	0.202	0.328

从所求得的 G_{lim} 数值，可以求出下列 r_{lim} 值：

$$rb_{limM} = 8.6 \times 10^4 \text{ 磅/英寸} \quad rb_{limN} = 1.5 \times 10^5 \text{ 磅/英寸}$$

$$rb_{limP} = 3.6 \times 10^4 \text{ 磅/英寸} \quad rb_{limQ} = 1.9 \times 10^5 \text{ 磅/英寸}$$

为了便于比较，把计算得的 rb_{lim} 值和切削极限深度作为 η 角的函数画在图 124 内。因为涉及到的所有振型方向是在两个相互垂直的 (U) 和 (W) 方向内，所以连接各计算得到的点的曲线一定对称于两个角度

$$\eta = \frac{\beta'}{2} = 24^\circ 30'$$

$$\text{和} \quad \eta = \frac{\beta'}{2} + \frac{\pi}{2} = 114^\circ 30'$$

图 124 就是这样画成的。 t_{lim} 的比例尺大小应该选得便于比较。能得到的 t_{lim} 点数是少的，因为在大多数方位没有得到切削稳定性的极限。但是可以看出计算和切削试验结果基本一致，另外频率核对良好。在取得切削试验结果的 η 角范围内，计算的频率 $f_{lim} = 244$ 周/秒和观测到的各频率值 248…253 周/秒都是非常符合的。

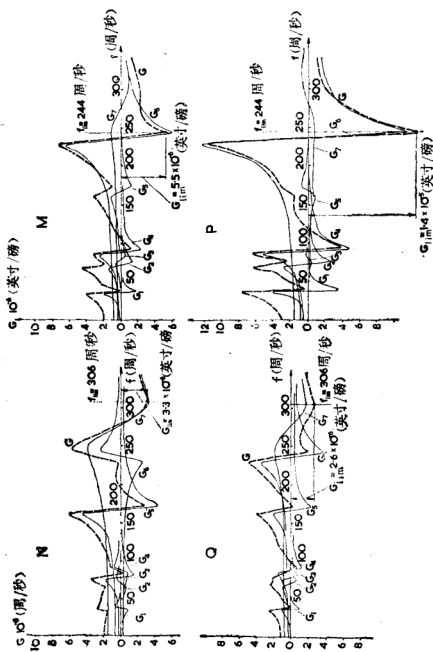


图123 情况 M, N, P, Q 的稳定性分析

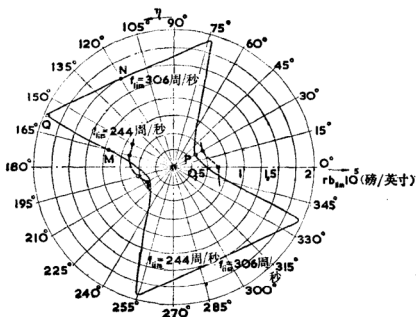


图 124 切削试验结果和稳定性极限计算值的比较

对图 123 内各曲线的分析表明，稳定性极限主要决定于曲线 G_4 和 G_7 。只是在情况 N，综合曲线 G 受到曲线 G_5 的影响，才在频率约等于 170 周/秒的位置有另一较低最小值。但这一情况比较说来是很稳定的，只有在提高振型 7 的刚度之后，振型 5 才会显得重要。振型 7 在其中决定着稳定性极限的两个情况 N 和 Q 都是相当稳定的。因此，从分析中得出的主要建议是加强振型 4 的刚度。这是沿 (U) 方向的最高振型。如果回忆起以前关于振型形状的描述，那么这个建议可以理解为增加主轴端部的刚度。这可以通过提高主轴本身刚度、主轴轴承的刚度、铣刀对主轴的装卡刚度以及缩短铣刀对主轴前轴承的悬伸来达到。

在给定情况中，采用的是一种很好的铣刀装卡型式。但

⊖ 原文为 G_6 及振型 6，但从图中看出在 170 周/秒时是 G_5 的影响，应改如上。——译者

装卡部分仍然是系统的薄弱环节之一。对于所有端面铣削加工情况来说，强调铣刀装卡部分的刚度如何重要，是永远不会过分的。另外还需要保证铣刀本体尽可能的短，以便减小铣刀齿与主轴前轴承之间的距离。在图 20 内已经表示过三种不同铣刀装卡型式和相应的颤振极限曲线。在图 125 内，再一次示出三种铣刀装卡型式连同最重要振型的动态柔度曲线。可以看到，由于各个情况不同的刚度以及不同的阻尼，共振峰值是如何的不同。铣刀质量的影响可以从图 126 内所示

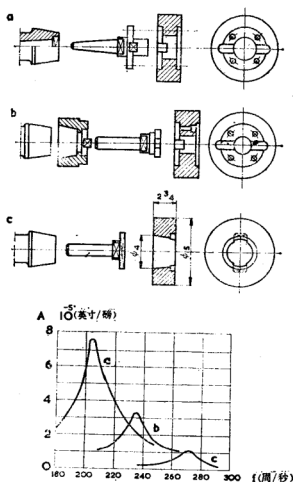


图 125 三种不同的铣刀装卡方式和相应的绝对动态柔度

的两条动态柔度曲线看出。两种情况中采用了相同尺寸的铣刀和相同型式的装卡方法。曲线 a \ominus 对应于普通型式的铣刀盘，曲线 b 对应于用轻合金做的铣刀盘，它们的重量分别为 22 磅和 10 磅。质量减少，振型的频率和阻尼增加。虽然采用轻合金是不实际的，但铣刀重量轻的设计的重要性是明显的。

经验表明，对于大多数端面铣削，不管是在立式升降台铣床或者龙门铣床上，整个系

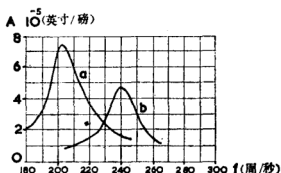


图126 不同质量的铣刀的绝对动态柔度

统的最薄弱点是铣刀对主轴的装卡部分。如果这一点没有给予应有的注意，那么机床的重量和刚度就被浪费掉了。

4.3 普通车床

普通车床是机床中最普通的一种类型。因此这里收集了在几种型式普通车床上进行颤振研究的经验。在所有这些情况中都观察到，振动性能有着十分类似的特点。所以将把它们作为一个整体来叙述而不分别处理各个特定型式。

从颤振的观点来看，普通车床可以看作一个很简单的情況。车削采用的是单刃刀具，因此和铣削不同，加工表面的法线(Y)方向和切削力(P)的方向都很明确，并且在切削时不变动。另外，切削过程的方位相对于振动系统也没有变

\ominus 原书为曲线 1，曲线 2，与图 126 中不对应，现改为曲线 a，b。

——译者

化。唯一的变量是导角 α (图 127)，它可在 $\alpha=0^\circ$ (切槽或切断时)， $\alpha=45^\circ$ 或 60° (弯头车刀) 以及 $\alpha=90^\circ$ (端面车刀) 范围内变化。一般可以假定固有振动的所有重要振型都在垂直于顶尖轴线 (U) 的平面 (V、W) 内。

然后，以某种程度的近似性，就可把整个过程投影到 (V、W) 平面上来考虑。

在此投影中，(Y) 方向永远和 (W) 方向重合而 (P) 方向

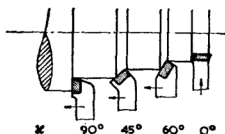


图 127 车削加工的不同导角

则和它倾斜约 $\beta=60^\circ$ 。这样，实际上就只需要考虑一种方位。

即使在简化的情况下，对于车床的振动系统仍然有一些困难。振动系统不仅随机床的不同工作布置形式而改变（这种布置形式决定于工件的不同夹持方法：一端用卡盘夹持的悬伸状态，装在两个顶尖上，一端用卡盘而另一端用顶尖），而且还随着工件的长度而改变。由于工件长度在变化，因而尾架的位置也改变，并且还会随所用顶尖型式的不 同 而 改变。于是，振动系统随工件尺寸变化而十分强烈地改变，在这里，工件代表着系统的主要质量。不过，将会看到，振动系统尽管有这些改变，但系统的某些重要特征定性地仍保持一样。

情况确实是比较错综复杂的，而且会遇到一些很困难而使人感兴趣的问题。这些问题主要是和这样一种吸引人的安排可能性联系着的，这是指把上述车床振动系统中切削过程的“唯一”的加工方位安排成为最佳加工方位的可能性。

作为有益的起点，将对切削试验的一些有代表性的结果加以说明。

相当普遍的情况是，刀具导角 α 增加时，稳定性随之增加，当切槽时 $\alpha=0^\circ$ ，最容易产生颤振。在 $\alpha=0^\circ$ 与 $\alpha=45^\circ$ 之间，极限切屑宽度 b_{lim} 的差别通常不大。但是当采用 $\alpha=90^\circ$ 的端面车刀时，稳定性会大大增加，很少发生颤振。这主要是由于机床在(U)方向的振型柔度通常很小这个事实造成的。

极限切屑宽度随刀具在工件长度上的位置不同而改变。如果车削一端用卡盘固定，另一端用尾顶尖支持的工件， b_{lim} 的数值通常在主轴一端比在尾架一端大些。沿切削全程可以找到 b_{lim} 最小的一个位置。这个位置往往是在尾架一端或靠近尾架。在图 128 内给出了一个实验结果作为例子。工件长度是 26 英寸，刀具导角 $\alpha=45^\circ$ ，图中表示极限切削深度 t_{lim} 对刀具在工件的主轴端至尾架端之间的位置的关系。图 a 中

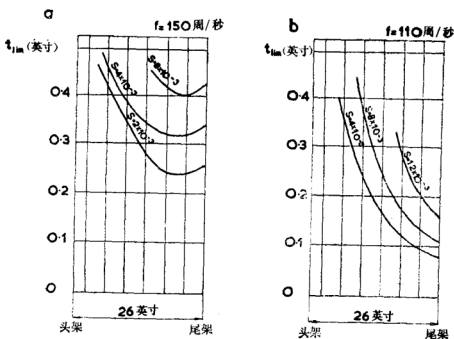


图 128 t_{lim} 沿工件长度的变化

曲线代表采用高速钢刀具，切削速度 $v=80$ 英尺/分和采用死顶尖时的情况。图 b 代表采用硬质合金刀具，切削速度 $v=390$ 英尺/分和采用活顶尖时的情况。两个图的差别不仅在于情况 b 的稳定程度较低，这可以主要用活顶尖的刚度较低来解释（根据颤振频率自 150 周/秒降低到 110 周/秒可以看出），而且还在于情况 b 时最小 t_{lim} 是在工件的右端，而在情况 a 中它距右端有一段距离。

在两个图里还可以看到，当切屑厚度或主轴每转进给量 s 增加时，极限切屑宽度随之增加，正如已在第一章内解释的那样。

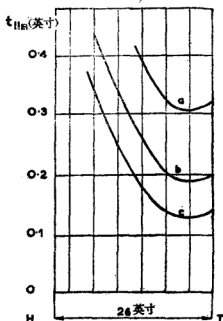


图 129 不同工件材料的稳定性

图 129 表示尺寸相同

（直径为 $4\frac{3}{4}$ 英寸，长度为 26 英寸）但材料不同的三个工件的切削试验结果。三种情况里都是 $\alpha=45^\circ$ ， $s=0.008$ 英寸/转。采用的材料和切削速度是：

(a) 碳钢，抗拉强度 28/32 吨/英寸² $v=132$ 英尺/分

(b) 碳钢，抗拉强度 40 吨/英寸² $v=80$ 英尺/分

(c) 合金钢，抗拉强度 55 吨/英寸² $v=66$ 英尺/分

可以看到，稳定性随材料不同而变动，但相对于刀具位置的 t_{lim} 曲线的形状仍保持一样。

图 130 给出另一车床上类似试验的结果。它和前一型式

车床的试验结果有着同样的性质。这里采用的是一把切槽刀 \ominus 。用极限切屑宽度 b_{lim} 表示的稳定性，它仍是随进给量增加而增加。图 131 表示在四种不同型式车床上测得的稳

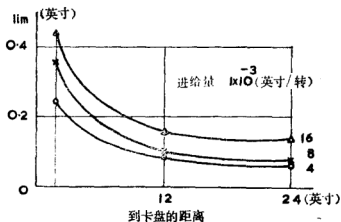


图 130 进给量对 b_{lim} 的影响

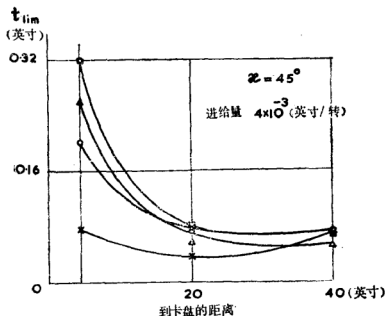


图 131 不同车床 b_{lim} 的变化

\ominus 原文为 cutting-in tool. —译者

定性极限曲线，采用的进给量 $s=0.004$ 英寸/转，刀具导角 $\alpha=45^\circ$ 。所有四台车床的稳定性极限曲线基本特性都一样。但刀具沿工件运动时， t_{lim} 的变化率不同。

在上述所有情况下，当刀具沿工件长度运动时，所有位置的颤振频率是不变的。这很容易理解，因为纵向（大）拖板运动时振型并未改变。极限切屑宽度的变化是和刀具与工件之间柔度的变化对应的。作为说明，图 132 表示五台不同车床的主要轴线(U)的水平振动变形的形状。在所有情况下，沿水平方向加在刀具和工件之间的激振力采用了相等的幅值，并且采用了尺寸相同的工件。可以看到，在各个情况下柔度是不同的，而且沿(U)轴线以不同方式变化。这主要决定于主轴、主轴端部、卡盘、尾架、尾架套筒及尾顶尖的设计。工件变化时，振动的形状也随之变化，如图 133 所示。图中复制了在一台车床上采用不同工件时的试验结果。很明显，决定主要振型的柔度和柔度沿工件长度变化的，不仅是工件的质量，而且还有它的挠性。

很明显，在讨论过的所有情况中，降低主要振型的柔度，即增加工件两端的刚度，可以提高稳定性。因此，应当使沿车床主轴线的各零部件包括主轴、主轴轴承、主轴端部和卡盘、尾架、尾架套筒和顶尖，都设计得具有最大的刚度。

作为例子，首先，图 134 中表示极限切削宽度曲线随顶尖型式不同而变化的情况。这些曲线是在一台特定车床上采用进给量 $s=0.004$ 英寸/转和用切槽刀切削测定出来的。试验中所用各种顶尖 a、b、c、d 在图 134 的下方示出。

另外一个例子是对悬臂车削（工件一端用卡盘夹持）进行了试验。切削试验是在不同车床上进行的。每次所用工件

其直径为 $d = \frac{D}{2}$, D 为车床最大加工直径。工件的长度也

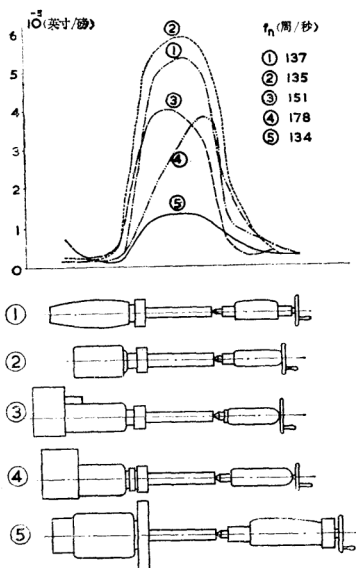


图 132 在五台不同车床上水平振动的形状

是 $L = \frac{D}{2}$ 。在工件端部进行横向切入并得出极限切屑宽度

b_{lim} 。试验结果在图 135 中给出。图中对每一情况都给出主轴及其轴承的结构图，以及车床的主要参数，主轴端部的直

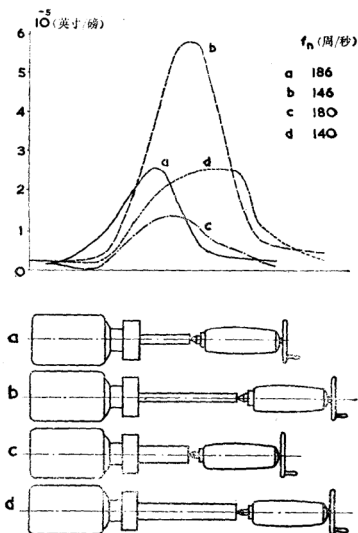


图 133 工件尺寸不同时水平振动的形状

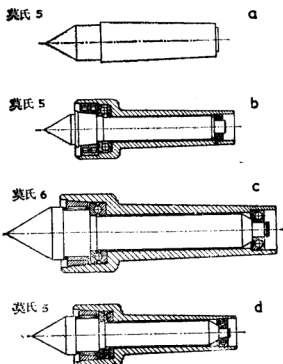
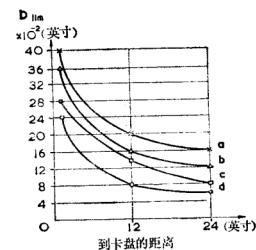


图 134 不同型式顶尖 \ominus 的稳定性

\ominus 原书中文字为活顶尖，但图 134 中并非都是活顶尖，故译成顶尖。
——译者



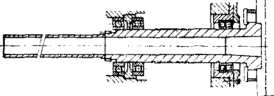
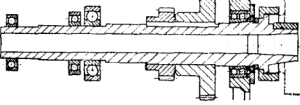
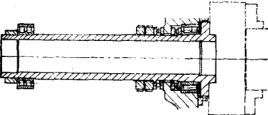
机 床 号	主 轴 及 其 安 装 图	加 工 直 径 (英 寸)	主 轴 处 静 刚 度 磅 / 英 寸	b_{lim} (英 寸)
1 SV18		14.5	5×10^5	0.18
2 SU35		14	5.6×10^5	0.16
3 SU50		20	5×10^5	0.10
4 SU63		25	8.5×10^5	0.10
6 RC100		30	4×10^5	0.60

图 135 主轴及其轴承的设计，静刚度与 b_{lim} 的关系

接静态刚度和极限切屑宽度 \ominus 。试验是在不同地方和不同时间进行的,不能保证它们的条件都是严格一致的。可以看到,主轴端部的刚度与极限切屑宽度之间有一定关系,虽然并不严格成正比。当然,卡盘对工件端部的刚度有某些未知的影响。

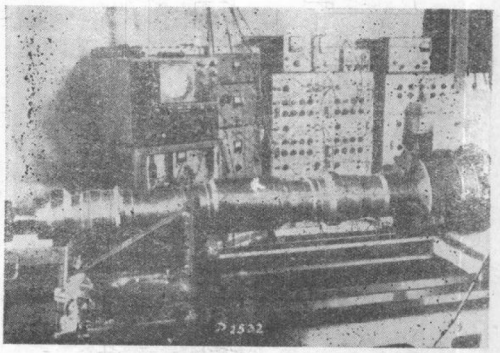


图 196 车床激振试验

最令人吃惊的事是,就刚度和 b_{lim} 数值表示的稳定性而言,第 5 号车床 \ominus 的优越性较高。如果联系到主轴的设计,可以看出这台车床的主要特点是主轴的端部很短。这主要是通过两点做到的:(i) 本机床采用机动卡盘作为标准附

\ominus 原文作极限切削宽度(the limit width of cut),但从图中符号 b_{lim} 及上下文,译文一律改为极限切屑宽度。——译者

\ominus 原文误作第 6 号。——译者

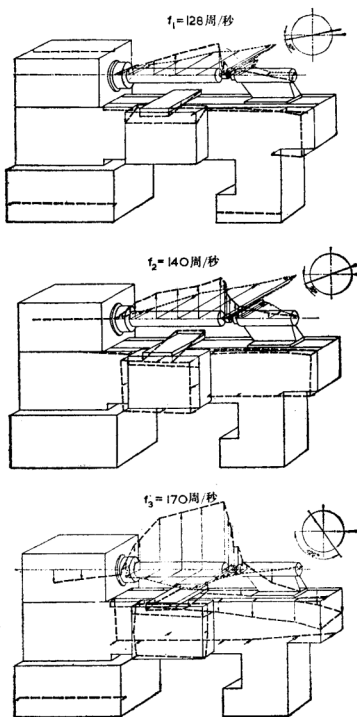


图 137 车床振型形状

件，卡盘用螺钉从前面拧到主轴法兰上。(ii) 把密封装在主轴法兰的外径上。这一情况说明使主轴端面到主轴前轴承之间的距离尽可能短的重要性。

现在来更详细分析一个情况。切削试验和激振试验都是在一台在床面上最大加工直径为16英寸的车床上进行的，工件固定在卡盘和一活顶尖上。激振试验的布置如图 136 所示。激振试验中得到了四个固有振动的振型，它们的形状、频率和方向（刀具与工件之间的相对振动）如图 137 所示。

在所有振型中，主要是工件作为一个质量在一些弹簧上振动，这些弹簧由主轴及其轴承的各个零件，由卡盘、尾架、尾架套筒和尾顶尖等所代表。最薄弱的环节显然是顶尖。

图 138 表示测试情况之一的稳定性结果。图内给出了参与图中各个振型的数据，它们的频率、阻尼比、刚度和方向系数。可以看到，所有三个振型的频率都比较接近，它们的阻尼比和刚度也都相差不多。并且它们对于 G_{lim} 值及 b_{lim} 值的作用也几乎是相等的。得出的第一个结论是建议提高所有三个振型的刚度。参阅图 137 所示振型形状，这个建议可理解为提高主轴、主轴轴承、尾架、尾架套筒和顶尖的刚度，而这只是证明了本节第一部分所说明过的观点。

但是，有必要根据相对于振动系统的切削过程方位，来寻找提高稳定性的可能性。在图 21 和 22 中描述过一个切削试验，其中切削过程的方位是变化的，从刀具在车床上通常的水平位置开始，逐步围绕工件的轴线变化 180° 。切削面法线 (Y) 和切削力的不同方向如图 139 所示。图 23 用极座标形式表示出这个试验中对应于各个 (Y) 方向的极限切屑宽度。这个图的意义在于它指出了极限切屑宽度随着机床上切

削过程方位的变化而显著变化。(Y) 与水平轴线 (W) 重合时的通常的刀具位置的稳定性差不多是最坏的。

与图23相似, 图 140 表示四台不同车床的试验结果。图的左边代表夹持在卡盘和顶尖上的长工件的试验结果, 图的右边代表只用卡盘夹持的短工件的试验结果。可以看出, 所有图形都相当相象。在所有情况下, b_{lim} 的最小值对应于车床上通常的刀具位置 [即 (Y) 是水平的], 最大 b_{lim} 值则发生在刀具顶面的方向 [与 (Y) 方向相同] 与水平方向 [车床内的 (W) 方向] 倾斜 45° 到 60° 的时候。有些情况中, 在大致垂直于第一最大值的位置, 还可看到另一较小的最大值。

图 48 所示为两个自由度振动系统, 两个振型各自不同

No	f (周/秒)	d	K (磅/英寸)	u
1	128	0.07	14×10^5	0.632
2	140	0.07	11×10^5	0.433
3	170	0.04	11×10^5	0.242

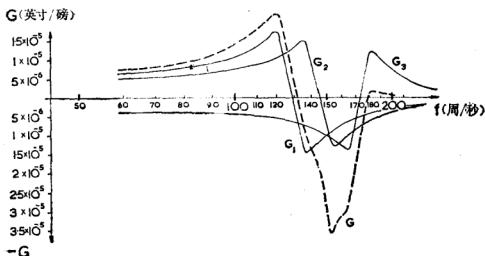


图 138 车床一种情况的稳定性分析

方向的极坐标图。在图的向径上标出相对于切削过程固定位置的系统各种位置〔由方向 (X_1) 和 (X_2) 定义的〕的 b_{lim} 计算值。图 141a 复制了图 48 中对应于 $\alpha_2 - \alpha_1 = 97.5^\circ$ 的一个图。现在 $\Omega_1 < \Omega_2$ 对应于刚度之间的关系 $k_1 < k_2$, 或柔度之间的关系 $c_1 > c_2$ 。

图 141a 也表示了和 b_{lim} 极坐标图对应的情况。切削过程的方位 (Y, P) 保持不变, 而由角度 α_1 和 α_2 定义的振型方向则绕原点连续转动。极坐标图的 b_{lim} 值在变动的 (X_1) 方向上标出。图 141b 是为了对应于以下布置方式由图 141a 转化得到的:

保持 (X_1) 和 (X_2) 方向不变, (Y) 和 (P) 方向同时绕原点转动, (X_1) 是水平的〔对应于车床内的 (W) 方向〕并且从 (Y) 重合于 (X_1) 的位置开始。极坐标的 b_{lim} 数值在变化的 (Y) 方向上标出。这个布置和图 21 及图 22 所示并且其结果已在图 140 表示的试验所采用的布置方式是类似的。显然, 图 141b 是从图 141a 绕水平轴对称地翻转得到的结果。图 141c 是和图 141b 对应的, 只是 (X_1) 和 (X_2) 方向的固定位置的不同, 相对于 b 图, 已经同时把它们转了约 30° 角。显然 c 图是 b 图绕原点转 30° 得到的结果。比较图 141c 和图 140, 可以看到很好的一致性。

比较理论推导得到的图形和说明切削试验的图形, 就能引出以下结论: 在图 140 中各图形的特征都能有这样假设基础上加以说明, 即假设所有试验过的车床的振动系统都有两

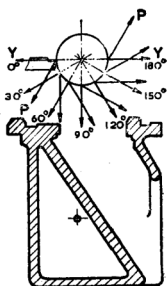


图 139 车床上切削方向的变化

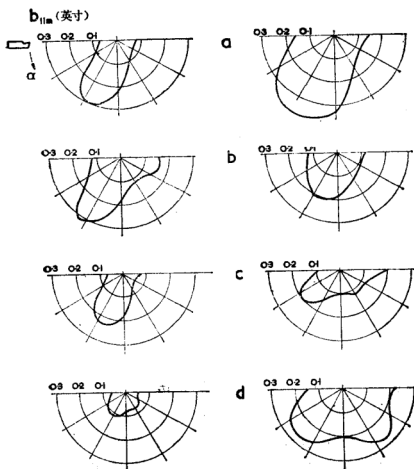


图 140 四个不同车床 b_{lim} 的极座标图

个和工件轴线相关联的主要振型。频率较低的振型几乎是水平的，在(W)方向之下稍有倾斜。而另一频率较高的振型则几乎是垂直的，它以稍大于 90° 的角度倾斜于前一振型。把这一结论和图 137 所示车床之一的振型形状测量结果加以比较，可以看出这是正确的。但是，与水平稍有倾斜的两个振型，它们的频率比和头两个稍微大于 90° 的倾斜角的第三个振型的频率要低。情况如图 142a 所示。这样，发生了振型1和2同振型3的联合耦合现象。

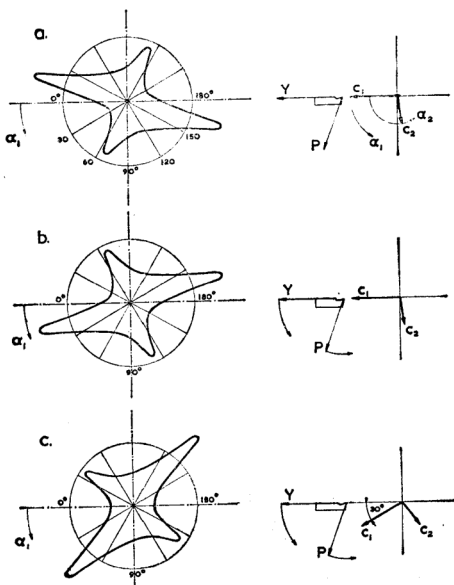


图 141 两个自由度系统变动的方位的作用

对于其振型在图 137 和图 142a 中表示出的诸车床, 不只解出了图 138 中的一种情况, 另外还进行了在靠近尾架车削长工件时解算不同方位的 b_{lim} , 数据见图 143。图中 还以通

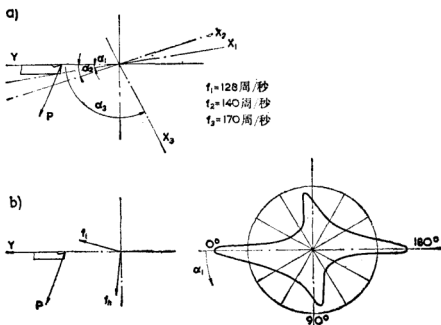
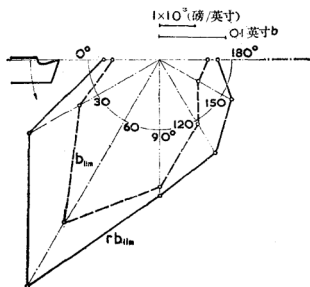


图 142 一台车床的实际方位和最佳方位

常的画法用虚线表示这结果。切削试验结果的极坐标图用实线画在图上以作比较。两条曲线之间的相当一致性，证明了以前讨论的关于方式形式对普通车床稳定性典型影响的理由。

从切削过程相对于机床振动系统的相互方位关系的观点来看，刀具在普通车床上通常的水平位置恰好是几乎最坏的位置。这一不利事实实际上是不能通过把刀具安装在图 140 极坐标图中最大 b_{lim} 值的位置来改变的。因为实际上不可能把刀架相对于(W)方向倾斜约 60° ，而又保持普通车床典型传统结构其他部分的设计不变。于是便产生了这样一个问题，是否就不可能改变机床结构的设计，使得最重要振型的方向转移而又保证刀具的水平位置对应最大的 b_{lim} 。两个最重要振型的相应最佳方位在图 142b 中指明。



α_y	$\frac{U_1}{K_1}$	$\frac{U_2}{K_2}$	$\frac{U_3}{K_3}$	G_{min}	rb_{lim}	f
(度)	10^{-5} (英寸/磅)				10^3 (磅/英寸)	(周/秒)
0	4.6	6.5	-2.2	-28	1.8	150
30	1.2	3.05	-0.65	-10.2	4.8	150
60	-1.6	-1.2	3.9	-6	8.3	187
90	-1	-2	6.7	-11.5	4.3	187
120	2.4	1.5	5.2	-14.5	3.5	187
150	5.2	5.7	7.2	-19	2.6	150

图 143 切削试验结果和计算结果的比较

$$f_1=128 \text{ 周/秒}, \alpha_1=10^\circ$$

$$f_2=140 \text{ 周/秒}, \alpha_2=20^\circ$$

$$f_3=172 \text{ 周/秒}, \alpha_3=125^\circ$$

为了回答这一重要问题，首先需要说明为什么典型车床传统结构的两个最重要振型的方向是象图 141c 或图 142a 所表示那样的。

可以举出几个理由。首先，容易理解为什么接近水平的振

型比接近垂直的振型固有频率要低些。作为例证,参阅图 144 所示一台车床的振型形状。刀具(溜板)和工件之间相对振动的水平振型内,不仅主轴和另一端的尾架套筒作为弹簧出现,并且还有头架和尾架绕垂直轴的扭转,床身在水平面内的弯曲

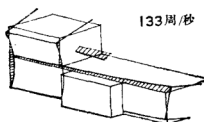
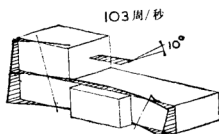
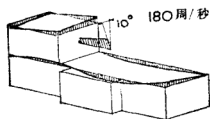


图 144 一台车床的振型形状

和床身绕纵向轴线的扭转也都对振型的柔度有作用。在垂直振型内,头架和尾架的变形可以忽略不计,并且床身也没有扭曲。例如,图145表示床身和只夹持在卡盘内的工件之间的直接静柔度测量结果的极坐标形式。根据所述理由,水平柔度高于垂直柔度。

下一个问题是为什么主要振型分别倾斜于水平轴线和垂直轴线。试验研究表明这是因为:溜板箱的质量在床身上的不对称位置(见图 144),某些车床床身(例如图 139 所示的车床床身)的不对称截面,最后还有尾架

(图146a)通常的不对称截

面造成的。尾架截面之所以不对称,是由于需要在尾架前面给上溜板留出移动空间的缘故。图 146b 表示床身和夹持在卡盘及顶尖上的工件之间静态柔度的测量结果。测量靠近尾架进行,因此测量结果主要受尾架柔度的影响。可以看到,最

大和最小柔度的方向分别与图 142a 内的低频和高频振型的方向重合。

在这些观察的基础上，可以很好作出结论，大体上不可能改变普通车床传统概念的不利方位形式，特别是不能使主

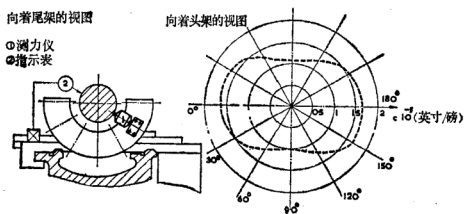


图145 固定在卡盘内的工件绕轴线不同方向的静刚度

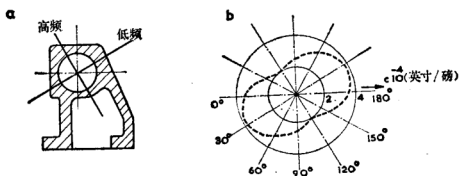


图 146 普通尾架设计和刚度的极座标图

要水平振型比垂直振型具有更高的频率。确实，在自动车床里时常会遇到结构的不同概念，例如立式床身的车床。但是，传统概念的结构是经过多年作为最适合于通用手工操作的机床结构而发展起来的。所以，正继续研究怎样才能在遵守主轴尾架系统最大刚度的基本规则下所能得到的最大稳定性之

外，通过对方位形式某种程度的影响，来进一步改进普通车床结构的稳定性。

捷克机床研究所(VÚOSO)找到了一个很有成效的局部解决办法^[17]。它适用于两端支承的工件，即采用尾顶尖时的情况。对尾架设计的两种改型进行了试验研究。两种改型中尾架本体的柔度在图 142 的方向 1 上都提高了。同时刚度的降低通过采用刚度更大的活顶尖得到了补偿。

尾架的第一种改型如图 147a 所示。它的不同之处可与原设计(图 146a) 比较后看出。图 147b 中表示尾架新设计绕工件轴线不同方向的静态柔度。可以看到，对两个主要柔度轴的方向所要求的变动已经做到。旧尾架和改进后的新尾架均在图 148 内示出，以便比较。切削试验的结果如图 149 所示。图中的极座标曲线代表刀具装在固定于横溜板的环形板上不同位置时的试验结果。曲线 a 代表带有 5 号莫氏锥度顶尖的原尾架。曲线 b 代表带有 5 号莫氏锥度顶尖的新尾架。可以看到，对应于通常水平刀具位置的稳定性相对地提高了，虽然整个说来稳定性比 a 低(新尾架本体的刚度较低)。曲线 c 中新尾架采用了较大的 6 号莫氏锥度顶尖。稳定性，特别

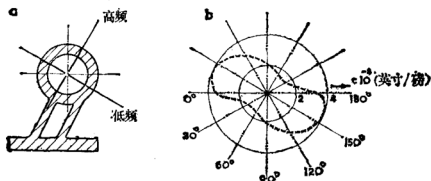


图 147 尾架新设计和刚度的极座标图

是通常水平刀具位置的稳定性，已经大大提高。

图 150 所示曲线代表通常水平刀具位置的极限切削深度与溜板及刀具沿工件长度所处位置之间的关系。试验的条件

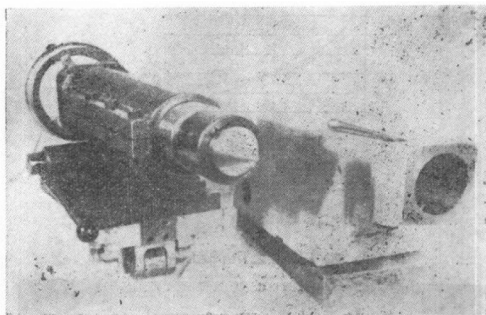


图 148 新、旧尾架的照片

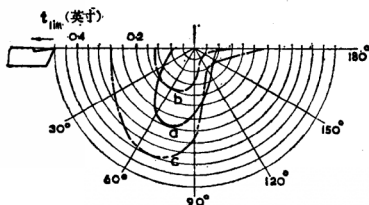


图 149 用新、旧尾架进行切削试验得到的极坐标图

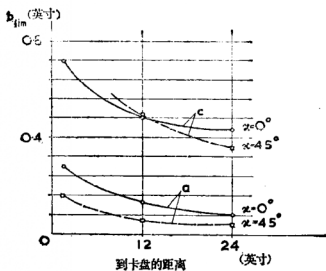


图 150 新、旧尾架之 b_{lim} 沿工件长度的变化

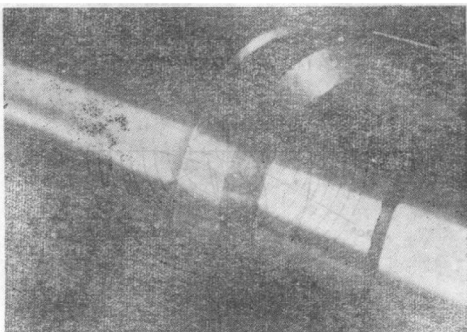


图 151 新、旧尾架的稳定性切削极限

为：工件直径为 5 英寸，长度为 24 英寸，切削速度为 250 英尺/分，进给量为 0.004 英寸/转，刀具导角 $\alpha=0^\circ$ 及 $\alpha=45^\circ$ 。可以看到，情况 c(图 149)比情况 a 的优越性不仅适用于靠近尾架的切削，而且还适用于沿工件整个长度。作为说明，图 151 表示在同一工件上用原来尾架得到的极限切削深度和用新尾架得到较宽而仍然稳定的切削深度的照片。

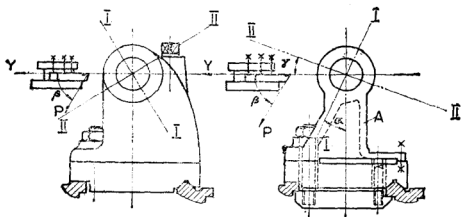


图 152 尾架的另一变型

改型设计的另一形式具有和前一形式的类似效果，如图 152 所示。较高刚度方向 I 和较低刚度方向 II 均在图中标出。在新设计中，降低在方向 II 上的刚度是通过在 A 处安排一弹性板壁得到的。总刚度的降低仍由采用 6 号莫氏锥度顶尖代替原来的 5 号锥度顶尖来补偿。新、旧两种尾架见图 153。两种改型由于改变主要刚度轴线方向和改变顶尖尺寸的效果如图 154 所示。这个图是根据改变刀具的角位置进行切削试验的结果。用 t_{lim} 的极坐标图形式，相对于刀具的顶面方向（即(Y)方向）绘出的。曲线 a 对应于原来的尾架。曲线 b 对应于有较大顶尖但无弹性板壁的尾架，即方位并无变

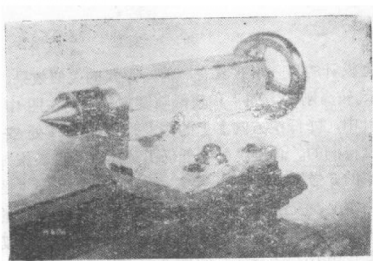
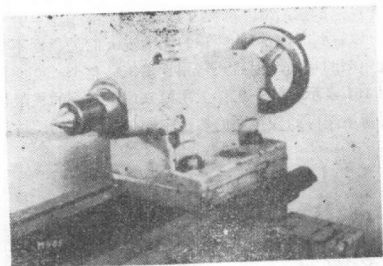


图 153 旧尾架和新尾架第二方案的照片

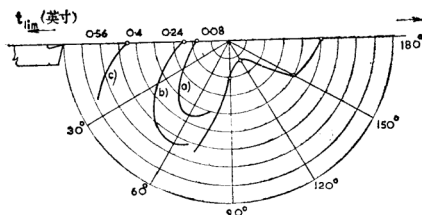


图 154 利用新、旧尾架进行切削试验的极坐标图

动。曲线 c 对应于新尾架。可以看到，主要由于按照图 142b 所建议的改变了主要振型方向，使通常的水平刀具位置的稳定性得到了很大的提高。

4.4 卧式镗铣床

这里将提供一种卧式镗床的稳定性试验结果和分析结果，以便说明这种类型机床特有的特性。所测试的镗床主要参数为：镗杆直径为 4 英寸，工作台尺寸为 50×64 英寸，主轴驱动功率为 17 千瓦，机床总重量为 45000 磅。将分析两种基本类型的操作，用直接装在不能伸出的空心主轴轴端的刀具进行端面铣削和采用可以伸出的内主轴（其一端不用在副立柱处轴承支承的）悬臂镗孔。

和第四章第二节描述的立式铣床类似，在卧式镗床上进行端面铣削的方位也可以在大范围内变动，这一点在以前已经叙述过并且在图 64 中已经示出。此外还指出，铣削加工的稳定性决定于头架在立柱上的垂直位置。试验表明了头架在较低位置时的极限切削深度几乎等于头架在较高位置时的两

倍。以下将要讨论的铣削试验结果是指头架位于它的垂直行程约三分之二高度的地方。机床有关的坐标系是：U轴是水平的并垂直于主轴轴线，以向着操作者的方向为正，W轴和主轴轴线重合，V轴是垂直的。

这里将给出激振试验结果、稳定性分析结果以及稳定性分析结果与切削试验结果的比较，但将不给出计算方向系数的细节，因为计算方法和第四章第二节所述关于在立式铣床上端面铣削的计算方法是基本上相同的。



图 155 卧式铣床

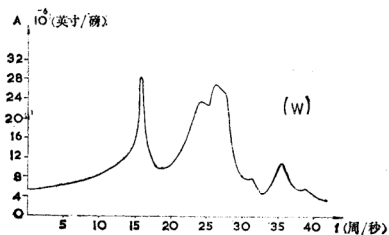
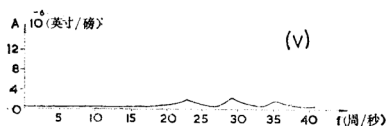
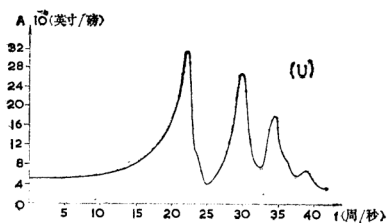


图 156 卧式镗床的绝对动态柔度

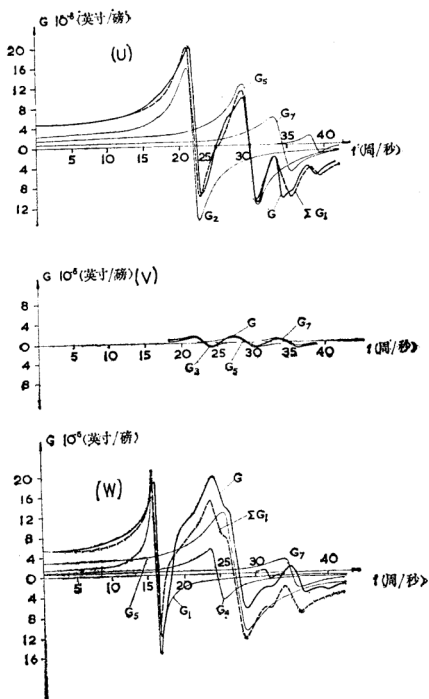


图 157 卧式镗床的实动态柔度

利用在铣刀和装在工作台上的重工件（图 155）之间的激振方法，测得在三个基本座标轴上的绝对动态柔度，如图 156 所示。可以看出，所有有关的共振都发生在 15 周/秒和 40 周/秒频率之间，并且(V)振型的刚性是很大的，而柔性较大的振型则发生在(U)和(W)方向上[⊖]。

实直接动态柔度用粗实线 G 在图 157 内示出。从它们分解出的各个 G_i 曲线用细实线示出。虚线所表示的 ΣG_i 曲线对分解的校核是好的。

图 157 中各个振型的数据如图 158 所示。

可以看出，振型 5 和 7 的方向和任一基本座标轴都不重合。各个振型的方向和柔度最后用向量方式表示在图 159 内。

振型号数	方 向	固 有 频 率 f , (周/秒)	刚 度 10^3 (磅/英寸)	阻 尼 比
1	W	16	7.7	0.02
2	U	22	4.1	0.04
3	V	23	69	0.043
4	W	24.5	13.8	0.035
5	V	28	46	0.055
	W	28	3.3	0.055
6	U	29.5	6	0.033
7	U	35	13.8	0.03
	V	35	120	0.03
	W	35	23.5	0.03

图 158 各振型的参数表

⊖ 原书作 V, U, W, 按以前规定并对照图 156, 似应是 (V), (U), 及 (W)。——译者

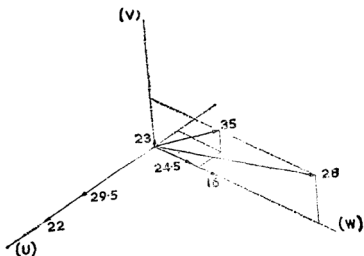


图 159 卧式镗床振型的柔度和方向

除固有频率 $f_{n3}=23$ 周/秒的振型 3 外，各个振型的形状在图 160 中示出。振型 3 刚度比较大，因此不重要。目前将省略振型形状的描述，留待在稳定性分析之后看出那些振型最重要时再进行。

五种情况的 G_{lim} 和 f_{lim} 值的解如图 161 所示。这五种情况是以按照图 64 确定各情况方位的 ϵ 角所代表的。在表中所给各 G_{lim} 值之后是和它们对应的 rb_{lim} 值。

最低稳定性发生在情况 a 和 d。情况 a 中固有频率等于 29.5 周/秒的振型 6，几乎是唯一对稳定性极限具有决定意义的振型。振型 2 虽然柔性比较大，但并不影响稳定性极限，因为它的 G_2 函数的负极小值[⊖]部分地被 G_4 、 G_5 和 G_6 曲线的正值所抵消。情况 d 中，振型 7 由于它的方向系数 u_7 的数值高，显然是占优势的。在该情况中，振型 7 部分地抵消

⊖ 原文作 *negative minimum*，对照图 161，意义是明确的。——译者

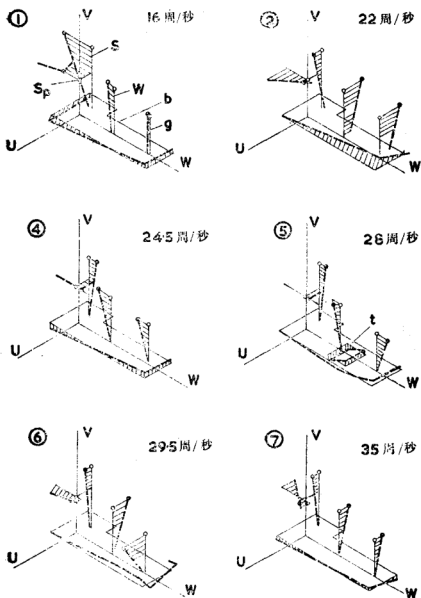


图 160 卧式铰床的振型形状

了 G_z 负极小值的作用。另一方面, 稳定性极限主要决定于振型 6 和 7 的联合作用。

情况 b 和情况 a 很类似, 仅有的差别是方向系数 u_2 和 u_6 的数值低些, 结果使稳定性比情况 a 好些。不过, 仍然是振型 6 在起决定性作用。

情况 c 和 e 的稳定性大致等于上述各情况中的两倍。振型 6 和 7 不显著。稳定性极限主要受振型 5 和 1 的影响。

作为对稳定性分析的结论, 可以建议首先增加 6 和 7 两振型的刚度, 其次可以建议加强振型 5 和 1 的刚度。

图 162 所示为切削试验结果(由细线连接的小黑点表示)和稳定性图解法结果(由粗线连接的叉状表示)的比较。各点旁边的数字代表极限颤振的频率。比较表明, 两者相互校核得很好, 只有 $e=330^\circ$ 的情况是例外。所以, 根据稳定性分析得到的建议可以认为成立。

上述建议可以用振型形状(图 160)来解释。最重要的振型是第 6 号。在这一振型内, 工件作为一个质量与立柱及副立柱作为另外的质量在方向(U)内作反相的振动。弹簧由床身的扭转代表。第二个重要振型是第 7 号。在此振型内, 仍然是工件作为一个质量与主立柱在(U)方向内方向相反地振动, 副立柱则与工件同相位振动, 弹簧仍是床身的扭转。但是振动不象振型 6 中那么明显。振动的主要特点是头架相对于主立柱的振动, 这一振型内的主要变形是立柱上的头架导轨的变形。

上述建议第二方面是有关提高振型 1 和 5 的刚度。在第一振型内, 主要是立柱在(W)方向内振动。主要变形是在立柱与床身的连接部分内。在振型 5 内, 工件在(W)方向内与两个立柱反方向地振动, 这个振型里的主要变形是床身在

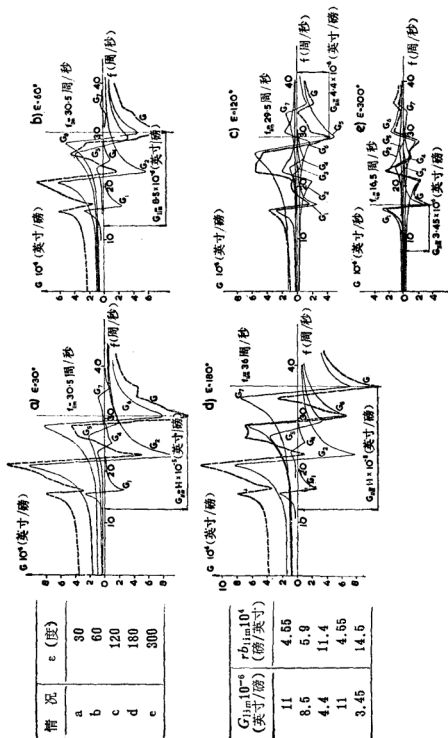


图 161 卧式罐床稳定性的分析

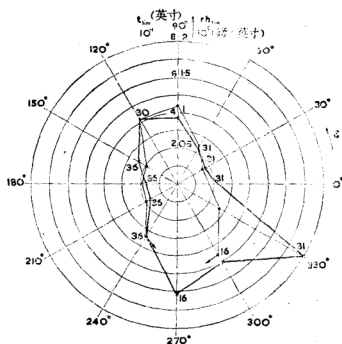


图 162 切削试验结果与计算结果的比较

(V、W)平面内的弯曲。

概括起来说，需要提高：床身的扭转刚度，立柱上头架导轨的刚度，立柱与床身间连接刚度，还有床身在(V、W)平面内的弯曲刚度。为了达到这一目的，可建议：增加床身的宽度，改善它在基础上的支承(垫铁的刚度)，合理确定基础的尺寸，布置对角垂直筋板(加强筋)与平行于(W)轴的垂直筋板相结合，加宽立柱上的导轨，把立柱上的导轨直接与立柱平行于(U、V)平面的板壁相连接[不然，导轨所在的板壁(V、W)起薄壁的作用]。为了使平衡重能下降到床身里面，而在床身的上壁板开的开口和作为床身附加物的立柱

底座，常常使立柱和床身间的联结刚度为之减弱。因此需要把床身构成立柱底座的那一部分用适当布置的垂直壁板（最好是对角）和床身的主体联结起来。

现在将讨论用内主轴悬臂进行镗孔的情形。很明显，在这种情况下，特别当内主轴伸出较长时，主要柔度是主轴本身的弯曲柔度。机床结构的所有其他弹性零件几乎都可以忽略。

镗床镗杆主轴有两个相对布置的键槽，如图 163 所示。所以它的截面有两个惯性矩的主轴线。在轴线 X_1 方向里，镗杆的弯曲刚度比在轴线 X_2 方向里的低。镗床的振动系统可以简化为镗杆单独的振动系统，变成只限于 X_1 和 X_2 方向的两自由度系统。系统的质量由镗杆的质量（主要是它的端部的质量）和装在镗杆端部的镗头的质量所代表。这质量对

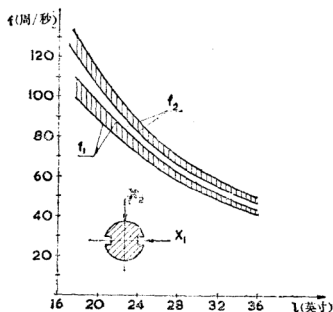


图 163 镗杆测度的两个主轴线

两个振型是共同的。图 163 表示在 (X_1) 和 (X_2) 方向测得的固有频率 f_{n1} 、 f_{n2} 与镗杆伸出长度 l 的关系。因为机床的其他部分不是绝对刚体，它们稍微影响频率 f_{n1} 和 f_{n2} 使之在镗杆转动时发生变动。图中画斜线面积表示两个频率的变动范围。可以看出，变动频率范围约为 $\pm 5\%$ 。比值 f_2/f_1 随镗杆伸出长度在 1.1 到 1.3 范围变动。

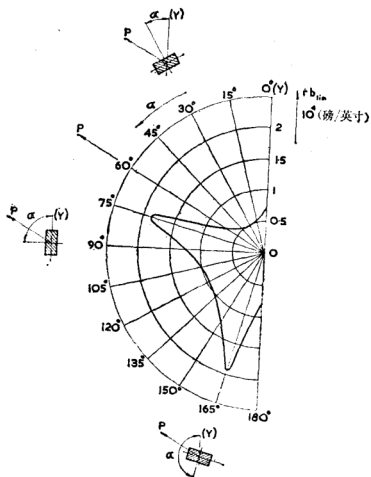


图 164 改变镗刀相对于镗杆的位置时稳定性的变化

镗削进行时,随着镗杆的转动(即随主要振型方向(X_1)和(X_2)的转动),切削表面法线的方向(Y)和切削力的方向(P)同时也都将转动。因此,切削过程的方位相对于镗杆的振动系统仍保持不变。方位决定于镗刀相对于轴线 X_1 和 X_2 的位置。改变镗刀相对于键槽的角位置,则方位和稳定性都将改变。这在第二章内讨论两自由度系统(见图46)时已作过说明。按照类似方式,对于比值 $f_{n2}/f_{n1}=1.25$ 的情况,在图164内画了 rb_{lim} 对于方向(X_1)和(Y)之间的夹角 α_1 的极坐标图。可以看到, rb_{lim} 最小值发生在 $\alpha_1=30^\circ$ 时。 rb_{lim} 的另一最小值相应于 $\alpha_1=120^\circ$ 时。 rb_{lim} 最大值相应于方位角 $\alpha_1=75^\circ$ 和 $\alpha_1=165^\circ$ 时。 $rb_{lim \max}$ 与 $rb_{lim \min}$ 的比值约为4。

图164表明了镗刀相对于键槽的最坏位置是在图165a

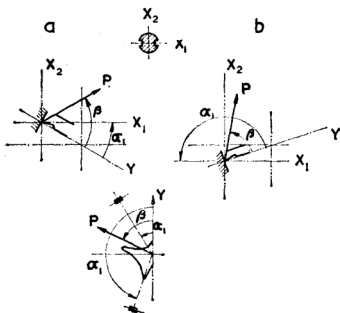


图165 镗刀的最坏(a)和最佳(b)位置

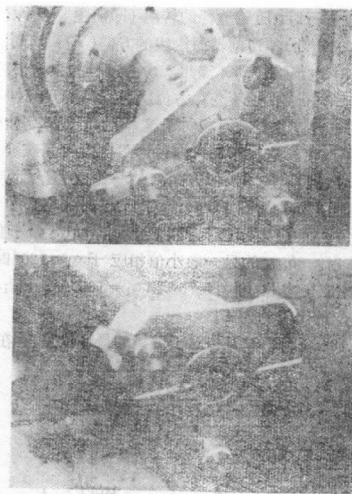


图 166 对应于图 165 的照片

所示位置，最佳位置是在图 165b 所示位置。这两个位置在图 166a 和 166b 表示。

分别按照图 166a 和 166b 所示位置布置的镗刀，其切削试验结果如图 167 所示。图中曲线代表极限切削深度 t_{lm} 和镗杆伸出长度 l 之间的关系。试验条件是：切削速度 $v=230$ 英尺/分，进给量为 1×10^{-2} 英寸/转，导角 $\alpha=60^\circ$ ，工件材料铸铁，镗孔直径为 14 英寸。可以看到，对于所有

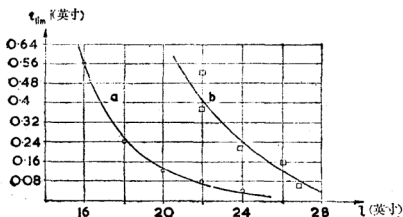


图 167 镗刀两个位置的切削试验结果

从 l 值来说, 情况 b 的 t_{lim} 值比情况 a 的大 5.5 至 6 倍。还可以看到, 在稳定性相等的条件下, 情况 b 中镗杆伸出长度比情况 a 中大约大 30%。

采用镗刀相对于键槽的最佳方位是极为重要的。不然, 机床的效能被不必要地滥用了。从图 164 可以看出, 镗刀共有 4 个最佳位置。所以为了最佳镗削, 可以采用装有 1, 2 或 4 个镗刀的镗头。

4.5 立式车床

现在简要叙述三种型式立式车床的情况。试验研究的所有细节都将从略, 因为有关步骤在以前几节里都已有充分说明。

在试验研究头两种型式时, 采用一种简化步骤。在没有测量动态柔度的情况下, 分析只是以切削试验和测量振型形状为根据。如果研究人员有良好经验, 按照这种简化方法, 通常也可以满足要求。

第一个情况是一台工作台直径为 40 英寸的单柱立车。切

削试验表明, 极限切削深度随切削位置距工作台面高度的增加而减小, 也随横梁的升高和滑枕的伸长而减小。但是在所有情况, 颤振频率都保持不变, 采用 1000 磅重的工件时, $f_a=57$ 周/秒, 采用 3000 磅重的工件时, $f_b=40$ 周/秒。

用敲击工件法, 确定的工件—工作台—主轴—床身系统的固有频率是 $f_{na} \approx 55 \sim 60$ 周/秒和 $f_b \approx 35 \sim 40$ 周/秒。这些频率和颤振频率十分接近。

横梁—立柱—床身系统的固有频率在前后方向大致是 $f_n=17 \sim 20$ 周/秒, 左右方向大致是 $f_n=11 \sim 13$ 周/秒。很明显, 这一局部振动系统并未更多参加颤振过程, 因为它的频率距离颤振频率很远。

滑枕的固有频率大致是 $60 \sim 75$ 周/秒, 这又很靠近颤振频率。

很明显, 工件—工作台—床身系统对颤振的出现是决定性的。因为颤振频率并未随滑枕的伸长而改变, 但确实随工件质量的变化而改变, 滑枕系统十分可能对决定稳定性极限起着作用。

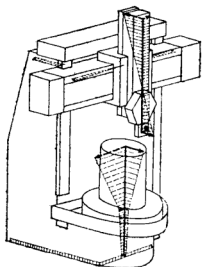


图 168 单柱立式车床的振型形状

机床的振动形状是在切削时保持稳定的颤振条件下测得的, 如图 168 所示。主要挠性部件是工作台的轴承、主轴轴承和两个轴承的轴承座、横梁和鞍架的导轨。第一个结论是加强工作台和主轴的支承并增加它的阻尼。因为采用的是滚动轴承, 为了简化,

建议在平行于工作台支承处另外使用粘性相对阻尼器。

还可看出，工作台振型的方位对工件来说是不好的，为了通过变动方位来找到改进稳定性的可能性，将需要更详细的分析。

第二个情况是一台工作台直径为 100 英寸的双柱立式车。

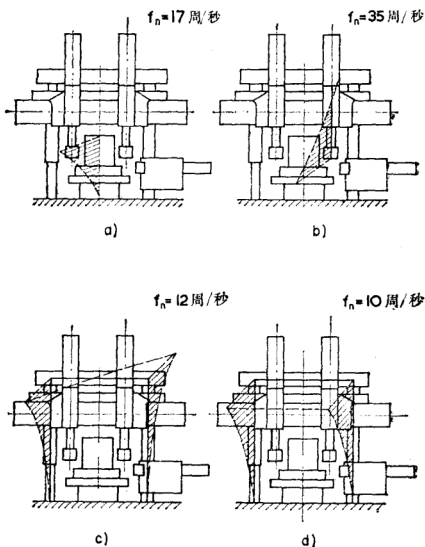


图 169 双柱立式车床的振型形状

床。

第一个试验是对工作台装滚动轴承的机床和装静压轴承的机床之稳定性进行比较。在两种情况下进行了相似的切削试验。发现用静压轴承的稳定性大致等于装滚珠轴承的两倍。

在不稳定切削中，测得的振型如图 169 所示。对于滚动轴承工作台，特别是加工较高的工件，振型是决定性的（见图 a 所示）。在用敲击法激振的固有振动中，测得的振型阻尼：用滚珠轴承时， $d=0.016$ ，用静压轴承时， $d=0.07$ 。这就指明了静压轴承的优越性。

对于静压轴承工作台，如果滑枕伸出很短，振型 b 和 c 占优势。如果伸出较长，振型 d 占优势。还发现振型 b 和 c 的柔度可以通过改善立柱与基础之间的联结刚度（用刚度较大的垫板）来降低。为了加强立柱与床身连接的可能性，需要更加详细的分析。

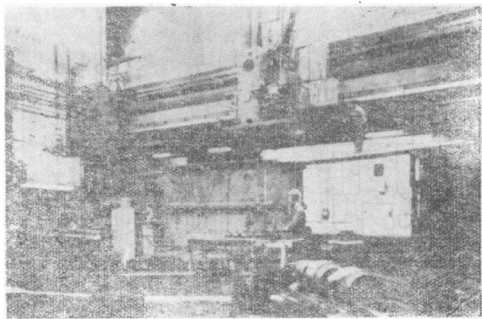


图 170 重型立式车床的激振试验

在这一简单试验研究的基础上，可以做出这样的结论，工作台采用静压轴承可以加强立柱与床身和立柱与基础的连接。

第三个情况是涉及到一台重型立式车床（图 170）。

车削最大直径为 41 英尺。对这一台机床进行了广泛的切削试验、激振试验和稳定性分析。为了测量动态柔度，采用了一台由旋转发电机供压的电磁激振器。激振力的幅值是 1500 磅，频率范围是 3 ~ 120 周/秒。

这里将只引述有关这台机床加工较低工件时布置形式的若干结果。这种布置形式下横梁与工作台之间的间隔是 4 英尺。机床的坐标系见图 171，图中规定了切削过程方位 A 和 B 两种情况。还有另一情况 C，它的进给方向和情况 B 一样，但切削刃倾斜成 $\kappa = 60^\circ$ 。用 $v = 100$ 英尺/分和 $s = 0.04$

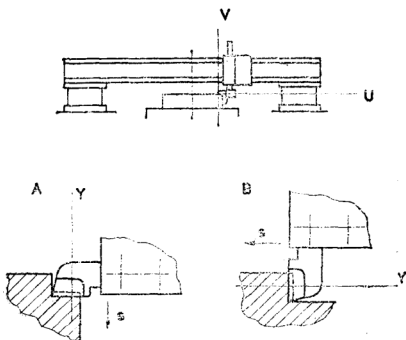


图 171 在重型立式车床上进行切削加工时的方位

英寸/转，加工铸钢时切削试验结果表明 $b_{\text{lim}A}=2.4$ 英寸， $b_{\text{lim}B}>3$ 英寸， $b_{\text{lim}C}>3$ 英寸。

机床的主要振型形状如图 172 所示。图上方的各向量表示振型的方向和柔度。

图 173 中给出了情况 A、B、C 的稳定性极限的图解。

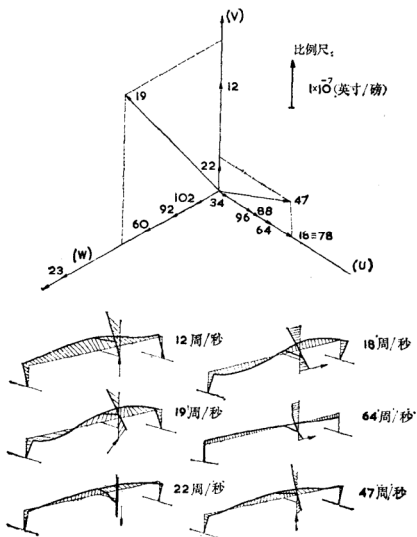


图 172 主要振型形状

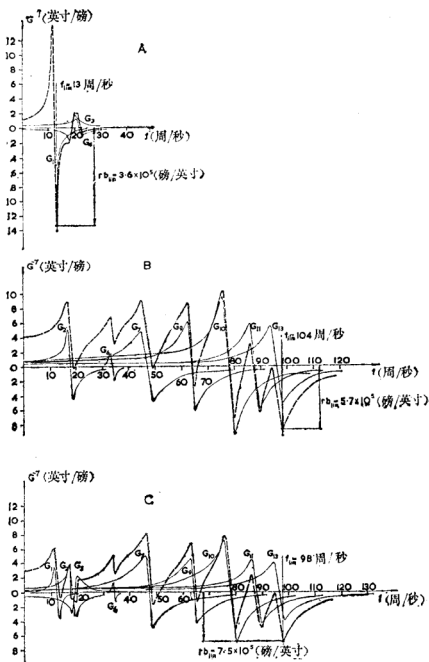


图 173 重型立式车床稳定性的分析

可以看出, 情况 B 和 C 中, 低振型 G 函数的负极小值被高振型 G 曲线的正值部分所抵消, 并且稳定性极限由柔度小的最高振型所决定。这两种情况的结果都有很好的稳定性。根据这些图形, 可以说机床的设计做到了良好的平衡。情况 A 中大多数振型根本就不出现, 因为它们的方向在 (V) 方向内没有分量。于是 $f_n = 12$ 周/秒的振型决定着最后的 G 曲线和 rb_{lim} 的数值。参考图 172, 可以看到, 如果车削加工沿垂直进给方向进行, 横梁的扭曲限制了切屑宽度。

第五章 阻尼及减振器[⊖]

(M. 波腊雪克)

5.1 阻尼的理想化

在第二章内，关于固有振动、强迫振动和自激振动的数学处理中，曾经假设有“粘性”阻尼，其中阻尼力与振动速度成正比。“粘性”阻尼的假设，在线性弹簧（具有恒定刚度的弹簧）系统内可导致用线性微分方程来描述系统的运动。这样，数学处理就很容易完成。由于阻尼力和运动速度之间的线性关系，这种形式的阻尼也叫做“线性”阻尼。在第二章第二节第一小节内已经推导了有粘性阻尼的系统的固有振动和强迫振动方程式。在那里，对于单自由度系统，阻尼用了几种方式来表示。阻尼力 P_d 正比于运动速度，但方向相反：

$$P_d = -c \cdot \dot{x}$$

系数 c 叫做阻尼系数，单自由度系统的固有振动由下式描述：

$$x = X_0 \cdot e^{-\delta t} \sin \nu t$$

式内 $\nu^2 = \Omega^2 - \delta^2$ ， $\Omega^2 = \frac{k}{m}$ 是无阻尼系统的固有频率。

数值 δ 规定着衰减的固有振动振幅的包络曲线。 δ 叫做衰减因子。数值 c 和 δ 的关系为：

⊖ 原书中 *absorber* 与 *damper* 两词混用，未加区别，译文一律译作减振器。——译者

$$\delta = \frac{c}{2m}$$

系统的固有运动在以下临界值处开始成为非周期性的:

$$\delta_{cr} = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{或} \quad c_{cr} = 2\sqrt{km}$$

利用临界值, 阻尼比 d 可定义为:

$$d = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{\delta}{\Omega}$$

利用粘性阻尼来描述机床的振动是一种理想化处理方法。在实际机床的振动中, 能量损耗的方式在不同的结构部分是不同的。在固定连接内出现局部干摩擦; 在导轨内出现半干或粘性阻尼; 在结构零件的材料内部有内能损耗。各种阻尼源的本质是复杂的, 对它还没有充分了解。阻尼在结构上的分布还取决于应力的分布, 因此也取决于振型, 同时还取决于结构的设计和制造误差, 所以很难用一种统一而又足够简单的方式在计算中引进一种能够准确代表实际情况的阻尼。

在通常计算较复杂系统的固有振动时, 阻尼是忽略不计的, 而只考虑质量的惯性力和弹簧的变形力。根据这些力的平衡条件, 就可算出固有频率和振型形状。因为在真实机床中阻尼通常比较小, 这一计算结果的误差实际上是可以忽略的。这些误差不会大于复杂零件的刚度计算和结构制造所带来的误差。

在强迫振动的计算中, 特别是计算动态柔度的各个最大值和最小值, 就不能忽略阻尼。于是象以前各章所说明的那样, 计算的基础是实际系统动态柔度的测量。然后对测得的动态柔度用这样一种方式进行分析, 以便确定有粘性阻尼的线性系统的参数, 系统计算的动态柔度应尽可能地(特别是在

各个峰值范围内)和测得的动态柔度相重合。这样,就可用一个理想化的线性系统来代替实际系统,各个振型的阻尼比则由两个系统的动态柔度在重要部分内重合这一条件来决定。第二章中,表示 n 个自由度系统的交叉动态柔度的方程(26)里:

$$Y = P \sum_{i=1}^{i=n} \frac{u_i}{k_i} \frac{\Omega_i^2}{\Omega_i^2 - \omega^2 + 2j\delta_i\omega}$$

数值 δ_i 连同其他参数是由测得的动态柔度决定的。

这样,就能够在表明阻尼作用的条件下,用理想化的线性阻尼来代替实际阻尼。这种阻尼是我们直接关心的。

5.2 机床中的阻尼

测量机床结构的和零件的阻尼表明,零件材料的内阻尼只是吸收和损耗总能量的一小部分。整个阻尼的主要部分发生在固定的或可动的连接部位(见文献24)。

由于零件的材料并不真正重要,所以铸铁的内阻尼比钢的内阻尼优越之点也并不能充分利用。所有作者都同意这样的意见,即装配以后结构的阻尼要比它的各个零件的阻尼高出三十到五十倍。可以举出这方面的一些例子。

图174a取自彼得斯(Peters)^[24]所作试验的结果。图中给出了设计相同而材料不同的四种主轴的阻尼比 d , 其中之一是钢的,其他三个是不同铸铁材料的。图中还给出了主轴装在轴承和头架之后的阻尼比的数值 d 。彼得斯没有说明后一种情况用的是四种主轴中的那一种。但是,装好的主轴阻尼比的提高是相当大的。 d 的座标是对数的。刚度最小的铸铁主轴之阻尼比是钢主轴的十倍。但是它的刚度只有70%。装好后的主轴的阻尼比是钢主轴本身的三百倍或者是

最好的铸铁主轴本身的三十倍。

另一例子来源于洛温菲尔德 (Loewenfeld)⁽²⁰⁾ 的试验。图 174b 表示以下几种情况的阻尼比。首先是单独的床身，其次是床身装上拖板，然后又加上头架，最后又加上尾架。阻尼逐步增加到约八倍。

某些作者研究过联结中的阻尼。所考虑的参数是：比压、润滑种类、零件材料、表面质量。试验研究是在简化的装置上进行的。得到的某些关系将在以下各节中加以引述。似乎并未提供足够的数据来允许对所得阻尼的绝对值加以推广并应用于实际情况。阻尼所表示的数值对其他情况是难于解释的。但是，从这些试验中可以体会到某些参数对联结中的阻尼的影响。

图 175 取自艾西尔 (Eisele) 和科巴赫 (Corbach) 的文

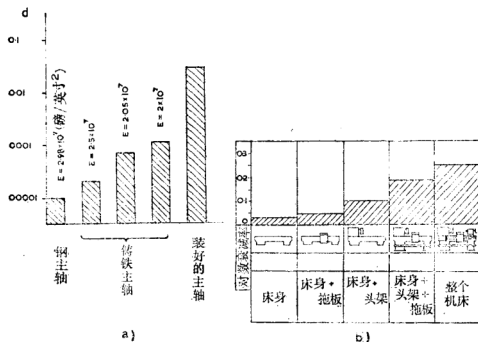


图 174 材料和联结对阻尼的影响

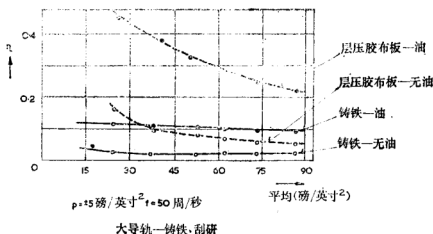


图 175 材料、润滑和压力对导轨阻尼的影响，引自艾西尔 (Eisele) 和科巴赫 (Corbach)^[23]

章^[23]。图中给出了“损耗系数 η ”的值。这一系数是在一种特殊装置中测得的。在这种装置中，一个环形试件相对于一个基面转动，并在垂直于接合面的方向内，由一激振器使之振动。在接合面之间有油。联结用弹簧预加静载。图 175 是测量结果的一个典型。损耗系数 η 表示损失的能量和振动势能之比。频率是 50 周/秒。基面是铸铁，试件是铸铁（曲线 1、2）或层压胶布板（曲线 3、4）。接合面是刮研过的。试验 1 和 3 没有加油，试验 2 和 4 加了油。有和没有缓慢相对运动所得到的结果是大致相等的。可以看出，阻尼随比压增加而减小，有油会增加阻尼，层压胶布板的阻尼特性比铸铁好。

烈歇托夫 (Reshetov) 和列维娜 (Levina)^[18] 用的试验装置和艾西尔 (Eisele) 用的颇为不同。他们的试验装置基本上由一叠圆盘组成，顶面上加一个质量来预加载荷，从而构成一振动系统。叠在一起的圆盘接触面间产生的阻尼用一

个系数 ψ 表示, 这个系数代表每周损耗的能量与振动能量之比。文章没有谈到测量方法的细节, 也没有给出频率。图 176 引用了一些试验结果, 图中曲线表示阻尼和比压的关系。实线代表粘度为 $30^{\circ}\text{E}/20^{\circ}\text{C}$ 的油, 虚线代表粘度为 $10^{\circ}\text{E}/20^{\circ}\text{C}$ 的油。阻尼随接合面之间油的粘度增加而增加, 随比压增加而减小。这里层压胶木板和铸铁搭配不如钢/钢或铸铁/

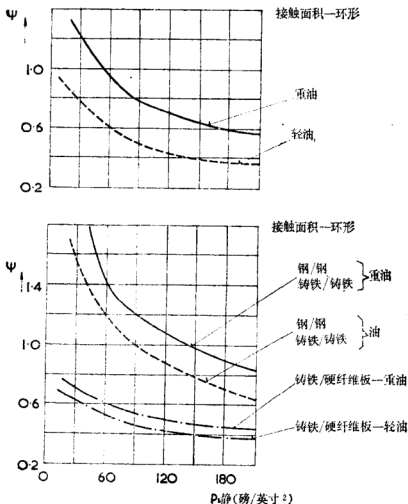


图 176 材料、润滑和压力对导轨阻尼的影响, 引自烈歇托夫和列维娜^[18]

铸铁搭配好，后两种搭配就阻尼而言是相等的。

另外一种试验^[19]从阻尼观点说明了比压和表面质量之间的关系。试验的安排如图 177 所示，图中还给出某一特定压力对不同表面粗糙度的试验结果。阻尼用固有振动的衰减时间 t_d 来表示。可以看出，太高和太低的粗糙度同样会降低阻尼。而对应于某一给定压力时，有一最佳粗糙度。

上述三例以及包括在参考文献内的所有其他例子，丰富

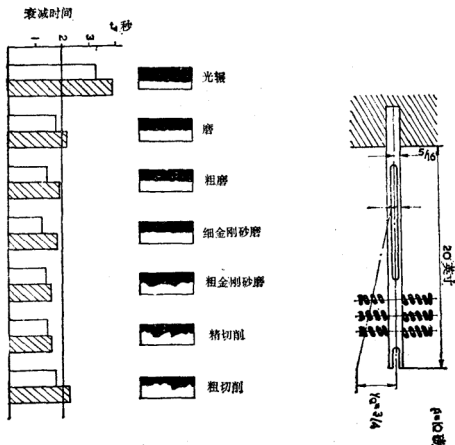


图 177 联结中的表面质量对阻尼的影响。引自德鲁姆(Drumm)^[19]

了有关联结处阻尼的一般知识。但是, 目前仍然没有可用的系统数据来计算装配好结构的振型阻尼。应当努力来填补这一重要空白。

多种类型机床的测量经验表明, 较重要振型的阻尼比 d 之数值一般是在 $0.03 \sim 0.07$ 范围内。当一主要为弹性的梁在其一端固定时, 例如一钢的镗杆, 它的阻尼是相当低的, 譬如 $d=0.001 \sim 0.01$ 。所以, 主要是在后一种情况中, 采用特殊阻尼装置是有利的。在机械振动一般理论与实践中所熟知的叫做调谐式减振器 (*absorber*) 的装置, 在机床中应用并不多。这类减振器代表附加的单自由度系统, 被调谐到正好等于激振力的频率而且它们并不含有任何消耗能量的元件。它们的应用局限于激振力频率保持严格恒定的强迫振动的情况。这种情况的一个例子是精密机床上电动机电磁不平衡引起的强迫振动, 第一部分第二章内已经提到过, 这里将侧重于消耗能量的减振装置。这类装置或者是机床零件的特殊改进, 或者是叫做阻尼器 (*damper*) 的特殊附加装置。象焊接结构焊缝的特殊布置, 就是机床零件改进的一个例子。

减振器可分为两类: 相对减振器和绝对减振器。它们决定于吸收能量的原件。例如, 它可以是一个活塞上带一小孔的油缸。当活塞运动时, 油被迫流过小孔, 小孔的作用是吸收动能的阻力。作为相对减振器, 油缸是装到一个零件上, 活塞装到另一零件上, 两个零件相对地振动。图 178a 所示一例是减振器装在工件与车床床身之间的情况。随着阻尼比 d 的增加, 工件的动态刚度也增加。

如果不便或不可能把减振器引入到原振动系统的两个质量 m_a 和 m_b 之间 (图 178c), 那就要采用一种绝对减振器, 如图 178b 所示。原系统由质量 m_1 和弹簧 k_1 代表。附加系

统 m_2 、 k_2 连接到质量 m_1 上, 而把能量吸收元件 d_2 安排在质量 m_1 和 m_2 之间。为了取得减振器的最佳效果, 必须按照以后将要说明的规则选择元件 d_2 的阻尼系数和减振器的固有频率 $\sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$ 。

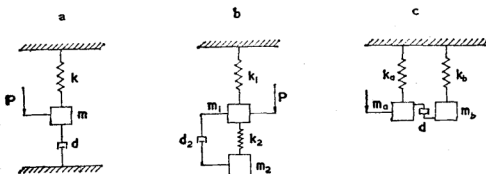


图 178 减振器的不同位置

5.3 能量减振器的类型

能量可以用几种方式吸收: 采用干摩擦, 粘性摩擦, 塑性材料的内摩擦和非完全弹性体的冲击。

干摩擦 简单一点说, 对于干摩擦可假定摩擦力等于法向力和摩擦系数的乘积, 并且和相对运动的速度无关。具有这种理想性质干摩擦的系统, 固有振动按图 179 方式衰减。当振幅减小到使死点的弹簧力小于摩擦力时, 运动停止在一般与平衡位置不同的位置上。如果这样一个系统的阻尼用类似于粘性阻尼的阻尼比 d 的某种参数表示:

$$d = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{X_m}{X_{m+1}}$$

那么, d 值将随振幅 X 而变化, X 减小时它将增加。

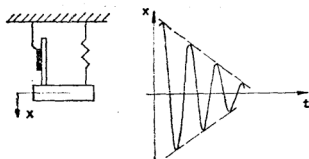


图 179 振动受干摩擦阻尼时的衰减

在实际机床内，某些地方存在干摩擦，而在另外一些地方则是粘性摩擦或材料内阻尼。如图 180a 所示。减振器 d_1 是粘性摩擦式，减振器 d_2 是干摩擦式。于是固有振动将按图 180b 所示形式衰减。开始时，干摩擦起主要作用，振幅按线性衰减，直至相对振幅减小到使减振器 d_2 被锁住，然后两个质量将共同振动。从那以后，振幅按指数衰减。

很明显，为了使干摩擦式减振器能很好起作用，需要按照振幅调节摩擦，或者调节法向力，或者为接触面选择合适的表面粗糙度或合适的材料。

在实际机床内，阻尼的主要部分来自干摩擦。因为在机

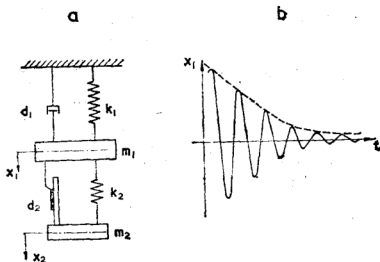


图 180 振动受干摩擦和粘性阻尼时的衰减

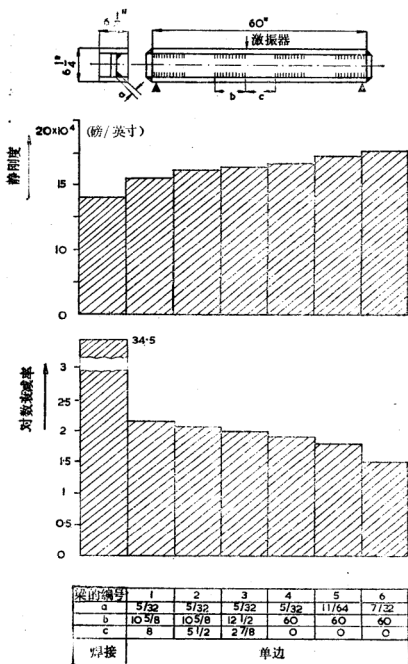


图 181 焊缝长度对阻尼的影响, 引自艾西尔与德鲁姆^[27, 28]

床结构的许多地方都出现，而总的阻尼作为不同摩擦力的组合，结果并不象它在单个阻尼元件时那样不利。

干摩擦在焊接零件中可以有意地加以利用。研究工作^[26,27,28]已经指明哪种型式的焊接最合适。规则是要允许接触面在某些地点能有少量相对移动。间断焊缝能允许这种相对移动，所以这种结构被采用。虽然它的刚度降低一些，但是阻尼的增加更为显著。图 181 表示焊接梁承受弯曲时的静刚度和对数衰减率 δ 。各个情况在焊接的形式上是不同的。梁 7 的静刚度比梁 1 的约高 25%，但梁 1 的阻尼比梁 7 的几乎高出十倍。图 182 列出了文献 27 和 28 推荐的各种焊接型式。

粘性摩擦 已经提到过能量吸收元件的一种型式是液压油缸和带小孔的活塞。这种元件的改进设计如图 183 所示。


















推荐用于提高阻尼的焊接		
焊接	应力	焊接形状
对接 	扭转 	 连续
	弯曲	 间断
搭接 	扭转、弯曲	 予加应力板
平行 	扭转、弯曲	 予加应力板
T-形  	扭转	 内角焊 单边 连续
	弯曲 	 内角焊 a) 连续 b) 间断
直角 	扭转	 连续
	弯曲	
复式 		

图 182 焊接形式不同对阻尼的影响，引自艾西尔和德鲁姆^[27,28]

质量 M 悬挂在壳体 A 充满液体的空穴里的弹簧 S 上。如果质量 M 发生振动，液体就被迫流过 M 和壳体 A 之间的微小间隙。阻尼系数的数值决定于间隙的尺寸和液体的粘度。为了使减振器具有可靠的作用，需要保证这一装置完全密封并且要采用一种粘度不大随温度变化的液体。

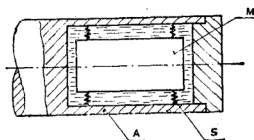


图 183 有粘性阻尼的调谐减振器

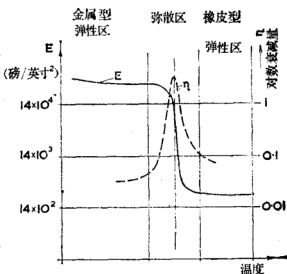


图 184 温度对塑性材料阻尼和弹性模量的影响

高内阻尼材料 某些材料具有高的内阻尼，所以很适于做减振器。当受力后，在它们内部不仅发生弹性变形，还发生塑性变形，

因而也能消耗能量。应变性质的特殊之处，在于应力取消后应变要滞后一段时间才消除。这种材料用于绝对减振器中，同时兼作为弹簧元件与能量吸收元件。通过改变它的形状、尺寸和塑性材料的种类，就能独立地对这种元件的刚度和阻尼系数加以调节。

具有这种性质的材料是橡皮和高分子聚合塑料^[39, 41]。它们的刚度与温度有相当大的关系。图 184 表示一种特定塑性材料的静态弹性模量 E 、阻尼比 d (由对数衰减率 η 代

表) 和温度之间的关系。在低温范围内, 弹性模量高而阻尼低, 材料处于“硬”的状态。在某一特定的不太宽的温度范围内, 弹性模量降低而阻尼则提高。在这种状态下, 材料是适于做减振器的。温度更高时, 弹性模量低, 并且阻尼也低。大致在 $10\sim 40^{\circ}\text{C}$ 的温度范围内, 这种材料呈高阻尼状态, 适合于实际应用。

弹性模量还与变形的频率有关, 它随频率的提高而提高。图 185 表示一简单振动系统的绝对动态柔度, 系统的弹簧是塑性材料做的。它的特征是在零频率与共振频率之间振幅是降低的。

有一些适于做减振器的高分子塑料, 例如软化过的聚氯乙烯。它的一个缺点是时间过久其性质会变化。它的一个优点是可能通过改变它的成分或者制造工艺来改变它的刚度对阻尼的比值。实际经验表明, 它可使阻尼减振元件的设计简化。这种减振元件通常采取板状或环形, 布置得使在振动时受剪应力。图 186 表示这种减振元件的形状的一例。

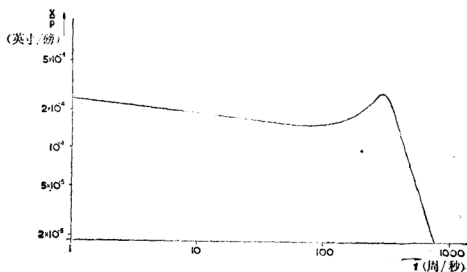


图 185 减振器的频率响应



图 186 聚氯乙烯做的阻尼元件

5.4 绝对减振器的最佳化[⊖]

绝对调谐减振器作用的本质是通过把减振器这一附加振动系统加在结构的适当地点，来使结构的动态柔度在一特定窄的频率范围内发生显著变化。图 187a 绘制了一单自由度系统 k_1 、 m_1 、 c_1 的绝对动态柔度曲线。如果把一附加系统 k_2 、 m_2 、 c_2 加在质量 m_1 上，动态柔度将变化如图 187b 所示。代替在激振力频率 $\omega_0 = \Omega_0$ 处的单一共振最大值，在频率 Ω_1 、 Ω_2 处出现了两个新共振峰，这两个频率都与原来的 Ω_0 不同。如果目的在于抑制由一恒定频率 ω_0 的力激发的振动，那么可以对附加系统这样选择 k_2 、 m_2 两参数值，使新的动态柔度的最小值发生在 ω_0 处（图 187c）。相应的 k_2 、

⊖ 这里所谓最佳化，就是以某一特定判据或准则为目标来选择或确定减振器的最佳参数。——译者

m_2 值不仅取决于频率 ω_0 ，而且还取决于原系统的参数 k_1 、 m_1 、 c_1 。

如果目的是为了在宽频率范围内减小动态柔度的值 $F(\omega)$ ，那么还需要选择一个阻尼系数 c_2 的特定最佳值，以便把共振最大值减少到最小（如图 187d 所示）。

为了确定减振器的最佳参数，可以采用计算法、图解法

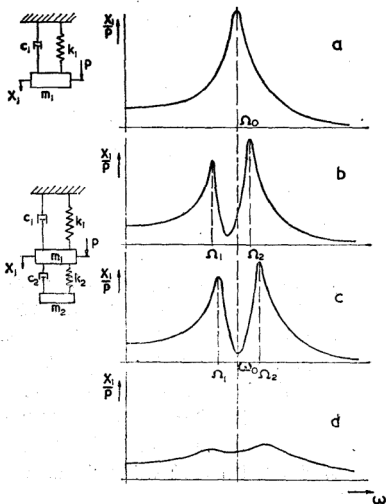


图 187 单自由度系统的频率响应
a) 没有减振器 b) 有减振器 c) 低阻尼 d) 高阻尼

或电模拟系统。也可以采用不同的最佳化判据。常常从文献中^[63, 64]可以找到规定, 以强迫振动在宽频率范围内的最小

振幅作为这种判据。强迫振动的最小速度 $\left(\frac{dx}{dy}\right)$ 这个判据

也能用比较简单的图解法^[66]使复杂系统实现最佳化。但是, 机床中减振器大都用来提高机床的抗颤振稳定性。因此, 从抗颤振稳定性观点出发, 判据应该是最佳初态柔度^[67]。

为了简化最佳化的程序, 最好用一个单自由度系统来近似机床原来的振动系统, 附加的减振器系统应该按照选定的判据能得到最佳状态。首先, 选择结构的振型, 在这振型的固有频率下, 系统的综合动态柔度受减振器的作用将有所改善。根据有关振型的已知形状, 确定应当安装减振器的位置。作为规律, 这个位置是位移较大并且离干扰力作用点不远的地方。用来代替原来系统的单自由度系统, 它的参数是这样确定的, 就是使它在安装减振器的位置上具有和所选振型相同的参数值 Ω 、 k 和 d 。代用系统质量的大小决定于

$$m_1 = \frac{k_1}{\Omega^2}。$$

首先将讨论按照强迫振动的最小振幅这一判据进行的最佳化问题。

假定按图 187b 所示, 有一简化过的原系统 m_1 、 k_1 、 d_1 , 它上面附加有减振器系统 m_2 、 k_2 、 d_2 。幅值为 P 、频率为 ω 的交变力作用在质量 m_1 上。下列方程表示作用在质量 m_1 和 m_2 上各力的平衡:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + c_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1 x_1 \\ + k_2 (x_1 - x_2) = P \sin \omega t \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) = 0 \end{aligned}$$

参数 m_1 、 k_1 、 d_1 均已知，需要确定的是与两个共振峰最小值对应的初态柔度 $F(\omega) = \frac{X_1}{P}$ 的最佳参数值 m_2 、 k_2 和 d_2 。

为了简化，假定 $c_1 = 0$ ，减振器的最佳参数，按照昂巴赫 (Umbach) 的公式为：

$$\left. \begin{aligned} \nu &= \frac{\Omega_D}{\Omega_0} = \frac{1}{1+\mu} \\ d_D^2 &= \frac{\Omega_0^2}{\Omega_D^2} \frac{3+\mu}{8(1+\mu)^3} \end{aligned} \right\} \quad (71)$$

式中

$$\mu = \frac{m_2}{m_1}, \quad \Omega_0^2 = \frac{k_1}{m_1}, \quad \Omega_D^2 = \frac{k_2}{m_2}, \quad d_D = \frac{c_2}{c_{2cr}} = \frac{C_2}{\sqrt{2/k_2 m_2}}.$$

减振器的作用用系统装有减振器时的振幅 $X_{1\max}$ 和静位移 X_{st} 的比值来表示：

$$w = \frac{X_{1\max}}{X_{st}}$$

图 188 表示 w 值和按 (71) 式最佳调谐 ν 及最佳阻尼 d_D 情况下两质量之比 μ 的关系。减振器质量 m_2 增加时，系数 w 将减小。在最佳调谐频率 ν 条件下， μ 值不同时，减振器作用 w 和阻尼比 d_D 之间的关系在图 189 中表示（引自文献 [54]）。每一 μ 为常数的曲线的极小值即代表最佳值 d_D 。减振器质量 m_2 越小，减振器的作用对偏离最佳值 d_D 也越敏感。 m_2 增加时，需要的最佳阻尼比也随之增加。推荐采用实际上可能的最大减振器质量 m_2 ，以便取得减振器的良好作用并使减振器对阻尼比 d_D 的变动敏感性低些。

推荐采取下列步骤来确定减振器的参数：首先根据原系统测得的动态柔度，确定代用单自由度系统的参数 m_1 、 k_1

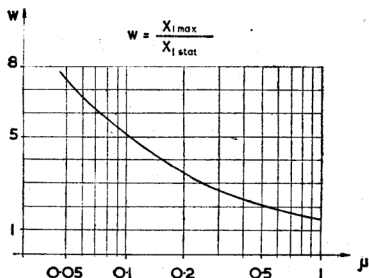


图 188 共振幅值随减振器质量不同而减小的情况，引自昂巴赫^[41]

和 c_1 。

然后，按照设计的实际可能，选定减振器的质量 m_2 。利用式 (71)，确定提供所需刚度 k_2 系统的最佳调谐频率 ν 。最后确定最佳阻尼比 d_D 。而且要看 d_D 值是根据那一能量消耗原理实现的。如果它是一个粘性减振器，则阻尼系数 c_2 取决于：

$$c_2 = 2d_D \sqrt{k_2 m_2}$$

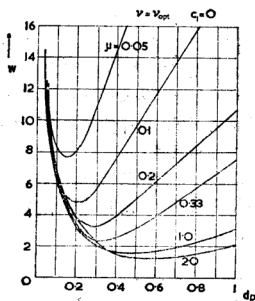


图 189 减振器共振幅值的减小与频率及阻尼的关系，引自昂巴赫^[41]

c_2 值可通过相应地选择节流孔的形状和尺寸以及液体的粘度来得到。

如果采用的是一个塑料材料做的减振器, 则 c_2 的数值将相应地通过选择材料的种类与阻尼元件的形状和尺寸来实现。

因为确定减振器最佳参数的方程式是在某些简化假设下推导出来的, 真正最佳值 ν 和 d_D 在某种程度上将和从方程式 (71) 所得的不同。因此, 建议在减振器装到机床结构上之后再进行调节。调节是通过改变某些参数实现的, 例如改变质量 m_2 , 并通过在原来共振峰的频率范围内, 对动态柔度进行多次测量来加以校核。

范赫克 (Vanherck)^[66] 曾推导过另外一种确定减振器最佳参数的方法。这种方法采用 $R = \frac{P}{\dot{X}_1}$ 值的图解法, R 叫做动态阻抗 \ominus 。对于如图 187b 的简单系统, 采用一种通用辅助图, 就能容易地绘出 $R(\omega)$ 的曲线。根据曲线 R , 就能估价减振器的作用并估计减振器的哪些参数接近于最佳值。从范赫克的图解法得出的最佳参数和从式 (71) 确定的数值相差不多。这个方法的优点在于它考虑了机床结构原来振型的真实阻尼。

现在, 将讨论按照最好的抗颤振稳定性这一判据使减振器最佳化的问题。对稳定性来说, 判据不是绝对动态柔度值, 而是:

\ominus 原文为 *dynamic resistance*, 按 $\frac{P}{\dot{X}}$ 定义应为 *impedance*, 故译作阻抗。——译者

$$rb_{lim} = -\frac{1}{2G_{lim}}$$

正如在第二章里解释过的那样，这个判据可以解释为减振器的这样一种作用，它使原系统动态柔度的 $(-G_{lim})$ 值在装上减振器之后达到最小值。

这样一些情况特别适于应用减振器系统的综合实动态柔度 $G(\omega)$ 有一个主导的最小值和有关振型有低的阻尼，例如像长的镗杆或者卧式升降台铣床的悬臂都是这种情况。机床振动系统就可能以足够的精度用一单自由度系统来代替，这个系统具有集中的参数，它的动态柔度相当于原系统的决定性振型的动态柔度 $G_i(\omega)$ 。图 190a 表示一台铣床，图中

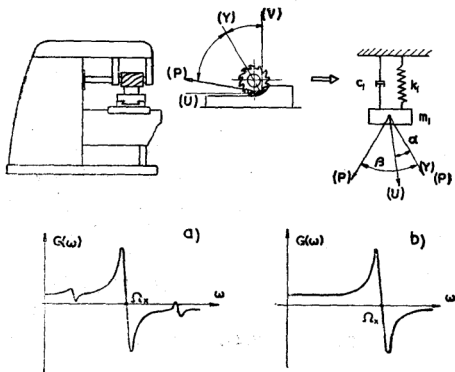


图 190 代用振动系统

注明了切削过程的方向 (P) 和方向 (Y)，以及振动系统的方向 (U) 和方向 (V)。图下方是动态柔度 $G(\omega)$ 曲线，它的最小值决定着稳定性极限。对稳定性极限的值起决定性作用的是具有频率 Ω_v 和方向 (V) 的振型。图 190b 表示参数为 m_1 、 $k_1\ominus$ 、 c_1 的代用简单系统，这一系统的动态柔度是和原系统的部分动态柔度 $G_v(\omega)$ 一样的。

把减振器加到简化系统上，就得到如图 191 所示的一个双质量系统。动态柔度 $G(\omega)$ 的形状已从图 190b 所示改变到如图 191 水平轴线下所示形状，而新的稳定性极限则对应于这一曲线的最小值。减振器的参数 m_2 、 k_2 、 c_2 必须根据参数 m_1 、 k_1 、 c_1 这样选择，以便使 G_{lim} 值最小。

设计减振器时，通常第一步是选择（根据给定条件）足够大的质量 m_2 。为了确定刚度 k_2 和阻尼系数 c_2 的最佳值，一种方便的方法是利用电模型。

图 192 表示一种机械系统和它的电模拟。电感 L_1 、 L_2

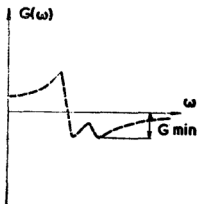


图 191 根据稳定性的最佳实动态柔度

相当于质量 m_1 、 m_2 ；
电容 C_1 、 C_2 相当于刚度 k_1 、 k_2 ；电阻 R_1 、 R_2 相当于阻尼系数 c_1 、 c_2 。电容 C_1 上的电压 E_c 表示质量 m_1 的位移 X_1 。产生电流的发电机的电压同相位的实部 $R_e(E_c)$ 和机械系统的实动态柔度 $G(\omega)$

⊖ 原书印成 b_1 。——译者

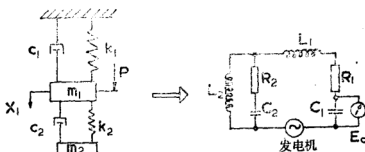


图 192 两自由度机械系统的电模型

成正比。与频率无关的方向系数 $u = \cos \alpha \cos (\alpha - \beta)$ 也包括在比例系数之内。

首先，把电模型的 L_1 、 C_1 、 R_1 和 L_2 值定得相应于原振动系统的诸参数并相应于选定的减振器质量。然后，变动 C_2 和 R_2 值直至得到最小 $R_e (E_c)$ 的最小值为止。对于方向系数 u 是负值的情况，必须找出最大 $R_e (E_c)$ 值的最小值。

这种试验研究的结果，在图 193 和 194 内以曲线示出。这些曲线是用无量纲参数绘制的：

$$\mu = \frac{m_2}{m_1} \text{ 和 } \nu = \frac{\Omega_2}{\Omega_1}, \text{ 其中 } \Omega_1^2 = \frac{k_1}{m_1}, \Omega_2^2 = \frac{k_2}{m_2}$$

利用这些曲线，就可确定减振器最佳固有频率（图 193）和减振器的最佳阻尼（图 194）。这些曲线只对正 $\mu \ominus$ 值的情况有效。

在两图内，对机床阻尼比 d_1 的不同值给出了一组曲线。为了对比，两图内分别用虚线标明相当于方程式 (71) 所表示的最小绝对动态柔度的最佳值 ν 和 d_2 。可以看出，对应

⊖ 原书印作 μ 。——译者

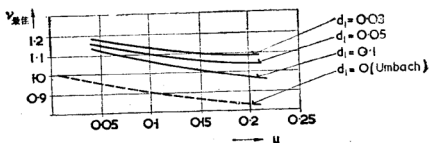


图 193 为了抑制颤振，减振器的最佳调谐

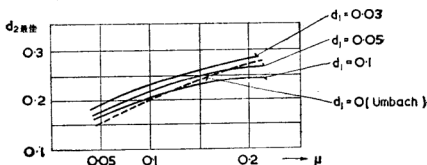


图 194 减振器的最佳阻尼

于两个不同判据的 d_2 最佳值之间有小差别，实动态柔度判据要求减振器的固有频率比绝对动态柔度判据要求的要高些。

图 195 给出了三种情况的 $G(\omega)$ 函数：a 没有减振器的系统，b 装有按最小实动态柔度最佳化的减振器的系统，c 装有按绝对振幅（方程式 71）最佳化的减振器的系统。情况 b 在抗颤振作用上的优越性是显而易见的。

减振器的质量 m_2 愈大，原系统的阻尼系数 c_1 愈小，则用极限值 rb_{lim} 表示的减振器提高抗颤振稳定性的作用就愈大。减振器中实际得到的阻尼比的数值 $d_D = \frac{c_2}{C_{cr2}} = 0.2 \sim 0.4$ 。

对于机床中阻尼比的值大致为 $d_1 = 0.05 \sim 0.1$ 的高阻尼系

统，减振器的作用是微小的。但是像镗杆那样阻尼比 d 达到 10^{-3} 数量级的系统，采用减振器得到的稳定性提高是显著的。

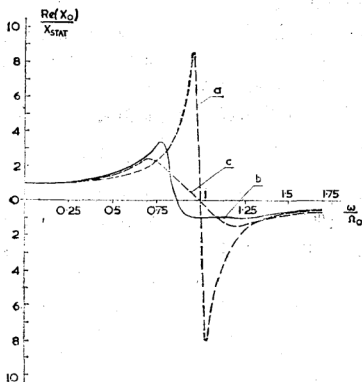


图 195 几种系统的实动态柔度

a—没有装减振器 b—装有按强迫振动调谐的减振器 c—装有按共振调谐的减振器

对应于机床简化系统，利用图 193 和图 194 所确定的减振器参数，只能认为是指导性的。在减振器装到机床上以后，需要根据综合动态柔度 $G(\omega)$ 的测量结果对它们加以校正。

利用这种方法，能够设计和同时采用几个减振器，以便抑制机床动态柔度 $G(\omega)$ 的几个负最小值，或者改善机床

几种不同布置的动态柔度。

5.5 减振器应用实例

一个很有效的粘性阻尼相对减振器（引自文献13）如图196所示。它的位置是在一普通车床主轴的两个滚动轴承之间。实际上，它是一个大径向间隙的连续不断充满油的普通轴承。减振器的效果取决于它所处的位置（如图197所示）。图中给出了不同阻尼系数时随减振器位置而改变的

$\frac{X_{stat}}{X_{res}}$ 比值。 X_{stat} 和 X_{res} 分别是主轴端部的单位静态挠度和单位共振幅值。装在接近前轴承位置并具有高阻尼系数的减振器效果最好。但是，作者推荐把减振器装在两个轴承中间，在这一位置，减振器效果对轴承刚度和频率的频繁变化都是不敏感的。对装和不装减振器进行的颤振极限条件的切削比较试验表明，当采用端面车刀、外圆车刀和切断刀车削装在卡盘上的悬伸工件时，装减振器能使稳定性提高好几倍（见图198）。

在大多数情况下，采用的都是附加振动系统形式的减振

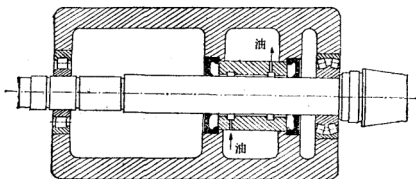


图196 车床主轴粘性阻尼相对减振器，引自彼得斯[Peters]^[13]

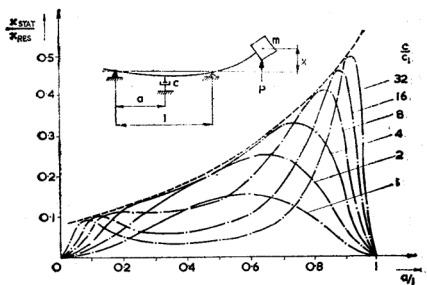


图 197 图 196 所示减振器位置的影响

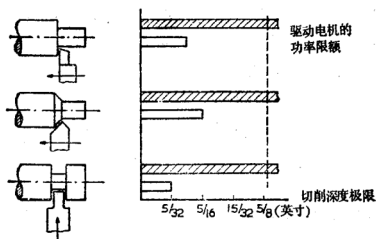
装减振器 

图 198 图 196 中减振器对极限切削条件的影响

器。一个最普通的例子是长镗刀杆的减振器。镗杆长度增加时，它端部的刚度和阻尼同时减小。结果，极限切削深度急速减小。经验表明，镗杆长径比 $\frac{l}{d} > 4 \sim 5$ 时，即使用最小

切削深度，稳定切削也是不可能的。对于 $\frac{l}{d}$ 比值较大的情况，采用减振器来提高动刚度是很方便的。图 199 表示减振器可以装在接近镗杆端部的孔内。图 199a 的设计可用来镗盲孔；199b 的设计则更为有效。减振器参数如果选得正确，就可以在比值 $\frac{l}{d} \cong 8 \sim 10$ 时也能得到稳定切削。图 200

表示减振器的三种不同设计。所有这三种设计都有一个悬挂在弹簧 k 上的质量 m 。情况 a 中（捷克机床研究所 VÚOSO）弹簧是用塑性材料板（软化聚氯乙烯）做的，它们同时也代表阻尼元件。情况 b 中，根据文献 36 和 24，弹簧做成一小钢梁形式，阻尼来自装减振器圆柱形质量的孔里所充满的油。情况 c 中，根据文献 40 和 57，质量悬挂在橡皮环上，间隙也充满油。每种情况里都最好采用尽可能大的质量 m 。因为它的尺寸受到限制，质量 m 要用比重高的材料（硬质合金、钨、铅）制造。

成功采用减振器的另一实例是在一台卧式升降台铣床上，图 201a 和 b 分别表示这台铣床的水平和垂直绝对直接



图 199 镗刀杆里的减振器

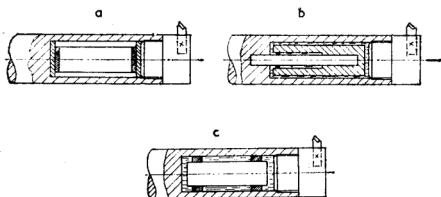


图 200 镗刀杆减振器的不同形式

动态柔度 Θ 。根据这些动态柔度的分析，求出了所有振型的 Ω_i 、 k_i 和 d_i 的数值，同时，对于相当于圆柱平面铣削的特定方位形式，进行了稳定性极限的作图求解。从 $G(\omega)$ 函数的分析中发现，最有决定性的振型是固有频率125周/秒的水平振型 \ominus 。相应的振型形状说明，这一振型表现为悬臂的水平弯曲振动。垂直方向有一个类似的振型，固有频率稍高，是133周/秒。

为了提高稳定性，决定在悬臂外端装一减振器。减振器的圆柱形质量悬挂在两个起着弹簧和阻尼元件两种作用的塑料做的板上。减振器的各个部件如图202和203所示，图204表示减振器 \ominus 如何固定到悬臂上。系统的频率和阻尼根据第五章第四节所述原则进行了调节。装上减振器之后，测

① 原书中文字作“图201 (a) 垂直 (b) 水平”与图201中不符，应改如译文。——译者

② 原书中多处印成“垂直”，都应改为“水平”；原书中“水平”应改为垂直。——译者

③ 原文为“弹簧”，但图上所注为减振器。——译者

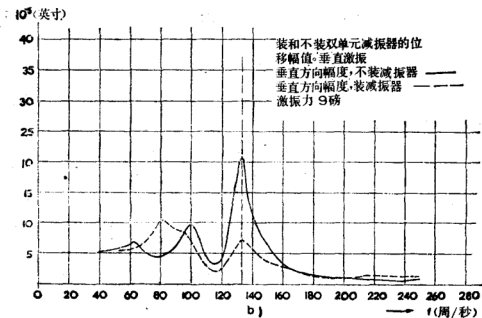
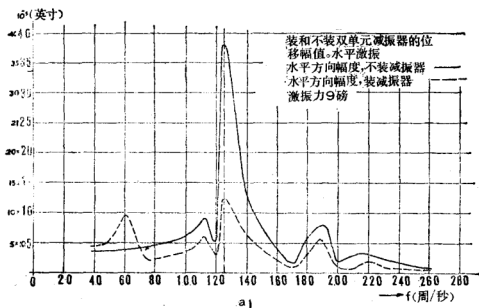


图 201 装和不装减振器时卧式铣床的动态柔度
 a) 水平方向 b) 垂直方向

得的水平和垂直方向的动态柔度，在图 201 内以虚线表示。可以看到，减振器不仅影响最重要的水平振型，也影响垂直振型。圆柱铣切削削试验表明，采用减振器可以使极限切削宽度提高约 2.5 倍。

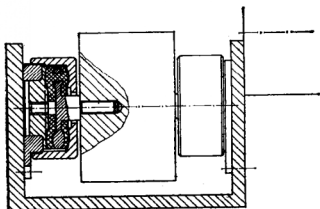


图 202 装在卧式铣床悬臂上的减振器

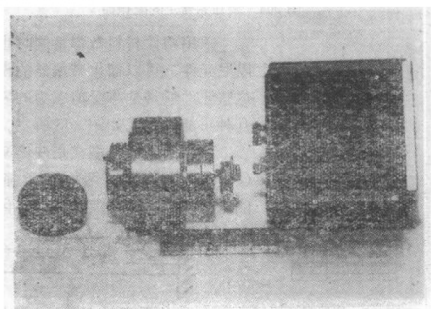


图 203 装在卧式铣床上的减振器照片，左边：阻尼元件，中间：质量

一种类似型式的减振器已经成功地应用于滚齿机上（见文献 39）。

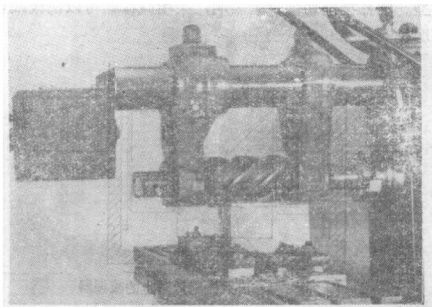


图 204 装在悬臂上的减振器

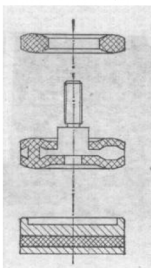


图 205 聚氯乙烯阻尼元件的几种型式

采用塑性材料做弹簧同时也作为阻尼元件，可以简化减振器的设计。这些元件通常是承受剪应力的零件。几种可能的型式如图 205 所示。

减振器的另一型式是冲击减振器 (*shock damper*)。两物体碰撞时，能量被消耗，这即使是钢制物体也是

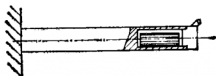


图 206 镗刀杆冲击减振器简图

不能忽略的。这是冲击减振器原理的基础。这种减振器多年来用来抑制汽轮机叶片和飞机结构的振动。在机床中，它在镗杆中的应用是人们熟知的。如图 206 所示，它由装在镗杆端部圆柱孔里的一个圆柱形质量构成。和以前所述的减振器不同，这里没有支持质量的弹簧。因而设计很简单。要有最大效率，就需要找出圆柱体和孔之间最佳间隙值。图 207 给出了孔径和圆柱体直径之差的推荐值。质量的长度通常取直径的两倍。间隙里只用空气充满。

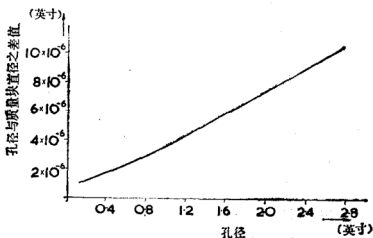


图 207 冲击减振器径向间隙的推荐值

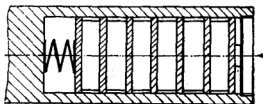


图 208 带干摩擦的冲击减振器简图，引自可奈—屈来干公司
(Kearney and Trecker Co)⁽¹⁵¹⁾

试验表明, 如果采用比重高的材料(硬质合金或钨)作为这种减振器的质量, 它的效能几乎等于以前描述过的调谐减振器。

冲击减振器的另一方案如图 208 所示(引自文献 51), 其中减振物体分成一组, 用弹簧压紧的圆片。振动时, 不仅产生冲击, 而且圆片之间还有相对运动与摩擦, 而摩擦是减振能量的另一来源。为了在圆片之间取得合适的摩擦特性, 在它们中间插入了用适当材料做的垫片。在另一设计里^[62], 减振器的质量仍分成许多轴向压紧的圆片, 并且每个圆片的径向间隙不一样。这使减振器在较宽幅值范围内能取得更好效果。另一实例是把冲击减振器

应用于车刀。推荐设计之一如图 209 所示。在车刀端部装一螺钉把减振块拧到车刀上。螺钉和减振块之间有一定间隙量。这种减振器只有在自激振动起因是刀杆

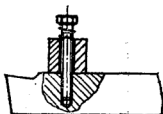


图 209 冲击式减振器, 引自雷日科夫 (Ryzhkov)

它的缺点是妨碍切屑的排除。

冲击减振器的原理的说明见文献 47 和 60。

5.6 结 论

不应该认为在机床上采用减振器是一种应急办法。在提高机床的抗颤振稳定性方面它常比通过提高刚度能得到更好的结果, 提高刚度有时牵涉到大大增加重量。在其他情况下(例如镗孔)不可能提高刚度, 镗杆尺寸决定于所镗孔的尺寸, 而减振器是唯一的解决办法。

有许多减振器型式。对于镗杆和类似的细长梁, 附加振

动系统式和冲击式两种减振器都是成功的。当减振器的质量必须很大时（用于滚齿机、铣床），带油阻尼或塑性阻尼元件的附加振动系统式的减振器，都已证明效果良好。增益一方面取决于原系统的阻尼，另一方面取决于减振器质量的尺寸。在设计减振器，确定它的固有频率和阻尼时，用图 193 和 194 效果良好。把减振器装到机床上之后，还需要最后修改它的参数。

第六章 磨削加工中的颤振

(M. 波腊雪克)

在各种类型的磨床上，砂轮和工件之间会发生相对振动，使表面光洁度变坏和砂轮寿命缩短。有时，这种相对振动是各种振源激起的强迫振动。又经常会观察到具有自激振动所有特征的振动。振幅随磨削时间而增加，频率决定于机床—砂轮—工件系统的某些固有频率。

近来，在各试验室里进行了有关磨削颤振的试验和理论研究。已经积累了关于工艺参数对颤振的影响的大量资料。但迄今既尚未完成完整的理论描述和分析，也尚未找到消除磨削颤振的可靠途径。在实践中，大都采用改变磨削参数和砂轮性质，或者增加机床刚度的反复试验方法。

磨削颤振试验研究是困难的，因为磨削过程受很多参数的影响，并且，因为自激振动的振幅是很小的（特别在初期），它们和来自各种振源的强迫振动又混合在一起。

下面，首先将介绍对各种磨削工序中颤振测量的典型结果。当提到机床或其零部件的固有频率时，意思是指砂轮和工件不接触情况下的固有频率。

6.1 试验研究的结果

6.1.1 圆周平面磨削

在横向进给的圆周平面磨削加工中，有时在精磨后的表面上观察到垂直于纵向进给（和砂轮轴心平行）的一些线状

波纹。这种线条的长度比砂轮宽度大，所以这种波纹大概不是在一次磨削走刀中产生的，而是在每次走刀中在沿工件表面上相同地点产生的。这些波纹的深度通常很小，在 $1 \times 10^{-5} \sim 1 \times 10^{-4}$ 英寸数量级。这些波纹可在其高点同一个互配表面研合磨损后被发现（见图 210）。这一特殊种类的波纹度，可能是由于颤振、工作台驱动不均匀或者导轨波纹度的复映所造成。对于后述两种情况，波纹的节距不随工作台速度的改变而改变。

颤振作为这种波纹度的起因被下述方法所证实：把砂轮轴线绕垂直轴转一角度（见图 211），使之不再垂直于工件表面运动的方向。平行于砂轮轴线的波纹还是产生了，波长随砂轮—主轴系统固有频率的增加而减小。按表面速度对波长之比算出的振动频率，很接近于砂轮—主轴系统的固有频率

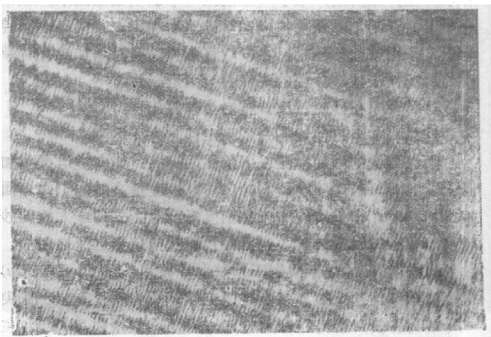


图 210 圆周磨削加工后出现在表面上的波纹

(200~300 周/秒)。用锐利砂轮或钝砂轮磨削时都产生波纹度。在砂轮的圆周上没有观察到和工件上波纹度频率对应的波纹度。这种颤振既在小的平面磨床上观察到,也在大的龙门式磨床上观察到。

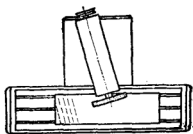


图 211 平面磨床;头架转角磨削后波纹的方向

6.1.2 外圆切入磨削

在外圆磨削中已观察到有两种不同型式的颤振。更经常的是第一种,大多数作者研究过的就是这种。它的特征是:

(a) 在两次修整砂轮期间,振幅逐渐增加,如图 212 所示。在开始阶段,难于从强迫振动中识别出颤振来。从某一个工件开始,颤振幅值以递增的速率加大,直到砂轮磨钝为止。采用某些砂轮时,可以观察到振动有时增加或有时减小的情况。于是,砂轮的寿命会大大延长。

这种现象在砂轮每次修整后会重复出现。

连续磨一个工件或磨一系列工件,并无区别。

颤振幅值的增加率随以下条件而提高:横向进给量增加时(图 213),工件硬度提高时,切削速度提高时,工件表面速度提高时,顶尖刚度和工件刚度降低时。太硬或太软的砂轮或修整砂轮粗进给时,也会导致颤振幅值更迅速地增加。

(b) 颤振的频率决定于系统主导振型(*prominent mode*)的固有频率,这个振型多数是以工件等效为质量装在顶尖(等效为弹簧)上为特征的振型。但是,颤振频率要比主导振型的固有频率高得多。从对一台外圆磨床所做试验确定

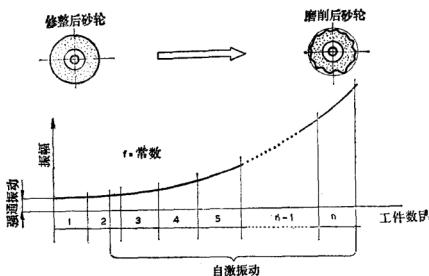


图 212 磨削过程中经常发生的颤振幅值增加的特征

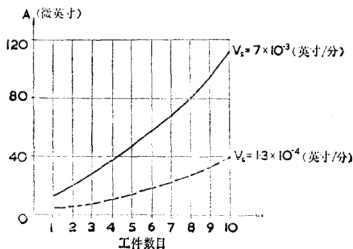


图 213 颤振对横向进给及磨过工件数目的关系

的两个频率之间的关系如图 214 所示。工件质量画在图的横座标上，频率画在纵座标上，虚线表示固有频率，实线表示颤振频率。其他工作者也提出了类似于这种类型的关系。颤振频率实际上和砂轮重量的变化没有关系。但是，它和砂轮

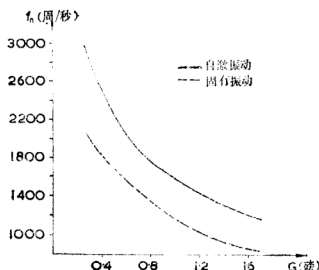


图 214 固有振动频率(虚线)和颤振频率(实线)相对于工件质量的关系曲线

的硬度有关系，
如图 215 所示。
图中曲线的不规则性，大概是由于砂轮硬度测量不准确造成的。
颤振频率随砂轮硬度的增加而增加，按类似方式，它和已磨表面的宽度有关。

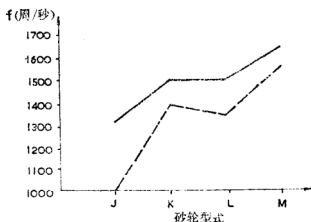


图 215 颤振频率与硬度的关系

这种关系的一个典型例子在图 216 中表示。试验是这样进行的，把磨削宽度逐步由 1 英寸减小到 0.1 英寸，颤振频率同时随之降低。对于不同硬度的砂轮，颤振频率也受切入率的

影响, 如图 217 所示。随着磨削时间的增加, 颤振频率通常会减小, 并逐渐趋近于某一定值 (见图 218)。

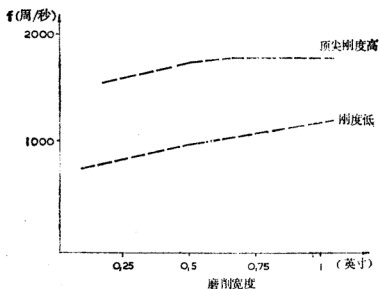


图 216 颤振频率随砂轮宽度变化的关系

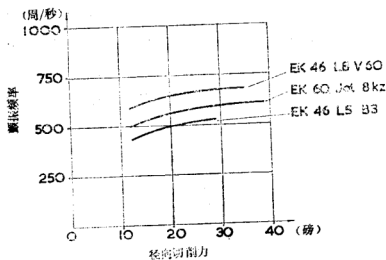


图 217 颤振频率和径向切削力的关系 (根据 Pahlitzsh)

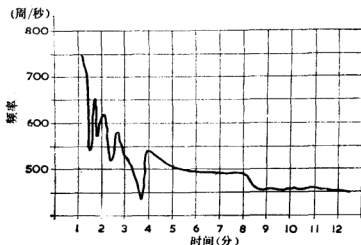


图 218 颤振频率随磨削时间变化的情况 (根据 Snoeys)

(c) 这种颤振型式的一个突出特征,是在砂轮的圆周上产生波纹度。在砂轮修整之后,随着磨削时间的增加,砂轮表面上的波纹度会变得更为明显。砂轮圆周上的波纹数目,乘以用每秒转数表示的砂轮速度,等于当时的颤振频率。波纹的深度在 $1 \times 10^{-6} \sim 1 \times 10^{-4}$ 英寸之间,通常在砂轮圆周上是固定不变的。这种不规则性和砂轮的不均匀性有关,也和波形产生的方式有关。颤振时,砂轮颗粒在切削力较大的地方磨损较快。砂轮每转中砂粒的磨损是很小的,在几百转之后才达到 1×10^{-4} 英寸左右。显然,最大切削力在长时期内总是重复地发生于当砂轮表面波纹的低处在进行切削的时候。同时,由于波纹低处砂粒的磨损,砂轮上的孔隙很快被切屑堵塞。在砂轮的低处,砂粒较快地破碎脱落。所有这些,都促使砂轮表面的波纹加深。工件表面被砂轮圆周的这些低处磨过的部分会产生更粗的横向表面粗糙度。测量表明,这些也是工件上的波纹的低洼部分。

砂轮波纹度和被磨工件表面光洁度的关系如图 219 和 220 所示。图 219a 是刚修整后的砂轮圆周的轮廓图, 图 219b 是它所磨过的工件表面的轮廓图。图中用的比例尺, 在砂轮图上是一格 = 2×10^{-4} 英寸, 在工件上是一格 = 4×10^{-5} 英寸。图 220 a 是砂轮的轮廓图, 图 220 b 是磨过 10 个工件以后工件表面轮廓图。工件上已磨表面和波纹度的恶化是明显的。还可看到, 在较长磨削时间之后, 砂轮上波纹度的深度比工件上波纹的深度要大。

为了改进磨削过程, 最好采用较小的切入率和不易产生波纹度的适当性质的砂轮。在某些磨削情况下, 会产生另外一种型式的颤振。这时并不在砂轮上产生波纹度。但是如果采用的是切入进给磨削法, 则工件会被磨成带有相当深的波纹。如果采用的是纵向磨削, 会在工件表面上产生浅的平行于工件轴线的线性波纹。

切入磨法磨成的工件的轮廓图如图 221 所示。波纹的深度约为 3×10^{-4} 英寸, 波纹度很规则。图 222 是磨削时间较长的砂轮轮廓图, 并未出现任何波纹度。图 221 和 222 都用相同的比例尺, 一格等于 4×10^{-5} 英寸。

第二种型式的颤振已经查明有以下一些特征:

(a) 颤振的幅值变化在每个工件上(切入磨削时)是从零增加到最大值。在两次砂轮修整期间, 振动的变动如图 223 所示。这个过程在每个工件上重复进行。

(b) 由工件圆周上的波纹数目和以每秒转数表示的工件转速相乘得到的颤振频率, 很接近于机床—砂轮—工件系统的某一主导固有频率。它比在砂轮上产生波纹度的第一种型式的颤振频率要低。工件转速变化不影响颤振频率, 波长则正比于转速。

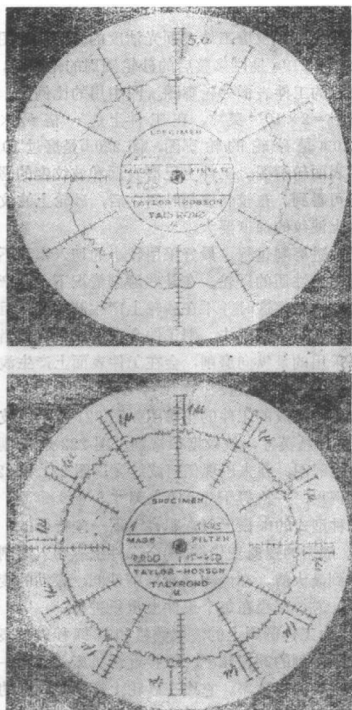


图 219 砂轮修整后的轮廓曲线图 (a) 和
工件轮廓曲线图 (b)

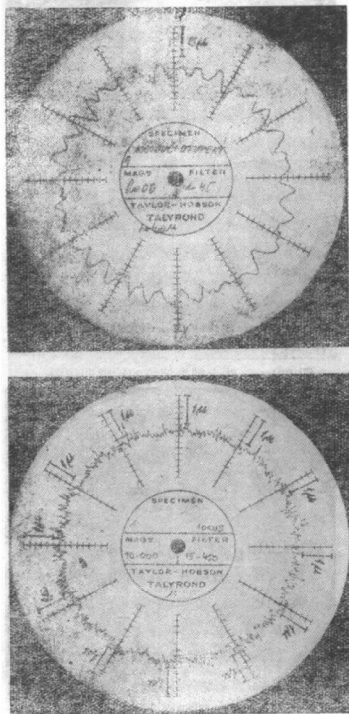


图 220 带波状表面砂轮的轮廓曲线图 (a) 和
工件轮廓曲线图 (b)

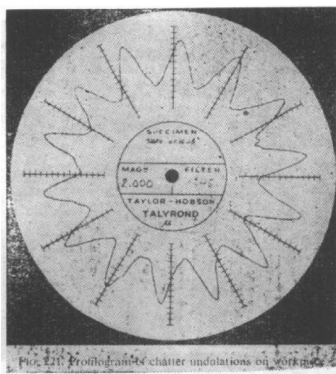


图 221 工件上颤振波纹的轮廓曲线图

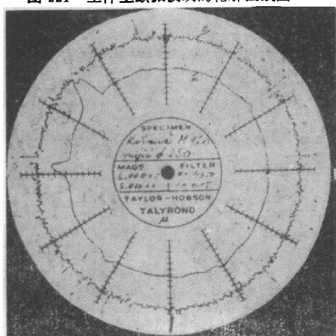


图 222 在磨完一个已出现有波纹的工件后，砂轮的轮廓曲线图

(c) 在纵向磨削过程中产生的平行于工件轴线的线状波纹，在精磨之后，可看得更清楚。

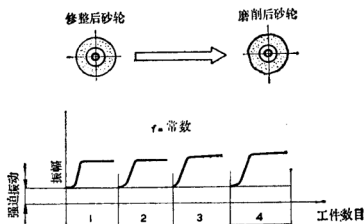


图 223 磨削一组工件时，如果工件上出现波纹，颤振幅度变化的图形

6.1.3 无心磨削

工件表面的波纹度可由两个原因造成。第一个将称为“几何形状”不稳定性。波纹度是按这样一种方式产生的，即某一原始形状误差，当经过工件支承板时，使工件轴线产生位移，结果便造成另一形状误差。根据调节轮、砂轮、支承板和工件的几何形状，工件每一周上将产生一特定数目的波纹。这种波纹在以后的磨削过程中不是被消除而是继续增长，它们的关系是知道的，而且能够定出各个部分合适的几何形状，以便抑制一种特定波纹数目。波纹的数目通常是较小的，少于 20，并且不随工件转速变化而改变。波纹的深度可能相当大，约为 10^{-3} 英寸左右。一个由几何形状不稳定性造成的具有 16 个波纹的工件轮廓图实例，如图 224 所示。

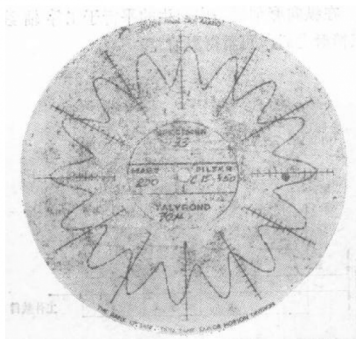


图 224 无心磨床上磨出工件的轮廓图——几何形状的不稳定性

磨削不稳定性的另外一种型式是颤振，它也在表面上造成波纹度。它的主要特征是：

(a) 振幅随磨削时间而增加，即随着砂轮变钝而增加。它也随材料切削量而增加，在清磨阶段是减小的。如果一工件被重复磨削多次，振动强度就更大。波纹深度通常不超过 1×10^{-4} 英寸。

(b) 颤振频率接近于机床某一主导振型的固有频率。在实践中，发现以下振型是决定性的：砂轮和主轴连在一起的振型、装在横向进给机构弹簧上的砂轮主轴头架的振型、工件主轴头架的振型。颤振频率不随工件速度而改变，因而使已磨表面上波纹的波长和工件圆周的线速度成正比。

带有特别明显波纹的工件轮廓图，如图 225 a、b 所示。这个工件是和图 224 所示轮廓图的工件在同一机床上磨出

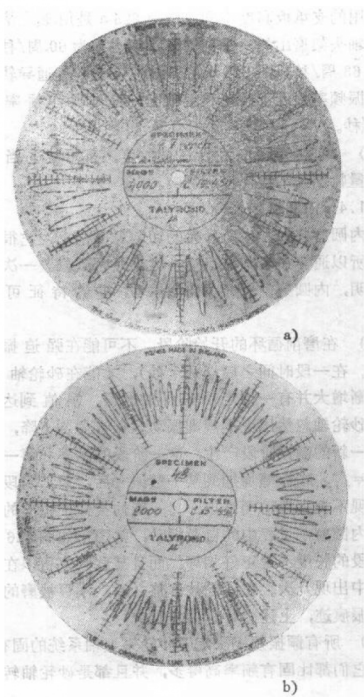


图 225 无心磨床上磨的工件轮廓图

的,但用的支承板高度不同。情况 225 a 是用装在滚动导轨上的主轴头架磨出的,头架的固有频率约为 60 周/秒,颤振频率为 63 周/秒。图 225 b 轮廓图对应装在普通导轨上的头架,颤振频率接近于砂轮和主轴在一起的固有频率,约为 125 周/秒。

(c) 颤振强度,工件上的波纹度,都可被适当选择的磨削用量特别是工件速度所影响。

6.1.4 内圆磨削

在内圆磨削中,由于砂轮的切削表面很小,它很快就会变钝。所以通常在粗磨之后每一次循环都要修整一次砂轮。测量表明,内圆磨削也产生自激振动,它的特征可概括如下:

(a) 在磨削循环的开始阶段,不可能在强迫振动中识别颤振。在一段时间之后(几十秒),才能在砂轮轴上测出幅值逐渐增大并有一特定频率 f_1 的颤振。幅值到达某一数值后,砂轮轴忽然出现不规则振动。振幅急剧下降,稍后可以看到一新的颤振阶段产生,这一阶段的频率和第一阶段不同, $f_2 \approx f_1$ 。在振幅增加到某一数值之后,第二阶段又以砂轮轴出现不规则振动而终止,另一新的类似于以前的阶段又开始。内圆磨削过程中的自激振动,其图形如图 226 所示。各个阶段的长度不是正好相等,而且某些频率可以在一个磨削循环中出现几次。在砂轮被修整之后,不管被磨的工件是否有颤振痕迹,上述循环总会重复进行。

(b) 所有颤振频率决定于砂轮—主轴系统的固有频率。但是,它们都比固有频率高得多,并且都是砂轮轴转速的整倍数。

(c) 磨削时,波纹发生在工件的表面上,每圆周的波

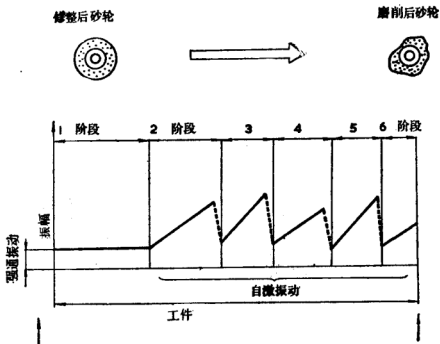


图 226 内圆磨削过程中颤振幅值的变化

纹数乘以工件转速（转/秒）等于颤振频率。在每一阶段之末，砂轮表面发生局部脱粒现象。但是在其部分表面，波纹度仍被保留下来。因此，在整个循环末尾，砂轮表面呈现相当不规则的形状，例如图 227 所示。但是对这种形状的频率分析说明，它包含有对应于磨削时产生的各颤振频率的主要分量。

工件磨过的表面质量随振动增加而恶化。工件上的波纹深度，如果和砂轮上的波纹深度比较是很小的。适当选择砂轮性质，减小切入率或适当改变磨削条件，都可使振动降低。增加砂轮轴的刚度通常也有好的作用。

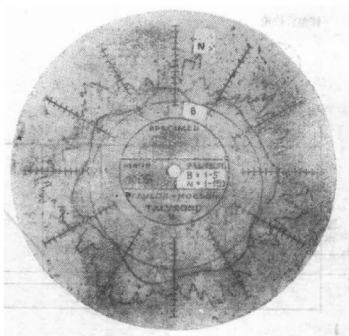


图 227 内圆磨削后砂轮的轮廓图

6.1.5 修整砂轮时的颤振

在用金刚石修整砂轮过程中，有时会观察到颤振。这种型式的颤振相当于车削时的颤振。它是由金刚石夹持装置的动态刚度不够造成的。在砂轮圆周上会产生波纹，但在相邻导程中的波纹是互相错开的，因而不会形成平行于砂轮轴线的直线。这种波纹度使所磨表面的质量变坏。

6.1.6 试验结果小结

在各种磨削加工中，都会遇到自激振动。所以把这些自激振动分两类。在第一类中，波纹产生在砂轮表面上。它的不好作用是在工件上造成较高的表面粗糙度，至于工件上的波纹度则不太显著。另外一个不好的结果是降低砂轮寿命。因而要更频繁地修整砂轮。颤振频率比固有振动的决定性振

型的频率要高的多。随着砂轮钝化的进展，颤振频率降低，这可以用耦合系数的变化来解释。随着砂轮上波纹的增加、砂粒切削能力的变化和砂轮圆周上孔隙堵塞程度的变化，磨削加工的性质也在改变。可以假定粗磨时砂轮连续和工件接触，在清磨最后阶段，砂轮仅以波纹高处磨削。所有这些变化都对切削力系数 γ 、振动的频率和幅值有影响。

适当选择砂轮，减小磨削强度（切削力），增加决定性振型的刚度或改变其他磨削参数，都可以对颤振产生有利影响。第一种类型的颤振是外圆和内圆磨削的特征。

第二种类型的颤振是以在工件上产生有规则的波纹度为特征，而砂轮上没有波纹出现。切入式磨削时，工件上可能发生相当大的波纹度。纵向或平面磨削时，产生的波纹很小并排列成平行于砂轮轴线的直线。所以当已磨表面有一定的磨耗以后，它们是很明显的。颤振频率接近于机床振动系统的主要固有频率之一。这一类型的颤振是外圆和平面磨削的特征，很难把它消除。

6.2 理论解释

不同作者提出的有关磨削颤振的理论可以分为两类。第一类，认为不稳定性的基础是切削过程和机床振动系统的闭环系统，并考虑到再生颤振原理（见第二部分第一章第二节）。通常用这些来表示对稳定性极限的解释这就是为什么大多数结果和试验不符合的原因。通常假设只有一个自由度的线性系统。最近，斯诺也斯（Snoeys）^[62]假设在砂轮和工件接触处存在一种非线性的力——位移关系，并且利用模拟计算机算出在砂轮上产生波纹度的条件。计算结果和试验结果很是相近。

在第二类解释中, 假设了其他不稳定性的原因, 如砂轮陀螺效应的影响^[63,76]、刚度的不对称性或者砂轮轴的阻尼作用等。在这些情况下, 不稳定性只发生在相对于主轴临界转速的某些转速范围内。这不符合试验观察到的大多数情况。

现在将提出一种理论解释, 它和第二部分第二章第二节中解释其他切削过程的理论相类似, 并考虑了磨削的某些不同特点。这种解释的主要假设和主要特点是:

1 作为基本原理, 假设在磨削过程和机床振动系统之间的闭环内有再生颤振在起作用。

2. 振动系统假定是线性的。为了进行颤振的详细分析, 把系统简化为单自由度系统。为了把砂轮的挠性考虑进去, 假定切削力作用在装于砂轮上的一个弹簧的端部。这一个弹簧, 还有切削深度变化和切削力之间关系, 都认为是线性的。

3. 假定砂轮永远和工件保持接触。这一假设至少对粗磨的大多数情况来说肯定是正确的。有了这一假设, 振动和切削力之间就可维持线性关系。

4. 假定切削力的变化部分 P 的方向是固定的, 则 P 的大小和沿已磨表面法线方向 (Y) 测量的瞬时切削深度成正比。假定 3 也可以这样表示, 即假定切削深度永远大于砂轮和工件之间相对振动的双倍幅值 $2Y_0$, 则切削力交变分量的幅值可用第二章第二节中同样方式 (方程式 5) 表示:

$$P = -br(Y - Y_0)$$

式中耦合系数 r 假定是实数, 这意味着切削力随着切削深度的变化而同时变化。

5. 本解释所要考虑的磨削颤振和其他金属切削加工

(车、镗、铣)中的颤振之间的主要区别, 在于它基本上是定量的, 但具有重大的定性意义。

要认识到, 磨削过程传递函数中的“增益” (br) 的数值, 实际上永远大于其他切削过程中的数值。

在第一部分第二章第四节第二小节内的公式 (25) 是车削加工切削力的基本公式, 把它线性化后可写成:

$$P = 1.4 \times 10^5 \text{ 磅/英寸}^2 \cdot ba$$

如果折算成径向分子 ($Pr = 0.3P$), 则得:

$$r = 4.2 \times 10^4 \text{ 磅/英寸}^2$$

对于磨削加工, 可从第二章第四节第三小节里的公式 (38)、(39) 和 (40) 取得 r 值为:

$$r = 3 \times 10^4 \sim 1 \times 10^5 \quad \text{适用于外圆磨削}$$

和 $r = 3 \times 10^5 \sim 1 \times 10^6$ 适用于内圆磨削

可以看出, 一般说来, 磨削加工中 r 的数值要比车削等加工中的 r 数值大很多倍。

另外, 应当认识到, 如果把相应的机床作比较 (例如, 中型车床和中型外圆磨床或者镗床和内圆磨床), 磨削加工的切削宽度 b , 通常要比车削或镗削加工时大几倍。

综上所述, 可以说, 磨削加工中的“增益” (br) 很大, 而且磨床振型的柔度和阻尼比和其他种类机床的振型的柔度和阻尼比大致相同, 磨削加工中的 (br) 数值明显大于相应其他种类加工中的 (br)_{lim} 数值。实际上, 磨削加工永远是不稳定的。在第二、三、四各章中, 颤振问题是从稳定性极限的观点来分析的。但是对于磨削加工, 将采取另外一个观点, 即颤振增加率。

6.2.1 基本关系

首先, 数学解和第二章第二节内推导过的一样。机床的

动态特性用交叉动态柔度 $\Phi(\omega)$ 来表示 (图228)。把代表砂轮弹性的刚度值为 k_0 的弹簧考虑进去 (图229)，交叉动态柔度 $\Phi(\omega)$ 的公式成为：

$$\Phi = \frac{1}{k_0} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \frac{\Omega_i^2}{\Omega_i^2 - \omega^2 + 2j\delta_i\omega} \cos\alpha_i \cos\beta_i \quad (72)$$

复数值 $\Phi(\omega)$ 可以写成它的实部和虚部之和：

$$\Phi(\omega) = G(\omega) + j \cdot H(\omega)$$

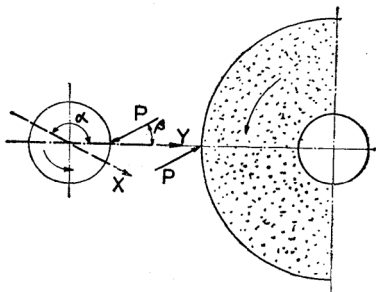


图228 磨削加工中固有振动、切削力和已磨表面法线的方向

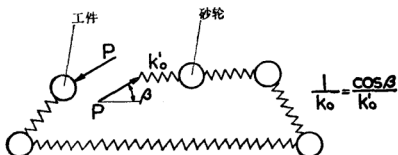


图229 磨削加工中振动系统示意图 (假定砂轮与工件接触处有“弹簧”)

切削力的交变分量 $P(Y)$ 在沿方向 (Y) 内产生相对振动:

$$Y = P \cdot \Phi(\omega) \quad (73)$$

切削力同时还和切削深度的变化成正比:

$$P = -br(Y - Y_0) \quad (74)$$

合并(73)和(74)得:

$$q = \frac{Y}{Y_0} = \frac{\Phi}{\Phi + \frac{1}{br}} = \frac{G + jH}{\frac{1}{br} + G + jH} \quad (75)$$

方程式 (75) 和式 (31) 相同, 稳定性极限 由 $|q| = 1$ 的条件来表示, 因此:

$$(br)_{lim} = -\frac{1}{2G}$$

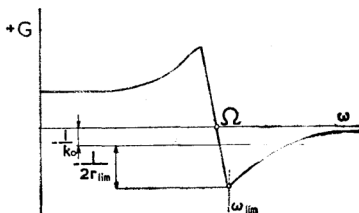


图 230 不稳定区域的图解

一个单自由度系统的 $(br)_{lim}$ 的图解如图230所示。它代表方程式:

$$-\frac{1}{2(br)_{lim}} = \frac{1}{k_0} + \frac{u\Omega^2}{k} \cdot \frac{\Omega^2 - \omega^2}{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2} \quad (76)$$

稳定性的临界极限决定于曲线 G 的最小值。 $(br)_{\text{lim}}$ 的数值比 $\frac{1}{k_0} = 0$ 时的情况要大。

如果 (br) 的实际数值等于 $(br)_{\text{lim}}$ ，则平行于 ω 轴并和 $-\frac{1}{k_0}$ 线相距 $-\frac{1}{2br}$ 的直线和曲线 G 相交于两点，对应于 ω_1 和 ω_2 (图231)。对这两个频率系统是处在稳定性极限位置。在 $\omega_1 < \omega < \omega_2$ 中的所有的 ω 值的时候，磨削过程是不稳定的；当 $\omega < \omega_1$ 和 $\omega > \omega_2$ 时，磨削过程是稳定的。在一特定频率 ω_{cr} ，振幅将以最大速率增加。频率 ω_{cr} 将决定于下列的极值：

$$|q| = \left| \frac{\Phi}{\Phi + \frac{1}{br}} \right|$$

于是：

$$\frac{d|q|}{d\omega} = \frac{d}{d\omega} \left(\frac{\sqrt{G^2 + H^2}}{\sqrt{\left(G + \frac{1}{br}\right)^2 + H^2}} \right) = 0 \quad (77)$$

方程式(77)，可变换为：

$$-\frac{1}{br} = G - 2H^2 \cdot \frac{\frac{d}{d\omega} \frac{G}{H}}{\frac{d}{d\omega} (G^2 + H^2)} \quad (78)$$

对于式 (78)，将按单自由度系统的情况进一步加以分析：

$$-\frac{1}{br} = \frac{1}{k_0} + \frac{u\Omega^2}{k} \cdot \frac{\Omega^2 - \omega^2}{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2} \times$$

$$\begin{aligned}
 & \times \left[1 - \frac{\delta^2(\Omega^2 + \omega^2)}{(\Omega^2 - \omega^2)^2} \right] \\
 & = G \left(1 - \frac{1 + \frac{\omega^2}{\Omega^2}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega^2} \right)^2} d^2 \right) \quad (79)
 \end{aligned}$$

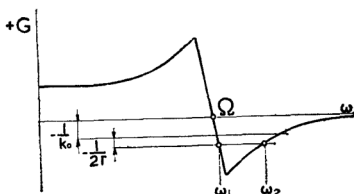


图 231 稳定性极限 (在砂轮、工件接触处假设有一线性弹簧)

现在让我们考虑这样的情况，颤振频率 ω 与试验得出的在砂轮圆周上出现波纹的那种颤振振型系统的固有频率要离得很远。通常阻尼比 $d < 0.1$ ，这样，式 (79) 中方括弧里的式子约等于 1。因此，可以写为：

$$-\frac{1}{br} = G(\omega_{cr}) \quad (\text{近似值}) \quad (80)$$

可以用图解法来决定 ω_{cr} (图 232)。 ω_{cr} 的数值由曲线 G 和平行于 ω 轴并相距 $-\frac{1}{k_0} - \frac{1}{br}$ 的直线的交点给出。从图中可以看到，当 br 和 k_0 增加时，频率 ω_{cr} 也增加，并且 ω_{cr} 点离开 Ω 点。

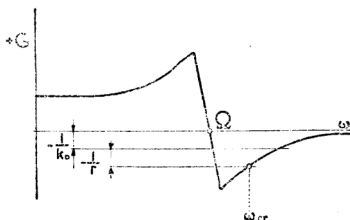


图 232 对应于最大颤振增长率的临界频率

对于简单的振动系统，可以把式 (79) 中的 ω_{cr} 用系统的参数来表示。如果把有关阻尼的几个小项忽略掉，可得：

$$\omega_{cr} = \Omega \sqrt{1 + \frac{b \cdot r k_0}{k(br + k_0)}} \quad (81)$$

耦合系数 br 和砂轮刚度 k_0 对 ω_{cr} 的影响可以从图 233 和图 234 中看出，图中表示了无量纲参数 $\frac{\omega_{cr}}{\Omega}$ 、 $\frac{br}{k}$ 及 $\frac{k_0}{k}$ 。数

值 k 是系统的刚度， $\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ 是它的固有频率。图 233 表

示砂轮硬度不变时 $\frac{br}{k}$ 对 ω_{cr} 的影响。图 234 表示磨削条件不变时 ω_{cr} 和砂轮弹性之间的关系。图 233 的性质和由试验得出的图 216 的性质相似，而图 234 的性质则相当于图 215 的性质。理论推导所得的刚度 k_0 和耦合系数 br 对颤振频率的影响，基本上和试验结果相符。临界频率 ω_{cr} 比固有频率要

⊖ 原书为 b ，有误，应改为 br 。——译者

高一些。在单自由度系统中，高于共振频率时，激振力和振动之间的相移约为 180° 。如果 ω_{cr} 比主导固有频率高很多时，这也适用于更复杂一些的系统。

这一结论对于在工件上和在砂轮上产生波纹具有重要的结果。

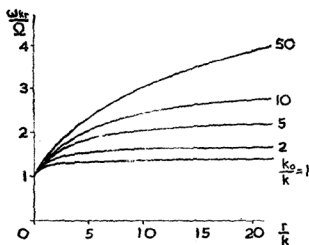


图233 砂轮与工件接触刚度不同时临界频率与耦合系数的关系

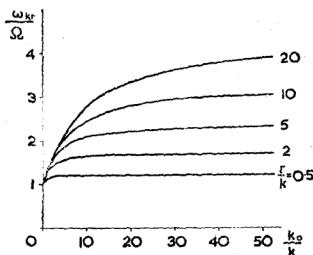


图 234 共振频率与接触刚度的关系

工件上波纹的相移从图235可明显看出。在 $\omega_{cr} \gg \Omega$ 时，交叉动态柔度的虚部很小。由式 (75)，代表振动值的 Y 和

式子 $G + jH$ 成正比, 代表工件表面上波纹值的 Y_0 和式子 $G + \frac{1}{2br} + jH$ 成正比。对于某一特定的 (br) 值, ω_{cr} 的值

可在图232中得出, 并且也可以得出相应的 $G(\omega_{cr})$ 的值。用类似方法也可决定

$H(\omega_{cr})$ 的值。有了 br 、 $G(\omega_{cr})$ 和 $H(\omega_{cr})$ 的值, 就可画出向量和 (见图 235)。向量 Y 和 Y_0 之间的夹角 φ 即代表工件上先后两个波纹之间的

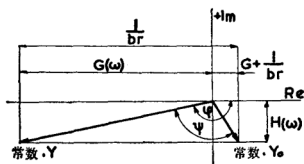


图 235 颤振与砂轮上波纹之间的相位关系

相移。可以看到, 当 $H(\omega_{cr})$ 接近于 0 时, ψ 接近于 90° 。

在砂轮上产生波纹度时, 需要考虑振动 Y 相对于切削力变动分量 P 。当 $\omega_{cr} \gg \Omega$ 时, Y 和 P 之间的相移大致是 180° 。这意味着砂轮和工件之间的相对振动和切削力的相位相反。在 P 最大值时, 工件最靠近砂轮, 同时砂轮的砂粒产生最大的磨损。砂轮波纹低处将更快地被重复磨损掉。根据图 231 和图 232, 不稳定性可以发生在临界频率 ω_{cr} 附近较大的频率范围内。假定几个频率的颤振将同时在 ω_{cr} 的附近发生, 由于切削力的变化, 砂轮圆周上的砂粒磨损也将变化。对应于某一特定频率 ω_s , 在砂轮圆周上将出现一个整数的波纹。这些波纹将是不变的, 并且将愈来愈深。而所有对应于其他频率的波纹将会变动, 因为它们的数目在圆周上不是整数, 所以它们永远不会形成明显的波纹度。在磨削过程中, 某个 r 值时的某个相位会产生波纹, 并且波纹愈来愈深。随着砂

件,同时振动 Y 和力 P 之间的相移 $\varphi \approx 90^\circ$ 。所以工件上不能产生波纹。如果出现,它们会很快地改变它们的位置。

6.3 理论结果的说明

上述理论解是根据一些简化条件提出的,不能认为是完整的和最后的,只能是作为进一步研究磨削颤振问题数学处理的一个起点。

把砂轮简化成象车刀上那样的简单直线切削刃,并不能代表用圆柱形刀具切削时存在的那种更为复杂的状况。另外,在上述理论中没有考虑砂轮上的波纹度对磨削过程的影响,而只是建立了这种波纹度产生的条件。但尽管作了这些简化,试验发现的某些颤振的基本特征还是从理论分析中得到了说明。

可以对试验结果和理论分析进行比较。下述各点适用于在砂轮圆周上产生波纹度的一种颤振类型:

(a) 颤振频率高出于系统的固有频率。原因是耦合系数 (br) 的值比稳定性极限值 (br_{lim}) 高的多。

(b) 颤振频率受砂轮的弹性和 (br) 值两者的影响。

(c) 颤振可以在宽的频率范围内产生。如果在此范围内存在一个振动和切削力之间的相移 φ 大致为 180° 的区域,那么便构成在砂轮上产生波纹度的条件。在单自由度系统内,这种相移在比固有频率高的一些频率时发生。在磨床的实际振动系统中,当颤振频率高出于最高的主导(固有)频率时,曾经观察到在砂轮上有波纹度。这个频率通常是工件在弹性顶尖上的固有频率。

(d) 砂轮切削能力的变化,或者说是它的钝化,造成颤振频率 ω_s 变化,这是由于切削力系数 r 的变化引起的。

对于在较短时间内切削能力变动很大的内圆磨削加工，曾经观察到频率 ω_s 变化也大。

(e) 如果在砂轮上产生了波纹度，工件上先后波纹度的相移 ψ 不等于零。所以，切入磨削时，工件上波纹的位置会移动，而波纹的全深是在一次走刀时形成的。纵向磨削时，工件上的波纹不平行于砂轮的轴线。

下述情况适用于在已磨表面上产生平行于砂轮轴线波纹的第二种颤振类型。

(a) 颤振频率接近于系统主导固有频率之一。它通常是某一较低的固有频率，如砂轮头架的固有频率或者重工件在弹性顶尖上的固有频率。

(b) 在这种情况下，振动与切削力之间的相移 ψ 不等于 180° ，因此砂轮上的波纹度不会逐步发展。

进一步研究的任务不仅将要探讨上述理论的其他方面，而且还要对理论解释引进更加接近于实际过程的一些假定，特别是有关磨削过程的传递函数问题。

符号一览表

a	切屑厚度
α	切削表面法线 Y 和振型方向(X)之间的夹角
b	切屑宽度
b_{lim}	切屑极限宽度
B	滚铣 (<i>slab milling</i>) 加工的切削宽度
β	法线 Y 和切削力 P 之间的夹角
c	阻尼系数
c, C	柔度
d	阻尼比
δ	阻尼因数
f	一般代表函数
φ	振动相对于激振力的相移
$F(\omega)$	绝对动态柔度
$\Phi(\omega)$	复动态柔度
$G(\omega) = Re(\Phi)$	实动态柔度
h	滚铣加工的切削深度
$H(\omega) = Im(\Phi)$	虚动态柔度
j	虚数单位
k, K	刚度
m	一般代表质量
$\mu = \frac{R}{K}$	代表磨削过程中变形的比值
n	数
ν	阻尼系统的固有频率
ω	强迫或自激振动的频率
Ω	振型(无阻尼)的固有频率
p	变动的力

ψ	相继吃刀波纹的相移
P	一般代表谐和力的幅值, 特定的代表切削力的幅值
r, R	切屑厚度变化和切削力变化之间的耦合系数
$(rb)_{\text{lim}}$	耦合系数的极限值
ρ	切削力相对于切屑厚度的相移
s	每转进给, 每分钟进给
s_t	铣刀每齿进给
t	时间
t	车削、镗削、端面铣削中的切削深度
$u = \cos\alpha\cos(\alpha-\beta)$	方向因数
u, U	沿(U)方向的位移
v, V	沿(V)方向的位移
w, W	沿(W)方向的位移
x, X	沿(X)方向的位移
y, Y	沿垂直于切削表面(Y)方向的振动

参 考 文 献

1. TLUSTÝ, J. and ŠPAČEK, L., *Self-excited Vibrations in Machine Tools*. Czech. Nakladatelství ČSAV Prague, 1954.
2. TLUSTÝ, J. and POLÁČEK, M., *Beispiele der Behandlung der selbsterregten Schwingung der Werkzeugmaschinen*. FoKoMa, Hanser Verlag, München, 1957.
3. DANĚK, F., POLÁČEK, M., ŠPAČEK, L. and TLUSTÝ, J., *Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen*. Verlag Technik, Berlin, 1962.
4. TLUSTÝ, J. and POLÁČEK, M., The Stability of the Machine Tool Against Self-excited Vibration in Machining. Prod. Eng. Research Conference, ASME, Pittsburgh, 1963.
5. KASHIRIN, A. J., *Research of Vibrations in Metal Cutting*. (Russian) Izdatelstvo Akademii Nauk SSSR, Moscow, 1944.
6. ARNOLD, R. N., The Mechanism of Tool Vibration in the Cutting of Steel. *Proc. Inst. Mech. Eng.*, London, 1946.
7. KUDINOV, V. A., Schwingungen an Werkzeugmaschinen. *Technische Rundschau*, No. 15, 1966.
8. TOBIAS, S. A. and FISHWICK, W., Theory of Regenerative Machine Tool Chatter. *Engineering*, London, Vol. 205, 1958.
9. TOBIAS, S. A., *Schwingungen an Werkzeugmaschinen*. Hanser Verlag, München, 1961.
10. PETERS, J. and VANHERCK, P., *Un critère de stabilité dynamique pour machines-outils*. CRIF, Brussels, August 1962.
11. GUERNEY, J. P., A General Analysis of Two-Degree of Freedom Instability in Machine Tools. *J. Mech. Eng. Science*, Vol. 4, 1962.
12. SWEENEY, G. and TOBIAS, S. A., An Algebraic Method for the Determination of the Dynamic Stability of Machine Tools. Prod. Eng. Res. Conference, ASME, Pittsburgh, 1963.
13. PETERS, J., What Can Vibration Research Contribute to Machine Tool Development. Prod. Eng. Res. Conference, ASME, Pittsburgh, 1963.
14. TLUSTÝ, J., A Method of Analysis of Machine Tool Stability. *Proc. 6th M.T.D.R. Conference*, Manchester, 1965 (Pergamon Press).
15. SLAVÍČEK, J., The Effect of Irregular Cutter Tooth Pitch on Stability of Milling, *Proc. 6th M.T.D.R. Conference*, Manchester, 1965 (Pergamon Press).
16. SMITH, J. D. and TOBIAS, S. A., The Dynamic Cutting of Metals. *Int. J. Mach. Tool Des. and Res.*, Vol. 1, No. 4, Dec. 1961.
17. TLUSTÝ, J., New Tailstock Design Improves Stability of Centre Lathes. *Proc. 7th Int. M.T.D.R. Conference*, Birmingham, 1966 (Pergamon Press).
18. RESHETOV, D. N. and LEVINA, Z. M., *Damping of Vibrations in Machine Tools* (Russian), *Issledovanie kolebaniy metallovezhushich stankov pri rezanii metallov*. Mashgiz, Moscow, 1958.
19. DRUMM, H., Beitrag zur Reibungsdämpfung. *Maschinenmarkt*, No. 79, 1959.
20. LOEWENFELD, K., Zusatzdämpfung von Werkzeugmaschinen durch Lamellenpakete. *Maschinenmarkt*, No. 19, 1959.
21. KUDINOV, V. A., Influence of Friction in Sliding Joints on Damping of Forced Vibrations. (Russian), *Stanki i Instrument*, No. 1, 1961.
22. OCKERT, D., Zur Dämpfung am einfach geteilten Biegestab. *Maschinenmarkt*, No. 79, 1961.
23. EISELE, F. and CORBACH, Dynamische Steifigkeit von Führungen und Fugenverbindungen an Werkzeugmaschinen. *Maschinenmarkt*, No. 89, 1964.
24. PETERS, J., A Survey on the Methods for Increasing the Damping of Machine Tools. Report to the General Assembly of CIRP, 1965.
25. KALININ, E. G., LEBEDEV, Yu. A. and LEBEDEVA, V. I., *Damping in Fixed Joints* (Russian), AN SSSR, Riga, 1960.
26. KRONENBERG, M., PARKER, P. and DIX, E., Practical Design for Controlling Vibration in Welded Machines. *Machine Design*, 1956, p. 103.
27. EISELE, F. and DRUMM, H., Steifigkeit und Dämpfung geschweisster Konstruktionen. *Maschinenmarkt*, No. 65, 1959.
28. EISELE, F. and DRUMM, H., Einfluss der Schweißung auf Steifigkeit und Dämpfung geschweisster Bauelemente. *Schweißen und Schneiden*, No. 3, 1959.
29. KATZENSCHWANZ, Dynamische Stabilität geschweisster Konstruktionen. *Maschinenmarkt*, No. 19, 1961.

30. EISELE, F. and BAUER, W., *Orientierende Untersuchungen über das Dämpfungsverhalten verschiedener Gusswerkstoffe*. 3. FoKoMa, München, 1957.
31. PLENARD, E., La grande capacité d'amortissement des pontes. *Machine Moderne*, No. 654, 1963.
32. OBERST, H., Werkstoffe mit extrem hoher innerer Dämpfung. *VDI-Zeitschrift*, No. 1, 1957.
33. Cincinnati Milling Machine Co., Cincinnati, Ohio, Friction Damper of Vibrations of Spindles of Machine Tools. U.S. Patent No. 2714823, 9.8.1955.
34. UNGAR, E. E., Damping Tapes for Vibration Control. *Prod. Eng.*, Jan. 25, 1960.
35. GALLOWAY, D. F., Machine Tool Research, Design and Utilisation. *Machinery Ltd.*, No. 2515, 25.1.1961.
36. DELIEGE, J., Improving the Performance of Overhung Boring Bars Fitted with Vibration Absorbers. *Eng. Digest*, No. 9, Sept. 1962.
37. ZIEGLER, H., Ein abstimmbares Dämpfungselement für Werkzeugmaschinen. *Maschinenmarkt*, No. 72, 6.9.1963.
38. VANHERCK, P., L'amortisseur visqueux des broches de machines-outils. *CIRP Annales*, Bd. XIII, 1964.
39. EISELE, F. and LYSEN, H. W., *Der Einsatz hochpolymerer Stoffe zur dynamischen Versteifung von Werkzeugmaschinen*. 2. FoKoMa München, 1955.
40. REVVA, V. F., Using Dynamic Vibration Absorber for Vibration of Boring Bars in Fine Boring. (Russian). *Stanki i Instrument*, No. 7, 1962; No. 4, 1963.
41. UMBACH, R., Verwendung von hochpolymerem Kautschuk für gedämpfte Hilfsmassensysteme an Werkzeugmaschinen. *Industrie Anzeiger*, No. 46, 1962.
42. SREBRIANSKI, N., Neutralisation des vibrations apparaissant au cours d'alléage de finition. *Machine moderne*, No. 661, 1964.
43. KUTSHMA, L. K., *Vibration Absorbers for Lathes* (Russian). Mashgiz, Moscow, 1952.
44. KUTSHMA, L. K., *Vibration Stable Design of Boring Bars* (Russian). Izd. AN SSSR, No. J-56-138, Moscow, 1956.
45. HAHN, R., Design of Lanchester Damper for Elimination of Metal-Cutting Chatter. *Trans. ASME*, Vol. 73, 1953.
46. GRUBIN, C., On the Theory of the Acceleration Damper. *J. Appl. Mech.*, *Trans. ASME*, Vol. 78, 1956.
47. KOBRINSKI, A. E., On the Theory of Impact Vibration Damping (Russian). *Izvestiya AN SSSR, Odd. techn. nauk*, No. 5, 1957.
48. NIKOLSKI, L. N., SELIKOV, J. V. and KEGLIN, B. G., On the Work of Friction Materials in Impact Dampers (Russian). *Vestnik Mashinostroeniya*, No. 10, 1963.
49. TSYUY-VAY-DZ, Impact Vibration Damper (Russian). *Stanki i Instrument*, No. 2, 1959.
50. LECHLER, B., Lead-filled Grinding Arbor. *Metalworking Prod.*, No. 43, November 9, 1960.
51. U.S. Patent 2960189, Kearney-Trecker, Impact Damper for Machine Tools.
52. CARLSTEDT, R. L., Discs Cancel Boring Bar Vibration. *Metalworking Prod.*, No. 24, June 12, 1963.
53. LEWIS, F. M., The Extended Theory of the Viscous Vibration Damper. *J. Appl. Mechanics, Trans. ASME*, No. 3, 1955.
54. UMBACH, R., Theorie der dynamischen Versteifung von Werkzeugmaschinen durch gedämpfte Hilfsmassen. *Industrie Anzeiger, Essen*, No. 46, 1962.
55. LOEWENFELD, K., Zusatzdämpfungen von Werkzeugmaschinen durch Lamellenpakete. *Der Maschinenmarkt*, No. 19, 6. März 1959.
56. VANHERCK, P., Optimisation de l'amortisseur dynamique pour machine-outil. *CIRP Annales* XIII, 1964.
57. POLÁČEK, M. and GUTRATA, J., Die Optimalisation des Dämpfers der selbsterregten Schwingungen an Werkzeugmaschinen. *Gen. Versammlung CIRP*, 1965.
58. DEN HARTOG, *Mechanical Vibrations*. McGraw-Hill, New York, Toronto, London.
59. SREBRIANSKI, N., Antivibrateurs a chocs, leurs applications et calculs. *Machine Moderne*, No. 669, Décembre 1964.
60. ERLICH, L. B., Impact Vibration Damper. (Russian), *Vestnik mashinostroeniya*, No. 7, 1954.
61. LOEWENFELD, K., *Die Dämpfung bei Werkzeugmaschinen*. II. FoKoMa München, 1955.
62. SNOEYS, R., Vibrations in Grinding Machines. Rep. Inst. for Mach. Tools, Louvain.
63. HAHN, R. S., Gyroscopically Induced Vibrations in Grinding Spindles. Rep. CIRP, 1964.
64. LANDBERG, P., Versuche, die die Natur des Schleifvorganges betreffen. *Microtecnic*, No. 1, 1957.
65. DOI, S., An Experimental Study on Chatter Vibrations in Grinding Operations. *Trans. ASME*, No. 1, 1958.

66. HAHN, R. S., Vibrations of Flexible Precision Grinding Spindles. *Trans. ASME, J. Eng. for Ind.*, No. 3, 1959.
67. HAHN, R. S., On the Nature of the Grinding Process. *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, No. 3, 1962.
68. PLAINEVEAUX, J. E., Théorie du broutement dans les opérations de rectification cylindrique. *Mécanique*, Nov. 1956, Mars 1957.
69. PAHLITZSCH, G. and CUNTZE, E. O., Untersuchungen zum Rattern beim Aussenrund—Einstechschleifen. *Fachberichte für Oberflächentechnik*, No. 4, 1963.
70. PAHLITZSCH, G. and CUNTZE, E. O., Selbsterregte Schwingungen als Ursache des Ratterns beim Schleifen. *Fachberichte für Oberflächentechnik*, No. 2, 1964.
71. PAHLITZSCH, G. and CUNTZE, E. O., Reduction of Chatter Vibration during Cylindrical and Plunge Grinding Operation. *Proc. 6th Int. M.T.D.R. Conference*, Manchester, 1965 (Pergamon Press).
72. SWEENEY, G., Grinding Instability. *Proc. 6th Int. M.T.D.R. Conference*, Manchester, 1965 (Pergamon Press).
73. LUKJE, G. B., Vibrations in Grinding. (Russian), *Stanki i Instrument*, No. 6, 1959.
74. PUZANOV, V. V., The Nature of the Vibration Occurring During Plunge Grinding Operations. *Mach. and Tooling*, No. 2, 1960.
75. ROTZOLL, E., Ueber Rattermarken beim Schleifen. *Werkstattstechnik und Maschinenbau*, No. 8, 1952.
76. SNOEYS, R., Contribution to the Gyroscopic Effect in High Speed Grinding Shafts. *Proc. 6th Int. M.T.D.R. Conference*, Manchester, 1965.
77. UMBACH, R., Some Problems and Experiments with Roll Grinding Machines in Cold Strip Mill. *Int. J. Mach. Tool Des. Res.* No. 1, 2, 1965.
78. POLÁČEK, M. and PLUHAŘ, L., *Selbsterregte Schwingungen beim Schleifen*. V. FoKoMa, München, 1961.
79. POLÁČEK, M. and PLUHAŘ, L., The Present State of Research of Self-Excited Vibration in Grinding. *Czechoslovak Heavy Industry*, No. 5, 1964.
80. ROWE, W. B., Factors Affecting the Achievement of Roundness by Centreless Grinding. *Machinery and Prod. Engng.* 3, Nov. 1965.
81. ROWE, W. B. and KOENIGSBERGER, F., The Work-Regenerative Effect in Centreless Grinding. *Int. J. Mach. Tool Des. Res.* No. 3, 1965.
82. ROWE, W. B. and BARASH, M. M., Computer Method for Investigating Inherent Accuracy of Centreless Grinding. *Int. J. Mach. Tool Des. Res.* No. 2, 1964.
83. GUERNEY, J. P., An Analysis of Centreless Grinding. *Journal of Engng. for Industry*, No. 163, 1964.
84. SINGHAL, P. D. and KALISZER, H., The Effect of Workpiece Dimensions and the Wheel Parameters on the Surface Waviness During Grinding. *Proc. 6th Int. M.T.D.R. Conference*, Manchester, 1965. (Pergamon Press).
85. BOLLINGER, J. G., Computer Aided Analysis of Machine Dynamics. *Proc. Int. A.S.T.M.E. Conference* Ann Arbor, Mich. 1967.
86. TAYLOR, S., The Design of Machine Tool Structures Using a Digital Computer. *Proc. 7th Int. M.T.D.R. Conference*, Birmingham, 1966.